Каретин Ю. А.

Самоорганизация живых систем.

Краткий курс синергетики для биологов.

Национальный научный центр морской биологии
Дальневосточного отделения Российской академии наук

Самоорганизация живых систем.

Краткий курс синергетики для биологов

Каретин Ю. А.

Владивосток 2017

УДК 57.011
К21

Каретин Ю.А.
К21 Самоорганизация живых систем. Краткий курс синергетики для биологов: Учебник / Ю.А. Каретин. — Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2017. – 530 с.

ISBN 978-5-8343-1080-8

В учебнике излагаются основы синергетики, комплекса наук, изучающих общие закономерности явлений и процессов в сложных неравновесных системах, в приложении к живой природе. Живые организмы рассмотрены как детерминировано-хаотические, эмерджентные, самоорганизующиеся струтуры, эволюционирующие в условиях постоянного противостояния второму началу термодинамики. Описаны процессы самоорганизации на всех уровнях организации биосистем, от макромолекулярного до биоценотического, уделено внимание теории бифуркаций и катастроф, моделированию процессов самоорганизации, фрактальной геометрии. Учебник предназначен для студентов университетов.

УДК 57.011

Автор: к.б.н., ст.н.с. лаборатории эмбриологии Института биологии моря им. А.В. Жирмунского, Национального научного центра морской биологии ДВО РАН Каретин Ю. А. yura15cbx@gmail.com
Ответственный редактор: академик Адрианов А.В.
Рецензенты: к.х.н., н.с. лаборатории фармакологии и биоиспытаний Школы биомедицины ДВФУ Калитник А. А.,
к.б.н., заведующий лабораторией биотехнологии Федерального научного центра биоразнообразия наземной биоты Восточной Азии ДВО РАН Киселёв К. В.

ISBN 978-5-8343-1080-8

Yu. A. Karetin. Self-organization of living systems. A short course of synergetics for biologists. 2017. 505 p., 353 figs.+ 16 col. figs.

The textbook outlines the basics of synergetics, a field of scienes that study the general patterns of processes in complex nonequilibrium systems, in application to living nature. Living organisms are considered as deterministic-chaotic, emergent, self-organizing structures, evolving in the conditions of constant opposition to the second law of thermodynamics. The processes of self-organization at all levels of the organization of biosystems, from macromolecular to biocenotic, are described. Attention is paid to the theory of bifurcations and catastrophes, to the models of self-organization processes and fractal geometry. The textbook is intended for university students.

A.V. Zhirmunsky Institute of Marine Biology
National Scientific Center of Marine Biology
Far Eastern Branch, Russian Academy of Sciences
Vladivostok, 2017

Посвящается Валерии Васильевне Исаевой, моему учителю и другу.

Предисловие

Если вы посмотрите содержание нескольких последних номеров журнала Science или любого интернет издания, занимающегося обзорами новостей науки, вы тут же найдёте несколько статей, затрагивающих понятия детерминированного хаоса, самоорганизации в природных или искусственных системах, фрактальной геометрии. В международные базы данных научных работ лучше не заглядывать, если вы не специалист, число книг и статей, так или иначе касающихся вопросов самоорганизации динамических систем, стало неохватным. Давайте остановимся на русскоязычной литературе. Существует немало книг, посвящённых нелинейным процессам в физико-химических и, меньше, в биологических системах. Большинство таких книг написаны математиками и физиками, они наполнены математическими формулами и понятны лишь небольшой группе русскоговорящего сообщества биологов-специалистов. Чтобы рассказать остальной части биологов о том, что такое синергетика, как она меняет облик науки в целом и биологии в частности, была написана эта книга, в которой почти нет формул, много примеров из различных областей исследований, и небольшой комплекс обобщающих теоретических положений. Книга может быть рекомендована студентам биологам в качестве учебного пособия по синергетике.

Благодарю за помощь в редактировании текста книги и за огромное количество ценных замечаний Артёма Чернова, сотрудницу Тихоокеанского института биоорганической химии Г.Б. Елякова ДВО РАН Розу Меньшову, сотрудников кафедры клеточной биологии и генетики ДВФУ Наталью Зюмченко, Юлию Сокольникову, Андрея Гринченко, Ирину Кирсанову, сотрудницу Национального научного центра морской биологии, Института биологии моря им. А.В. Жирмунского ДВО РАН Анну Добржанскую.

Глава 1. Введение. Смена научных парадигм

«Единственное, чему научила меня моя долгая жизнь: что вся наша наука перед лицом реальности выглядит примитивно и по-детски наивно – и всё же это самое ценное, что у нас есть».
А.Эйнштейн

Апологеты науки о хаосе и самоорганизации постулируют смену научной парадигмы, произошедшую во второй половине XX века. Чтоб понять, в чём её суть, надо прояснить, чем занималась, какие вопросы перед собой ставила классическая наука прошлого и чем отлична от неё наука сегодняшнего дня. Классическая наука, по сути своей, была наукой идеального: эвклидова геометрия описывала идеальные формы, никогда не встречающиеся в реальном мире, механика рассчитывала законы идеального равномерного или равноускоренного движения, биологическая систематика создала абстракцию вида, чтоб свести бесконечное разнообразие индивидуумов к некоей системе. Для того чтоб из хаоса окружающего мира выделить какую-то информацию, познать этот хаос, различить в нём отдельные объекты, их взаимоотношения, понять и предсказать законы движения этих объектов, нужно выделить эти объекты или явления как целое, найти то общее, что объединяет их между собой и отличает от других объектов, явлений или взаимоотношений, то есть создать идеальный образ изучаемого явления.

Сравнительно просто устроенные механические машины, состоявшие из элементов, созданных на основе идеальных форм эвклидовой геометрии, простое предсказуемое поведение механического или электромеханического движения – вот объекты приложения достижений классической науки в технике XIX-XX веков. Фундаментальная наука классического периода во многом началась с открытий Ньютона, позволивших объяснить равномерно развиваемое ускорение падающего на землю тела, движения планет вокруг солнца и естественных спутников вокруг планет. Искусственные формы, движения классической механики были близки к идеальным. Классическая наука исследовала устойчивые, равновесные, упорядоченные системы, ибо только упорядоченность, предсказуемость, стабильность можно было описать и предсказать. Это были замкнутые системы, или, по крайней мере, они исследовались как замкнутые, для них было характерно линейное поведение: задав начальные параметры и зная формулу, описывающую их движение, можно было рассчитать состояние или положение в пространстве

исследуемого объекта (планеты или механического устройства) через любой промежуток времени, как в будущем, так и в прошлом. Поведение этих систем описывалось линейными уравнениями и на графиках выявлялось в виде прямых или предсказуемым образом изогнутых непрерывных линий. Сложнее было с природными формами и явлениями не астрономического и не атомарного масштаба: облака, горы, живые существа, колебания численности популяций, экономические спады и подъёмы, химические реакции с одновременным участием десятков и сотен реагентов, революции, метаморфозы... В XXI веке к этому добавились информационные технологии, настолько сложные электронные устройства, что поведение их до конца предсказать стало не возможно, самособирающиеся наноструктуры и самоорганизующиеся компьютерные сети, попытки создать искусственный разум и смоделировать жизнь... Многое из этого не описывалось как замкнутая система, слишком много внешних воздействий накладываясь, влияя друг на друга, изменяли поведение системы самым непредсказуемым образом; поведение этих систем никак нельзя было ни назвать линейным, ни предсказать на какой-либо долгий срок.

Когда-то мир казался принципиально непознаваемым, непредсказуемым, но очень простым, потому что он был создан богом и подчинялся только воле божьей, которая сама непредсказуема и непознаваема для человеческого разума, это снимало многие вопросы познания. Открытия Ньютона пробили большую брешь в традиционном христианском мировоззрении: для описания движения планет оказалось достаточно несколько формул, планеты подчинялись им беспрекословно, а волюнтаризм божьей воли тут никак не проявлялся, что позволило Ньютону вообще отказаться от «теории бога». Предсказуемость движения механических тел вызвала к жизни представление о мире, как о гигантской заводной игрушке, мир стал абсолютно детерминирован и предсказуем. Ведь если любое взаимодействие, любое движение можно описать точной физической формулой, то можно и рассчитать поведение исследуемого объекта на бесконечно долгий промежуток времени, как в прошлом, так и в будущем. Это мировоззрение отразилось в философии французского философа Лапласа.

Переменной описывающей божественную волю не было в уравнениях Ньютона, но теория бога всё же нашла место в его сознании. В теологических рукописях Ньютона ныне хранящихся в Иерусалиме, в Национальной Библиотеке можно обнаружить идеи антитринитаризма и деизма. Ньютон верил в материальное присутствие Бога в каждой точке Вселенной и называл пространство «чувствилищем Бога» (лат. sensorium Dei)[1]. Эта пантеистическая идея объединяет в единое целое

[1] Кузнецов Б.Г. Ньютон. М.: Мысль. 1982. 175 стр.

научные, философские и богословские взгляды Ньютона, «все области ньютоновых интересов, от натурфилософии до алхимии, представляют собой различные проекции и одновременно различные контексты этой безраздельно владевшей им центральной идеи»[1]. Ньютон опубликовал (частично) результаты своих теологических исследований в конце жизни, однако, начались они гораздо раньше, не позднее 1673 года[2]. Ньютон предложил свой вариант библейской хронологии, оставил работы по библейской герменевтике, написал комментарий на Апокалипсис. Он изучил древнееврейский язык, исследовал Библию по научной методике, привлекая для обоснования своей точки зрения астрономические расчёты, связанные с солнечными затмениями, лингвистический анализ и т. п.[3] По его расчетам, конец света наступит не ранее 2060 года[4].

В 3-ю книгу «Начал» (начиная со 2-го издания) Ньютон поместил ряд методических правил, направленных против картезианцев:

“Правило I. Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений… природа ничего не делает напрасно, а было бы напрасным совершать многим то, что может быть сделано меньшим. Природа проста и не роскошествует излишними причинами вещей…

Правило IV. В опытной физике предложения, выведенные из совершающихся явлений с помощью наведения [индукции], несмотря на возможность противных им предположений, должны быть почитаемы за верные или в точности, или приближённо, пока не обнаружатся такие явления, которыми они ещё более уточняются или же окажутся подверженными исключениям”.

Как видно из этих правил, вера Ньютона вполне сочеталась с научной методологией, лёгшей в основание позитивизма.

Согласно концепции мироустройства Лапласа, если мы что-то ещё не знаем, что-то не в состоянии предсказать, то это происходит лишь от недостатка информации о начальном состоянии объекта и законов его движения. Получив эту информацию, мы сможем точно рассчитать любое физическое, биологическое, социальное явление. Мало того, неопределённости, свободной воли, случайности в подобном мироустройстве вообще существовать не может. Каждая наша мысль, каждое действие, падение каждого осеннего листа, даже каждый вираж его в воздухе при падении абсолютно предопределён с первого мгновения существования Вселенной. Всё сцеплено жёсткой цепью причинно-следственных взаимодействий, выражаемых в физических формулах и рассчитываемых математически, подобно

---

[1] Дмитриев И.С. Неизвестный Ньютон: силуэт на фоне эпохи. СПб.: Алетейя. 1999. 784 стр.
[2] Акройд П. Исаак Ньютон. Биография. М.: КоЛибри, Азбука-Аттикус. 2011. 256 стр.
[3] Кузнецов Б.Г. Ньютон. М.: Мысль. 1982. 175 стр.
[4] Карцев В.П. Ньютон. М.: Мол. гвардия. 1987. 415 стр.

расчету траекторий движения планет. “*Мы должны рассматривать современное состояние вселенной как результат предшествующего состояния и причину последующего. Разум, который для какого-то данного момента времени знал бы все силы, действующие в природе, и относительное расположение ее частей, если бы он, кроме того, был достаточно обширен, чтобы подвергнуть эти данные анализу, обнял бы в единой формуле движения самых огромных тел во вселенной и самого легкого атома. Для него не было бы ничего неясного, и будущее, как и прошлое, было бы у него перед глазами... Кривая, описываемая молекулой воздуха или пара, управляется столь же строго и определенно, как и планетные орбиты; между ними лишь та разница, что налагается нашим неведением.” Пьер-Симон, маркиз де Лаплас*.

В наши дни философия полного детерминизма Лапласа уступила место точке зрения Анри Пуанкаре, принимающей существование принципиальной непредсказуемости, случайности в объективной, физической реальности. Казалось бы, откуда ей взяться, неужели что-то в объективном мире не подчиняется физическим законам, описываемым точными математическими формулами и потому подвластным точному расчёту? С другой стороны, согласитесь, интуитивно точка зрения Лапласа большинству из нас кажется абсурдистской, мы интуитивно принимаем присутствие случайности в этом мире, к тому же нам трудно согласиться с отсутствием в нас необусловленной свободной воли. Бытиё, как заводная игрушка, предопределённое от первого мига существования мироздания до последнего, субъективно представляется нам бессмысленным.

Противопоставление ощущаемой человеком свободы выбора и полной детерминированности физического бытия Уильям Джеймс назвал «дилеммой детерминизма». Можно поставить вопрос о существовании трёх типов неопределённости, непредсказуемости: непредсказуемость в связи с отсутствием необходимых для точного расчёта данных о начальном состоянии исследуемого явления и законов, описывающих его развитие, этот тип неопределённости – единственный, принимаемый философией Лапласа; непредсказуемость действий разумного одухотворённого существа, исходящая из принципиальной свободы его духа, необусловленности и неподчинения причинно-следственным связям материального мира какой-то части его духовного существа, его сознания и воли, доминирование сознания над бытиём, признание такой неопределённости характерно для религиозного мировоззрения; и, наконец – третий тип возможной непредсказуемости истекает из принципиальной невозможности с полной точностью задать начальное состояние описываемого объёкта. Для того чтобы на бесконечно долгий промежуток времени предсказать поведение объекта, необходимо задать его начальное состояние с бесконечной точностью, с точностью до бесконечного количества знаков после запятой – как бы для фиксации такой точности нам не

потребовалась вся Вселенная... На последний тип неопределённости и ссылается философия Пуанкаре, находя в ней долгожданную свободу, сокрушение оков абсолютной предопределённости бытия. Детерминизм Лапласа был торжеством научного мировоззрения XVIII-XIX веков, устраняющего из картины мира лишние сущности религиозной мифологии, но к концу XIX – началу XX века позитивизм, оставшись незыблемым в основных своих положениях (поскольку любой исследователь в поисках истины всегда будет опираться на объективное экспериментально-эмпирическое знание), дополнился более сложными научно-мировоззренческими концепциями, в частности, Пуанкаре был приверженцем конвенционализма.



Рис. 1.1. Пьер-Симон де Лаплас

Пьер-Симон де Лаплас (фр. Pierre-Simon de Laplace; 23 марта 1749 – 5 марта 1827) (рис. 1.1) – французский математик, механик, физик и астроном; известен работами в области небесной механики, дифференциальных уравнений, один из создателей теории вероятностей. Заслуги Лапласа в области чистой и прикладной математики и, особенно, в астрономии огромны: он усовершенствовал почти все отделы этих наук. Лаплас состоял членом шести Академий наук и Королевских обществ, в том числе Петербургской Академии (1802). Его имя внесено в список величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни. Родился Лаплас в крестьянской семье в Бомон-ан-Ож, в нормандском департаменте Кальвадос. Учился в школе бенедиктинцев, из которой вышел, однако, убеждённым атеистом. Состоятельные соседи помогли способному мальчику поступить в университет города Кан (Нормандия). В 1773 году, виртуозно применив математический анализ, Лаплас доказал, что орбиты планет устойчивы, и их среднее расстояние от Солнца не меняется от взаимного влияния (хотя испытывает периодические колебания). Даже Ньютон и Эйлер не были в этом уверены. Правда, позже выяснилось, что Лаплас не принял во внимание приливное трение, замедляющее вращение, и другие важные факторы. За эту работу 24-летний Лаплас был избран членом (адъюнктом) Парижской Академии наук. В 1785 году Лаплас становится действительным членом Парижской Академии наук. В этом же году, на одном из экзаменов, Лаплас высоко оценивает знания 17-летнего абитуриента Бонапарта. Впоследствии их отношения были неизменно тёплыми. В революционные годы Лаплас принял руководящее участие в работах комиссии по введению метрической системы, возглавлял Бюро долгот (так назывался французский Астрономический институт) и читал лекции в Нормальной школе. На всех этапах бурной политической жизни тогдашней Франции Лаплас никогда не вступал в конфликты с властями, которые почти неизменно осыпали его почестями. Простонародное происхождение Лапласа не только предохранило его от репрессий революции, но и позволило занимать высокие должности. Хотя никаких политических принципов у него не было (впрочем, возможно, именно поэтому). В 1796 году выходит его «Изложение системы мира» – популярный очерк результатов, позднее опубликованных в «Небесной механике», без формул и ярко изложенный. В 1799 году вышли первые два тома главного труда Лапласа – классической «Небесной механики» (именно Лаплас ввёл этот термин). В

монографии излагается движение планет, их формы вращения, приливы. Работа над монографией продолжалась 26 лет: том III вышел в 1802 году, том IV – в 1805-м, том V – в 1823-1825 гг. Стиль изложения был излишне сжатым, множество выкладок автор заменял словами «легко видеть, что…». Однако глубина анализа и богатство содержания сделали этот труд настольной книгой астрономов XIX века. В «Небесной механике» Лаплас подвел итоги как собственным исследованиям в этой области, так и трудам своих предшественников, начиная с Ньютона. Он дал всесторонний анализ известных движений тел Солнечной системы на основе закона всемирного тяготения и доказал её устойчивость в смысле практической неизменности средних расстояний планет от Солнца и незначительности колебаний остальных элементов их орбит. Наряду с массой специальных результатов, касающихся движений отдельных планет, спутников и комет, фигуры планет, теории приливов и т. д., важнейшее значение имело общее заключение, опровергавшее мнение (которое разделял и Ньютон), что поддержание настоящего вида Солнечной системы требует вмешательства каких-то посторонних сверхъестественных сил. В одном из примечаний к этой книге Лаплас мимоходом изложил знаменитую гипотезу о происхождении Солнечной системы из газовой туманности, ранее высказанную Кантом.

Наполеон наградил Лапласа титулом графа Империи и всеми мыслимыми орденами и должностями. Он даже пробовал его на посту министра внутренних дел, но спустя шесть недель предпочёл признать свою ошибку. Лаплас внёс в управление, как выразился позднее Наполеон, «дух бесконечно малых», то есть мелочность. Титул графа, данный ему в годы империи, вскоре после реставрации Бурбонов Лаплас сменил на титул маркиза и члена палаты пэров.

Лаплас был приверженцем абсолютного детерминизма. Он постулировал, что если бы какое-нибудь разумное существо смогло узнать положения и скорости всех частиц в мире в некий момент, оно могло бы совершенно точно предсказать все мировые события. Такое гипотетическое существо впоследствии было названо демоном Лапласа.

– Вы написали такую огромную книгу о системе мира и ни разу не упомянули о его Творце!

– Сир, я не нуждался в этой гипотезе.

(– Newton a parlé de Dieu dans son livre. J'ai déjà parcouru le vôtre et je n'y ai pas trouvé cenom une seule fois.

– Citoyen premier Consul, je n'ai pas eu besoin de cete hypothèse.)

Диалог Лапласа с Наполеоном (франц.)

Согласно французской википедии, Ньютон, считая, что вековые возмущения, которые он изложил в своей теории, в конечном итоге, в долгосрочной перспективе должны уничтожить Солнечную систему сказал, что Бог вынужден вмешиваться время от времени, чтобы восстановить порядок в Солнечной системе. Это была гипотиза предложенная Ньютоном в виду неполноты знаний о процессах, поддерживающих стабильность нашего мира. Но более проработанная теория Лапласа уже была лишена такого недостатка.

Анализ диалога подтверждает, что, по-видимому, дискуссия шла не о существовании Бога, но о необходимости его прямого и специального вмешательства, чтобы сохранить порядок в мироздании. Вопреки легенде, Лаплас не был атеистом. Он писал своему сыну, 17 июня 1809: "Я молюсь, чтобы Бог присуствовал в вашей жизни, и в вашем разуме" ("***Je prie Dieu qu'il veille sur tes jours. Aie-Le toujours présent à ta pensée, ainsi que ton père et ta mère***") . Он умер христианином, в окруженнии двух католических священников, получив последние таинства Церкви.[1-4]

---

[1] Воронцов-Вельяминов Б. А. Лаплас. М.: Наука. 1985. 288 стр.

[2] Сост. Н. Ф. Болдырева Коперник. Галилей. Кеплер. Лаплас и Эйлер. Кетле: Биографические повествования. Челябинск: Урал. 1997. 452 стр.

[3] Laplace P. S. Le Systeme du Monde. Paris. 1795. 305 p.

[4] Лаплас П. С. Изложение системы мира. Л.: Наука. 1982. 376 стр.

Демон Лапласа – мысленный эксперимент, предложенный в 1814 году Пьером-Симоном Лапласом, а также главный персонаж этого эксперимента – вымышленное разумное существо, способное, восприняв в любой данный момент времени положение и скорость каждой частицы во Вселенной, узнавать её эволюцию как в будущем, так и в прошлом. Лаплас придумал это существо для наглядной демонстрации степени нашей неосведомленности и потребности в статистическом описании некоторых реальных процессов в окружающем мире.

Проблематика демона Лапласа связана не с вопросом о том, возможно ли детерминистическое предсказание хода событий в действительности, на практике (de facto), а в том, возможно ли оно в принципе, теоретически (de jure). Именно такая возможность заключена в механистическом описании с его характерным дуализмом, основанным на динамическом законе и начальных условиях. То, что развитием динамической системы управляет детерминистический закон (хотя на практике наше незнание начальных состояний исключает всякую возможность детерминистических предсказаний), позволяет «отличать» объективную истину о системе, какой она представлялась бы демону Лапласа, от эмпирических ограничений, вызванных нашим незнанием. Лаплас был твердым сторонником каузального (лат. causalis – причинность) детерминизма, суть которого можно выразить таким отрывком из ***Essai philosophique sur les prob-abilités***: "Мы можем рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие его прошлого и причину его будущего. Разум, которому в каждый определённый момент времени были бы известны все силы, приводящие природу в движение, и положение всех тел, из которых она состоит, будь он также достаточно обширен, чтобы подвергнуть эти данные анализу, смог бы объять единым законом движение величайших тел Вселенной и мельчайшего атома; для такого разума ничего не было бы неясного и будущее существовало бы в его глазах точно так же, как прошлое."[1]

Жюль Анри Пуанкаре (фр. ***Jules Henri Poincaré***; 29 апреля 1854 – 17 июля 1912) (рис. 1.2) – французский математик, механик, физик, астроном и философ. Глава Парижской академии наук (1906), член Французской академии (1908) и ещё более 30 академий мира, в том числе иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1895). Историки причисляют Анри Пуанкаре к величайшим математикам всех времён. Он считается, наряду с Гильбертом, последним математиком-универсалом, учёным, способным охватить все математические результаты своего времени. Его перу принадлежат более 500 статей и книг. «Не будет преувеличением сказать, что не было такой области современной ему математики, „чистой" или „прикладной", которую бы он не обогатил замечательными методами и результатами»[2].

Рис. 1.2. Жюль Анри Пуанкаре

Среди его самых крупных достижений:
- Создание топологии.
- Качественная теория дифференциальных уравнений.
- Теория автоморфных функций.
- Разработка новых, чрезвычайно эффективных методов небесной механики.

---

[1] Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. Пер. с англ. Общ. ред. Аршинова В.И., Климонтовича Ю.Л., Сачкова Ю.В. М.: Прогресс. 1986. 123 стр.

[2] Тяпкин А.А., Шибанов А.С. Пуанкаре. 2-е издание. М.: Молодая гвардия. 1982. 415стр.

- Создание математических основ теории относительности.
- Наглядная модель геометрии Лобачевского.

Анри Пуанкаре родился 29 апреля 1854 года в Нанси (Лотарингия, Франция). Его отец, Леон Пуанкаре (1828 – 1892), был профессором медицины в Университете Нанси. Среди родственников Пуанкаре имеются и другие знаменитости: кузен Раймон стал президентом Франции (с 1913 по 1920 год), другой кузен, известный физик Люсьен Пуанкаре был генеральным инспектором народного просвещения Франции, а с 1917 по 1920 год – ректором Парижского университета.

В августе 1900 года Пуанкаре руководил секцией логики Первого Всемирного философского конгресса, проходившего в Париже. Там он выступил с программным докладом «О принципах механики», где изложил свою конвенционалистскую философию: принципы науки суть временные условные соглашения, приспособленные к опыту, но не имеющие прямых аналогов в реальности. Эту платформу он впоследствии детально обосновал в книгах «Наука и гипотеза» (1902), «Ценность науки» (1905) и «Наука и метод» (1908). В них он также описал своё видение сущности математического творчества, в котором главную роль играет интуиция, а логике отведена роль обоснования интуитивных прозрений.

Творческий метод Пуанкаре опирался на создание интуитивной модели поставленной проблемы: он всегда сначала полностью решал задачи в голове, а затем записывал решение. Пуанкаре обладал феноменальной памятью и мог слово в слово цитировать прочитанные книги и проведённые беседы (память, интуиция и воображение Анри Пуанкаре даже стали предметом настоящего психологического исследования). Кроме того, он никогда не работал над одной задачей долгое время, считая, что подсознание уже получило задачу и продолжает работу, даже когда он размышляет о других вещах. Свой творческий метод Пуанкаре подробно описал в докладе «Математическое творчество» (парижское Психологическое общество, 1908).

Детерминизм (лат. determinare – определять, ограничивать) – учение о взаимосвязи и взаимообусловленности происходящих процессов и явлений, доктрина о всеобщей причинности. Детерминизм называют учением о том, что все происходящие в мире события, включая ход человеческой жизни, определены богом (теологический детерминизм, или учение о предопределении), или явлениями природы (космологический детерминизм) для свободы, как и для ответственности, не остаётся места. В таком свете детерминизм может быть также определен как тезис, утверждающий, что имеется только одно, точно заданное, возможное будущее. Детерминизм может перейти, при неполном истолковании, в фатализм, противоположностью детерминизма является индетерминизм[1-3].

Конвенционализм (от лат. conventio – договор, соглашение) – философская концепция, согласно которой научные понятия и теоретические построения являются в основе своей продуктами соглашения между учёными. Они должны быть внутренне непротиворечивы и соответствовать данным наблюдения, но не имеет смысла требовать от них, чтобы они отражали истинное устройство мира. Следовательно, все непротиворечивые научные (а также философские) теории в равной степени приемлемы и ни одна из них не может быть признана абсолютно истинной.

[1] Купцов В.И. Детерминизм и вероятность. М.: Политиздат. 1976. 256 стр.
[2] Лукасевич Я. О детерминизме // Философия и логика Львовско-Варшавской школы: [Антол.]. Кол. авт. Институт философии РАН. Отв. ред. Шульга Е.Н. М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН). 1999. 407 стр.
[3] Иванов В. Г. Детерминизм в философии и физике. Л.: Наука. 1974. 183 стр.

Точку неопределённости, точку неустойчивого равновесия системы можно представить как шарик, лежащий на острие карандаша: любое небольшое воздействие должно его столкнуть в ту или другую сторону. Теперь представьте себе бесконечно тонкое острие и бесконечно точно уравновешенный на нём шарик, момент равновесия и взаимной аннигиляции воздействий, направленных в противоположные

Гносеологическим основанием конвенционализма является возможность использовать различные теоретические средства для исследования того или иного явления и его теоретической реконструкции. Так, можно до известной степени произвольно выбирать единицы измерения физических величин (измерять расстояния в футах, метрах или парсеках), представлять процесс с помощью системы дифференциальных уравнений или графика. Основная идея конвенционализма встречается уже в античности и в эпоху Возрождения. Современный конвенционализм берет начало в работах Э. Маха, П. Дюгема и, в наиболее явной форме – Анри Пуанкаре. Согласно Пуанкаре, основные положения любой научной теории не являются ни синтетическими истинами a priori, ни отражением реальности a posteriori. Они суть соглашения, единственным абсолютным условием которых является непротиворечивость. Выбор тех или иных положений из множества возможных диктуется практическими соображениями: потребностью в максимальной простоте теорий и необходимостью успешного их использования. При появлении более эффективных конвенций старые отвергаются.

Несмотря на то, что конвенционализм был направлен против позитивизма, он был принят неопозитивистами, так, К. Айдукевич предложил так называемый радикальный конвенционализм, согласно которому в научной теории вообще нет неконвенциональных элементов. Доведенный до логического конца радикальный конвенционализм является самопротиворечивым понятием, поскольку объявляет конвенцией в том числе самого себя. К. Поппер считал, что конвенционален сам выбор базисных (опытных) предложений теории[1-2].

Позитивизм (фр. positivisme, от лат. positivus – положительный) – философское учение и направление в методологии науки, определяющее единственным источником истинного, действительного знания эмпирические исследования и отрицающее познавательную ценность философского исследования. Основной тезис: все подлинное (позитивное) знание – совокупный результат специальных наук.

Сложная система – система, состоящая из множества взаимодействующих составляющих (подсистем) и имеющая свойства, которые не могут быть сведены к свойствам подсистемного уровня. Одним из наиболее трудных моментов при всех попытках математического описания сложных систем является формализация понятия сложности. Реальным сложным системам присущи многие характерные черты "сложности": большое число элементов, из которых состоит система; многообразие возможных форм связи элементов системы между собой; сложное функционирование; иерархичность структуры и т. д.[3-4]

---

1 Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: Мир. 1984. 446 стр.

2 Пуанкаре А. О науке. Пер. с фр. под ред. Понтрягина Л.С. 2-е изд., стер. М.: Наука. 1990. 736 стр.

3 Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. М.: Сов. Радио. 1973. 441 стр.

4 Кузюрин Н.Н.. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика». 2007. 612 стр.

стороны, на какой-то момент возникает в любой неустойчивой системе, выбирающей путь дальнейшего развития; в эти моменты система чувствительна к бесконечно малым воздействиям, кто знает, что приходит в неустойчивую систему из этой бесконечности? Признание принципиальной непредсказуемости поведения даже простых физических систем, в сущности, и стало основой новой научной парадигмы, нового научного мировоззрения. Классической, линейной физики, математики, химии, биологии для познания мира оказалось недостаточно. Пришлось управляться не только с упорядоченным поведением, но и с хаосом, мало того, хаос, непредсказуемость, свобода выбора оказались необходимы для процессов самоорганизации, лежащих в основе эволюции и привёдших к появлению всех сложных систем, включая биологическую жизнь. Выяснилось, что без методологии исследования хаоса, неопределённости невозможно познать и смоделировать процесс естественной эволюции, который всегда есть игра детерминированного бытия на границах хаоса.

Согласно теории сложных систем Джея Форрестера[1] сложные системы обладают следующими свойствами: 1. контринтуитивность; 2. удивительная нечувствительность к изменениям многих параметров системы; 3. резистентность к административным новшествам; 4. наличие точек влияния часто в неожиданных местах, которые являются источником сил, способных изменить баланс в системе; 5. противодействие и компенсация прикладываемых извне усилий путём снижения темпа соответствующего действия, генерируемого внутри системы (корректирующая программа сильно амортизируется, так как значительные усилия её расходуются на возмещение потери внутреннего действия); 6. отдалённая (долгосрочная) реакция на какое-либо административное нововведение часто оказывается прямо противоположной немедленной (краткосрочной) реакции на это нововведение.

Признание невозможности построить достоверную картину мира без исследования хаоса и самоорганизации материи привело к смене научной парадигмы, породившей синтетическое, междисциплинарное направление исследований, названное синергетикой, предметом изучения которой и являются процессы хаоса и самоорганизации.

В развитии науки можно условно выделить несколько тенденций: это, во-первых, переход от описания формы к познанию сущности исследуемых процессов и явлений, и, во-вторых, движение от статичной картины мира к динамической. Вышеназванные тенденции взаимосвязаны, так как чем глубже взор проникает в суть устройства мироздания, тем, как правило, более динамична возникающая перед нами картина. Наука начиналась с описания и классификации: если говорить об изучении биологической жизни, можно привести в качестве

[1] Форрестер Джей. Динамика развития города. М.: Прогресс. 1974. 281 стр.

примера лестницу живых существ Аристотеля, многотомные труды – собрания всех известных исследователю существ, причём как реальных, так и мифических. (Конечно, все глубоко мыслящие исследователи задавались вопросом о законах и причинах существования, но из-за недостатка знаний многое из воззрений описательного периода науки теперь имеет лишь историческую ценность). Постепенно накапливаемые человечеством знания позволили ставить вопрос не только о том, что можно наблюдать в окружающем мире, но и как устроено, как возникает и функционирует то, что они наблюдают. Познание устройства изменило и принципы описания и классификации, привело к появлению естественных классификационных схем и методологии описания, отражающей реальную сущность явления. Ответом на вопрос «как» послужило открытие фундаментальных законов мироздания: закона всемирного тяготения Ньютона, теории относительности Эйнштейна, законов наследственности Менделя, периодической системы элементов Менделеева. Когда причинно-следственные взаимосвязи в ряде наук, каждая из которых исследовала свою грань реальности, стали более или менее проясняться, возникло стремление к созданию единой картины мира, ведь логика причинно-следственных взаимодействий едина, значит, из формул описывающих движение материи в одной сфере можно вывести формулы, описывающие движение материи в сфере другой. Если законы, описывающие разные формы и уровни движения материи, противоречат друг другу, то остаётся лишь признать, что какие-то из этих законов не верны. Пример таких противоречащих друг другу теорий: теория относительности и классическая квантовая физика. Каждая из этих теорий описывает явления, исследуемые в своей сфере, с колоссальной точностью, но попытки соединить их приводят к абсурдным результатам; это значит, необходимо искать новую торию, которая бы описывала исследуемые феномены столь же хорошо, но была при этом более универсальной. В примере с теорией относительности и квантовой физикой наиболее вероятный кандидат на универсальную теорию – теория суперструн. Гипотетический конечный этап всеобщего научного объединения – комплекс универсальных теорий, описывающих любые формы движения материи и гладко выводимых друг из друга. Конечно, до этого научному миропознанию ещё далеко, многие естественные и большинство гуманитарных наук пока что находятся на описательной стадии своего развития. В физике же такая универсальная теория, объединяющая всю физическую картину мира и называемая «Теорией всего» уже существует, правда, скорее, как идея, но ей уже посвящено немало работ.

Раньше учёных интересовало лишь строение, устройство, принципы организации существующих и исследуемых явлений, но не их возникновение, не их создание (хотя, конечно, для познания устройства вопрос возникновения – это вопрос первостепенной важности). Вопрос возникновения более глубок, сложен, чем вопрос описания уже

существующего. Этот вопрос уже предполагает переход от описания статической формы к познанию динамики процесса. Лестница существ Аристотеля была неподвижна. Лестница живых существ Лейбница была создана богом и также в целом неизменна, но некоторые наблюдения в дикой природе и за процессами селекции уже позволили предположить возможность некоторой трансформации существ, созданных богом и возникновение одного вида существ из другого, близкого ему. Правда, незнание законов изменчивости породило мифические воззрения о прямом порождении существами одного вида существ другого.

Ещё более динамичная картина мира, картина подлинного развития природы создавалась французскими материалистами XVIII века, особенно Дени Дидро. Первым среди натуралистов и философов, кто не мимоходом, не в связи с обсуждением других вопросов, а специально обратился к изучению проблемы эволюции, был Жан-Батист Ламарк. Теория эволюции Чарльза Дарвина, объяснив объективные законы биологической эволюции, ставшие фундаментом всей биологии и превратившие биологию из скопления фактов в науку, окончательно ввела в научное мировоззрение шкалу времени. Большинство процессов, исследуемых наукой классического периода, типа простых механических движений, не нуждались в шкале времени, поведение объекта можно было рассчитать как в прошлое, так и в будущее с одинаковой лёгкостью. Эволюция живых существ, как оказалось, не такова: эволюционный процесс оказался однонаправленным и необратимым, живые существа могут потерять и вновь приобрести в эволюции какой-либо признак, но вновь приобретенный признак не будет точной эволюционной копией утраченного, эволюция не пойдёт вторично однажды пройденным путём, хотя бы потому, что эволюционное приобретение основывается на естественном отборе ряда случайно возникающих генетических мутаций. Возникновение точно такого же ряда мутаций, какое случилось уже однажды, статистически невозможно, это основа однонаправленности. Статистически невозможно также возникновение ряда обратных мутаций, откатывающих эволюцию «след в след» по уже пройденному пути, это основа необратимости. Почему же шкала времени появилась впервые в биологии? Очевидно, потому, что биология исследует столь сложные системы, каковыми являются все живые системы на всех уровнях своей организации, что физика, химия, математика, другие точные науки лишь только в наше время делают попытки исследовать их с тем уровнем достоверности, который в этих науках принят, и то лишь дойдя до описания «сферического коня в вакууме». По мнению Резерфорда: «Есть только одна наука – математика, остальные – собирание марок». Действительно, математика – основа современного научного миропознания, язык логики, познающий точные причинно-следственные взаимосвязи объективного мира. Но сложность живых систем не позволяет описать или смоделировать их

на языке математики с точностью, принятой в физике, оперировавшей всегда моделями гораздо более простых систем. Физик, пытающийся построить модель даже сравнительно простого элемента живой системы, всегда становится перед выбором: либо создать сравнительно точную, по физическим меркам, модель, но такая модель будет иметь мало общего с реально существующей системой, ибо будет исключать великое множество нюансов реального функционирования системы и её взаимодействия с окружающей средой, т.е. это будет моделирование частного, узкого аспекта поведения системы; либо физик может построить общую модель функционирования системы, но она будет иметь такие широкие допуски, что с точки зрения физика будет практически недостоверна. Даже для моделирования отдельных биомолекул и их комплексов сегодня используются мощности только появляющихся суперкомпьютеров, а ведь биомолекулы – это ещё даже не элементарный уровень живого, отдельные биомолекулы не обладают свойством жизни, лишь клетка в целом является элементарной единицей живого. Такая сложность объектов биологических исследований держала биологию на стадии описательной науки до конца XX века. Но эта же сложность позволила разглядеть шкалу времени именно в поведении биосистем, причём как в эволюции, так и в индивидуальном развитии.

Сегодня же эволюционная парадигма распространилась на общее представление об истории мироздания, биологическая эволюция представляется лишь частным этапом эволюции Вселенной, ей предшествовала эволюция физическая (началась с момента Большого взрыва, время формирования элементарных частиц, первых атомов), эволюция астрономическая (появление звёзд, планет, галактик), эволюция химическая (возникновение сложных, в том числе органических, молекул на поверхности Земли, сложивших субстрат для зарождения жизни), далее следует эволюция биологическая, которая на сегодняшнем этапе породила эволюцию культурную, реализующуюся в человеческом обществе. Эволюция Вселенной разворачивалась поэтапно, при этом имеется различие между двумя мега-фазами эволюции Вселенной. В первой фазе, продолжавшейся от Большого взрыва и начального распада кварк-глюонной плазмы до образования звезд и синтеза в их недрах тяжелых элементов, процессы самоорганизации не требовали внешнего источника энергии. Эволюция при этом происходила с замедлением: временные интервалы между появлением качественно новых структур последовательно увеличивались. Возникновение тяжелых элементов изменило механизм самоорганизации: для их соединения, в отличие от соединения легких элементов, требуется энергия извне. Это ознаменовало переход ко второй мега-фазе универсальной эволюции, которая включает предбиологические химические процессы, возникновение жизни и

общества. Началась активная конкуренция за источники свободной энергии, взаимодействие между сложными образованиями приобрело новые измерения, и замедление исторического времени сменилось неуклонным ускорением. Предшествующие этапы эволюции всё ещё продолжаются, они не окончились и, видимо, никогда не окончатся, но каждый последующий этап эволюции возникает на фундаменте предыдущего как надстройка, имеющая качественно новые свойства, и в процессе каждого последующего этапа возникают структуры, многократно превосходящие по своей сложности все структуры предыдущего этапа эволюции. Структуры предыдущих этапов эволюции служат базисом для последующих. Так, живые системы состоят из элементарных частиц (физический этап), объединённых в молекулы (химический этап), их существование напрямую зависит от таких физических условий созданных на планете Земля, как температура, гравитация, минеральный состав среды (астрономический этап). Но жизнь создаёт свою структурную сложность, не являясь «суммой сложностей» составляющих её компонентов, поэтому и законы, управляющие жизнью, не редуцируемы до физико-химического уровня. Справедливости ради надо сказать, что материалистические идеи физической и астрономической эволюции мироздания предшествовали появлению теории биологической эволюции, в качестве примера можно привести «Всеобщую естественную историю и теорию неба» Имануила Канта, вышедшую в 1755 году, но подобные работы не раскрывали всеобщих фундаментальных законов эволюции того уровня организации материи, который рассматривали, это были философские трактаты, каковые можно встретить во многих культурах многих эпох.

Хотя эволюционную парадигму окончательно привнесла в научное мировоззрение биология, шкала времени изначально появилась в одном разделе классической физики: в термодинамике. Согласно второму закону термодинамики, энтропия мира стремится к максимуму. Это значит, что энергия рассеивается, сложное распадается до простого, хаос неизбежно овладевает миром. Остывший чайник не станет горячим самопроизвольно, капля чернил, растворённая в банке с водой, не соберётся назад в каплю. Но направленность процессов, изучаемых термодинамикой, должна приводить к результатам отличным от тех, которые мы наблюдаем в окружающем нас мире. В процессе эволюции, наоборот, появляются всё более сложные, совершенные и высокоупорядоченные системы. Творения природы и человека поражают своей сложностью и совершенством. Это кажущееся противоречие реальности эволюционирующей вселенной и второго начала термодинамики и должна разрешить синергетика.

Кроме того, эволюционные теории чаще всего объясняют процесс эволюции уже существующих систем и ничего не говорят об их возникновении. А классические теории самозарождения сложных

систем, особенно если это касается таких сверхсложных систем, как живые системы, плохо объясняют реальный процесс возникновения системы, теоретически описывая некоторые гипотетические аспекты этого процесса. Пользуясь этими теориями, нельзя реально запустить процесс зарождения, скажем, живой клетки, или точно смоделировать его на компьютере. Действительно работающая теория процессов самозарождения, самоорганизации, и методология, пытающаяся управлять этими процессами, появились лишь в синергетике. Сегодня вопросы самозарождения, самоорганизации, поддержания структурной сложности интересуют не только биологов. Новые вещества, обладающие невиданными ранее физическими и химическими свойствами, состоящие из сложнейших молекулярных структур будет выгодно синтезировать, только если найти методы их самосборки. Самосборка революционно упростит и удешевит процесс создания большого количества технических устройств, состоящих из однотипных деталей молекулярных размеров, таких как микропроцессоры или нанороботы. Вопросы воспроизводства машинами самих себя, самообучения, самоорганизации нейронных сетей – всё это требует также синергетического подхода. В политике государственным устройством отражающим старое научное мировоззрение, могла бы быть, пожалуй, диктатура, с её попыткой максимального контроля над каждым элементом системы, управление такой системой должно отбирать львиную долю её ресурсов, кроме того, такая система всегда будет искусственной. Демократическое устройство общества гораздо более органично с точки зрения синергетики, поскольку опирается на естественную самоорганизацию социума с учётом природы, потребностей и стереотипов поведения большинства. Синергетический подход предполагает умение находить критические точки в организации социума, приложение к которым небольшого по энергозатратам направленного воздействия будет поддерживать или перестраивать всю организацию социума в целом. К диссидентам, личностям, отрицающим существующую организацию общества или исповедующим взгляды и принципы, отличные от взглядов и принципов большинства, в развитых демократических странах подход чисто статистический. Небольшой процент альтернативной информации или взглядов не в состоянии изменить систему в целом, поэтому на противодействие бывает не целесообразно тратить ресурсы. Кроме того, статистический разброс мнений и моделей поведения, как и разнообразие признаков в популяции, делает систему более устойчивой к внешним и внутренним потрясениям, более лабильной в плане эволюционных изменений. Диктатуры стремятся к тотальному искоренению инакомыслия, что приводит к неоправданным энергозатратам. При приближении к 100% результату затраты усилий на его достижение увеличиваются в логарифмической прогрессии до бесконечности, согласно закону Парето,

который утверждает, что на достижение 80% результата требуется 20% усилий (рис. 1.3). Чем бы мы не занимались, изучали иностранный язык или истребляли инакомыслящих, на достижение 80% результата у нас уйдёт, допустим, 2 года. Далее, на достижения 90% результата (т.е. чтоб продвинуться вперёд всего на 10%) будет необходимо ещё 2 года, затем у нас уйдёт ещё 2 года, чтоб продвинуться вперёд на следующие 5% и т.д. 100% результат же недостижим никогда, поэтому всегда приходится искать компромисс между качеством и энергозатратами.

Правда, своя логика в страхе инакомыслия тут есть. Диктатура, как искусственная система организации социума, всегда неустойчива, и неустойчивость эта, вызванная накоплением ошибок внутри не самоорганизующейся, жёсткой, ригидной, механической системы постоянно нарастает, так что вскоре становится достаточно небольшого толчка для разрушения, перестройки всей системы.

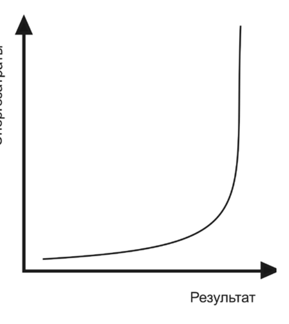


Рис. 1.3. Кривая зависимости результата от энергозатрат.

Чем отличаются устройства, созданные человеком, от живых структур? Во-первых, конечно, уровнем сложности. Но смогут ли существовать рукотворные творения, сделанные по таким же технологиям, как те, которые используются в сегодняшних машинах или компьютерах, имей они уровень сложности живых существ, а тем более, смогут ли они существовать в меняющейся, наполненной хаотичными дестабилизирующими влияниями внешней среде? Очевидно, нет. Перед проблемой сложности уже встали программисты. Когда программный код операционной системы составляет более 5 миллионов строк, а хороший программист делает 1 ошибку, которая остаётся незамеченной, на 100 строк кода, в программе должны накапливаться десятки тысяч неисправленных ошибок, которые делают программу нестабильной или вообще не функциональной. Особенно это актуально при использовании современными компаниями дешёвых индусских кодеров, получающих оплату построчно и вставляющих на каждую строку полезного кода сто строк мусора. Проблема накопления ошибок заставила программистов разработать систему "вычислений, ориентированных на восстановление" – ROC (recovery oriented computing), включающую в себя средства быстрой реанимации системы, создания программного обеспечения для оперативного поиска неполадок, реализацию функции отката действий пользователя и внедрение тестовых ошибок для тестирования поведения системы.[1]

[1] Paterson D.A., Brown A., Broadwell P., Candea G., Chen M., Cutler J., Enriquez P., Fox A., Kiciman E., Merzbacher M., Oppenheimer D., Sastry N., Tetzlaf W., Traupman J., Treuhaf N. Recovery-Oriented Computing (ROC): Motivation, Defnition, Techniques, and Case Studies. UC Berkeley Computer Science Technical Report. UCB//CSD-02-1175, March 15, 2002.

То же относится к современным техническим устройствам. Видимо, основы организации живых существ принципиально иные: сталкиваясь с разрушающими воздействиями внешней среды, случайными ошибками внутри собственного механизма, они могут компенсировать и исправлять их, не только оставаясь жизнеспособными, но ещё и приспосабливаясь, совершенствуясь, усложняясь в процессе эволюции. Разгадка жизнеспособности природных биосистем заключается в том, что эти системы – самоорганизующиеся сложные системы.

Сложные системы это многозвенные структуры большого порядка с нелинейной обратной связью, «порядок» системы определяется числом уравнений (то есть интегралов или состояний) в описании системы.

Можно выделить пять общих признаков сложной системы:

1. Сложные системы часто являются иерархическими и состоят из взаимозависимых подсистем, которые в свою очередь также могут быть разделены на подсистемы, и т.д., вплоть до самого низкого уровня. Архитектура сложных систем складывается и из компонентов, и из иерархических отношений этих компонентов.

2. Выбор, какие компоненты в данной системе считаются элементарными, относительно произволен и в большой степени оставляется на усмотрение исследователя. Низший уровень для одного наблюдателя может оказаться достаточно высоким для другого.

3. Внутрикомпонентная связь обычно сильнее, чем связь между компонентами. Это обстоятельство позволяет отделять "высокочастотные" взаимодействия внутри компонентов от "низкочастотной" динамики взаимодействия между компонентами.

4. Иерархические системы обычно состоят из немногих типов подсистем, по-разному скомбинированных и организованных.

Иными словами, разные сложные системы содержат одинаковые структурные части. Эти части могут использовать общие более мелкие компоненты, такие как клетки, или более крупные структуры, типа сосудистых систем, имеющиеся и у растений, и у животных.

5. Любая работающая сложная система является результатом развития более простой системы. В процессе развития системы объекты, первоначально рассматривавшиеся как сложные, становятся элементарными, и из них строятся более сложные системы.

Пригодна ли методология традиционной науки для исследования принципов строения самоорганизующихся систем, таких, как живые системы? Традиционная наука оперировала преимущественно аналитическими методами. Организм разрезается на ультратонкие срезы, раскладывается на отдельные биомолекулы, при этом редуцируется до пребиологического уровня. Но, даже если мы детально изучим свойства всех элементов самоорганизующейся системы, этого будет недостаточно для выяснения законов их взаимодействия, организации

в целое, для понимания природы возникновения, существования и эволюции целого. Целое больше суммы составляющих его частей, диалектический закон Гегеля о переходе количества в качество ярко проявляет себя в возникновении самоорганизующихся систем. Поэтому понимание природы таких систем требует иной методологии, во-первых, по преимуществу синтетической, объединяющей, а не аналитической, расчленяющей, а во-вторых, способной исследовать их в динамике, поскольку расчленение такой системы на временные статичные элементы разрушает её, замороженная жизнь перестаёт быть жизнью; жизнь, самоорганизация, это процесс, а не форма.

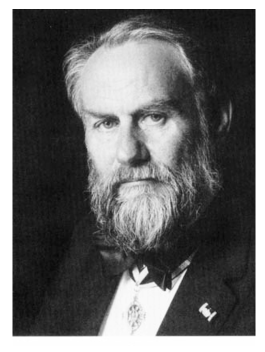
Если вы введёте в поисковой строке Google словосочетание «моделирование в биологии», то увидите, что большинство ссылок ведут на сайты, посвящённые синергетическому моделированию. Понимание процессов самоорганизации имеет ключевое значение для создания реальной искусственной жизни или точных компьютерных моделей, достоверно воспроизводящих жизнь в виртуальном пространстве.

Синергетика (от греч. συν- – приставка со значением совместности и ἔργον «деятельность» – «согласованное действие») – междисциплинарное направление науки, изучающее общие закономерности явлений и процессов в сложных неравновесных системах (физических, химических, биологических, экологических, социальных и других) на основе присущих им принципов самоорганизации. Синергетику можно рассматривать, как науку о коллективном поведении, организованном и самоорганизованном. Отдельные элементы системы организуются, словно управляемые невидимой рукой, с другой стороны, элементы системы, взаимодействуя друг с другом, сами же создают эту невидимую руку. Получается круг причинных связей, называющийся циклической причинностью: параметр порядка – та сила, которая упорядочивает поведение элементов в системе, организуя систему как целое, создаётся взаимодействием самих же элементов друг с другом.
Автором термина синергетика является Ричард Бакминстер Фуллер (Richard Buckminster Fuller, 1895–1983) – известный американский дизайнер, архитектор и изобретатель. Ч. Шеррингтон (Charles Scot Sherrington, 1857–1952) называл синергетическим, или интегративным, согласованное воздействие нервной системы (спинного мозга) при управлении мышечными движениями. Определение термина «синергетика», близкое к современному пониманию, ввёл Герман Хакен в 1977 году в своей книге «Синергетика». Иначе, синергетика – наука о самоорганизации, т.е. самопроизвольном возникновении пространственной и временной упорядоченности в открытых, нелинейных системах.

Открытые системы: системы обменивающиеся энергией, веществом и информацией с окружающей средой.

Нелинейное поведение: поведение, определяющееся

нелинейной зависимостью от переменных, математически описываемое нелинейными уравнениями. При изменении значения одной из переменных значения других переменных, характеризующих систему, могут меняться не пропорционально изменению первой, часто бывает трудно предсказать, как поведёт себя нелинейная система при изменении, добавлении или изъятии одного из составляющих: это может привести


Рис. 1.4. Хакен Герман

Хакен Герман (Hermann Haken, род. 12 июля 1927г.) (рис. 1.4) – немецкий физик-теоретик, основатель синергетики. Изучал физику и математику в университетах Галле (1946–1948) и Эрлангена (1948–1950), получив степени доктора философии и доктора естественных наук. С 1960 г. по 1995 г. являлся профессором теоретической физики университета Штутгарта. До ноября 1997 г. был директором Института теоретической физики и синергетики университета Штутгарта. С 1995 г. является почетным профессором и возглавляет Центр синергетики в этом институте, а также ведет исследования в Центре по изучению сложных систем в университете Флориды (Бока Рэтон, США). Основатель и редактор шпрингеровской серии по синергетике.

Труды:

Хакен Г. Синергетика. М.: Мир. 1980. 406 стр.

Хакен Х. Квантополевая теория твёрдого тела. М.: Наука. 1980. 344 стр.

Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир. 1985. 424 стр.

Хакен Г. Лазерная светодинамика. М.: Мир. 1988. 350 стр.

Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным явлениям. М.: Мир. 1991. 240 стр.

Хакен Г. Принципы работы головного мозга: Синергетический подход к активности мозга, поведению и когнитивной деятельности. М.: PerSe. 2001. 353 стр.

Хакен Г. Тайны восприятия. Синергетика как ключ к мозгу. Ижевск: ИКИ. 2002. 272 стр.

Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. Ижевск: ИКИ. 2003. 320 стр.

Параметр порядка – термодинамическая величина, характеризующая дальний порядок в среде, возникающий в результате спонтанного нарушения симметрии при фазовом переходе. Равновесный параметр порядка равен нулю в неупорядоченной фазе и отличен от нуля в упорядоченной[1].

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. Теоретическая физика. Статистическая физика. Часть I. Т. V. 3-е изд., испр. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1976. 584 стр.

к коллапсу или полному изменению всей системы, а может не оказать на систему практически никакого эффекта. Вообще, идея нелинейности включает в себя многовариантность, альтернативность выбора путей эволюции и её необратимость. (Линейная динамическая система, в отличие от нелинейной, функционирует вблизи одного стационарного состояния, не зависящего от времени – как, например, свободное колебание маятника). Подсистемы линейной системы слабо взаимодействуют между собой и практически независимо входят в систему. Изменение ответа линейной системы на внешнее воздействие почти пропорционально этому воздействию. Линейные системы обладают свойством аддитивности, при котором целая система сводима к сумме составляющих её частей.

Системы, исследуемые нелинейной наукой, также называются сложными, или эмерджентными (emerge – возникать), их свойства не сводимы к свойствам компонентов, они проявляют, при своём возникновении, вновь возникающие или эмерджентные черты, новые свойства, которые практически не проявляются у компонентов системы, исследуемых в отдельности.

В дальнейшем мы увидим, что закономерности возникновения порядка из хаоса ничуть не зависят от материального субстрата, ставшего сценой для наблюдаемых событий. В этом смысле лазер ведёт себя так же, как и группа клеток или конвекционные потоки жидкости. Очевидно, мы здесь имеем дело с проявлением одного и того же феномена. Мы обнаруживаем, что коллективное поведение отдельных индивидуумов (будь это атомы, молекулы, клетки, животные или люди) определяется ими же самими в ходе их взаимодействия друг с другом: через конкуренцию, с одной стороны, и кооперацию, с другой. Все жизненные процессы, начиная с внутриклеточных и заканчивая теми, что происходят в человеческом обществе, неизменно связаны и переплетены друг с другом, причём все участвующие в этих процессах элементы прямо или опосредованно взаимодействуют между собой. Таким образом, мы постоянно имеем дело с чрезвычайно сложными, комплексными системами. Однако синергетические модели, описывающие процессы самоорганизации, часто оказываются много проще классических физических моделей, так как нам не нужны исчерпывающие сведения обо всех нюансах строения и поведения элементов системы, мы редуцируем степень сложности системы, исследуя только параметры порядка. В этом нам помогает то обстоятельство, что параметры порядка проявляются при макроскопических изменениях в поведении системы и представляют собой величины долгоживущие.

Общность принципов самоорганизации делает синергетику междисциплинарной областью исследований, синергетический подход используется во всех естественных, гуманитарных, точных

науках, изучающих процессы, протекающие в сложных системах. Но изначально синергетика, которую иначе ещё называют “nonlinear science”, или наука, исследующая нелинейные явления, появилась как область физико-математических исследований, поэтому теоретический фундамент синергетики включает в себя такие направления, как нелинейная неравновесная термодинамика, теория катастроф, теория групп, тензорный анализ, дифференциальная топология, неравновесная статистическая физика, теория динамического хаоса, фрактальная геометрия. Сегодня исследователь в области естественных наук может рассматривать синергетику как комплекс методологий, позволяющих исследовать сложные структуры и процессы, и эти методологии доступны для понимания и использования и биологу, и химику, и гуманитарию, не имеющих фундаментального физического образования. Конечно, использование этих методологий предполагает освоение общих принципов синергетики. Существуют несколько школ, в рамках которых развивается синергетический подход:

Первая школа, это школа нелинейной оптики, квантовой механики и статистической физики Германа Хакена, с 1960 года профессора Института теоретической физики в Штутгарте. В 1973 году он объединил большую группу учёных вокруг шпрингеровской серии книг по синергетике, в рамках которой к настоящему времени увидели свет 69 томов с широким спектром теоретических, прикладных и научно-популярных работ, основанных на методологии синергетики: от физики твёрдого тела и лазерной техники и до биофизики и проблем искусственного интеллекта.

Второй школой стоит упомянуть физико-химическую и математико-физическую Брюссельскую школу Ильи Пригожина, в русле которой формулировались первые теоремы (1947 г.), разрабатывалась математическая теория поведения диссипативных структур (термин Пригожина), раскрывались исторические предпосылки и провозглашались мировоззренческие основания теории самоорганизации, как парадигмы универсального эволюционизма. Эта школа, основные представители которой работают теперь в США, не пользуется термином «синергетика», а предпочитает называть разработанную ими методологию «теорией диссипативных структур» или просто «неравновесной термодинамикой», подчёркивая преемственность своей школы пионерским работам Ларса Онзагера (Lars Onsager, 27 ноября 1903 – 5 октября 1976) в области необратимых химических реакций (1931 г.).

В России концептуальный вклад в развитие синергетики внёс академик Н. Н. Моисеев (23 августа 1917 – 29 февраля 2000) развивавший идеи универсального эволюционизма и коэволюции человека и природы. Математический аппарат теории катастроф, пригодный

для описания многих процессов самоорганизации, разработан российским математиком В. И. Арнольдом (1937–2010) и французским математиком Рене Томом (фр. René Frédéric Tom, 1923–2002). В рамках школы академика А. А. Самарского и члена-корреспондента РАН С. П. Курдюмова разработана теория самоорганизации на базе математических моделей и вычислительного эксперимента (включая

Пригожин, Илья Романович (рис. 1.5) – бельгийский и американский физик и химик российского происхождения, лауреат Нобелевской премии по химии 1977 года, виконт Бельгии. Илья Романович Пригожин родился в Москве и был вторым сыном в еврейской семье фабриканта, выпускника химического отделения Императорского Московского технического училища Рувима Абрамовича Пригожина. В 1921 году семья эмигрировала из Советской России сначала в Литву, а через год обосновалась в Берлине. Однако в 1929 году, с ростом антисемитских настроений в Германии, Пригожины решили поселиться в Бельгии, где Илья в 1941 году окончил Брюссельский университет. С 1961 по 1966 год Пригожин сотрудничал с институтом Ферми в Чикаго. В 1967 году в городе Остин Пригожин основал Центр по изучению сложных квантовых систем (англ. Center for Complex Quantum Systems), которым руководил до конца жизни.



Рис. 1.5. Пригожин Илья Романович

Основная масса работ Ильи Пригожина посвящена неравновесной термодинамике и статистической механике необратимых процессов. Одно из главных достижений его научного творчества заключалось в том, что было показано существование неравновесных термодинамических систем, которые, при определённых условиях, поглощая вещество и энергию из окружающего пространства, могут совершать качественный скачок к усложнению (диссипативны
е структуры). Причём такой скачок не может быть предсказан, исходя из классических законов статистики. Такие системы позже были названы его именем. Расчёт таких систем стал возможен благодаря работам, выполненным Пригожиным в 1947 году.

Труды:

Пригожин И., Дефэй Р. Химическая термодинамика. Новосибирск: Наука. 1966. 510 стр.

Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. М.: Мир. 1973. 280 стр.

Пригожин И., Николис Г. Самоорганизация в неравновесных системах: От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. М.: Мир. 1979. 512 стр.

Пригожин И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках. М.: Наука. 1985. 328 стр.

Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: Прогресс. 1986. 432 стр.

Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. М.: Мир. 1990. 358 стр.

Пригожин И. Молекулярная теория растворов. М.: Металлургия. 1990. 344 стр.

Пригожин И., Стенгерс И. Время. Хаос. Квант. М.: Прогресс. 1994. 266 стр.

Пригожин И. Конец определенности. Ижевск: РХД. 2001. 216 стр.

Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир. 2002. 464 стр.

Пригожин И. Определено ли будущее. Ижевск: ИКИ. 2005. 240 стр.

теорию развития в режиме с обострением). Синергетический подход в биофизике развивается в трудах членов-корреспондентов РАН М. В. Волькенштейна и Д. С. Чернавского. Синергетический подход в теоретической истории (историческая математика) с подразделами клиодинамика и клиометрика, развивается в работах Д. С. Чернавского,Г. Г. Малинецкого, Л. И. Бородкина, С. П. Капицы, А. В. Коротаева, С. Ю. Малкова, П. В. Турчина, А. П. Назаретяна и др.

Если сделать поиск в базах данных научных публикаций сегодня, можно найти тысячи статей синергетического направления, появляющиеся ежемесячно, постоянно растёт ряд периодических изданий, самые старые и известные из которых: Nonlinear World; Nonlinearity; Journal of Nonlinear Science; Physica D. Nonlinear Phenomena; Chaos; Chaos, Solitons and Fractals; Fractals; International Journal of Bifurcation and Chaos. Простой поиск в интернете по таким словам и словосочетаниям, как фрактал (fractal), хаос (chaos), биологические модели (biological models), генетические алгоритмы (genetic algorithms), нейронные сети (neuron nets), искусственный разум (AI, artifcial intelligence), клеточные автоматы (CA, cellular automata) выдаст нам тысячи и тысячи ссылок на сайты синергетической направленности, как научно-популярные, так и чисто научные, отдельных исследователей и целых институтов, пестрящие фантастическими образами фрактальной геометрии, наполненные эволюционирующими существами, живущими в виртуальных мирах и моделями самоорганизации.

Синергетику начинают преподавать в школах, в том числе российских (московская школа №363; htp://sins.xaoc.ru), в гимназии № 56 города Ижевска уже много лет проводится эксперимент по внедрению синергетических подходов в образовании, выпущено пособие для учителей: «Fractals for classroom»[1-2].

Преподавание курсов нелинейной динамики, синергетики, динамического хаоса, фрактальной геометрии проводятся в Московском Физтехе, Московском, Санкт-Петербургском, Дальневосточном, Саратовском, Нижегородском государственных университетах. В Российской академии государственной службы (РАГС) при Президенте РФ читается курс «Синергетика для гуманитариев», в Южном Федеральном Университете функционирует кафедра Синергетики и процессов управления, ставящая важнейшей целью научно-педагогической школы кафедры распространение среди

[1] Peitgen H.-O., Jürgens H., Saupe D., Maletsky E., Perciante T., Yunker L. Fractals for the Classroom: Strategic Activities Volume One. Springer-Verlag. New York, Inc. 1991. 129 p.
[2] Peitgen H.-O., Jürgens H., Saupe D., Maletsky E., Perciante T., Yunker L. Fractals for the Clasroom: Strategic Activities. Volume Two. Springer-Verlag. New York, Inc. Jointly published with the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1992. 187 p.

ученых и студентов новых естественно-математических идей в теории самоорганизации и развития. Основы синергетики читаются на Факультете Биологической и Медицинской Физики МФТИ и Открытой кафедры синергетики и образования УдГУ, в СМУ ИБХ РАН проходят регулярные семинары Совета молодых ученых «Что такое синергетика, кому это нужно и кто это выдержит?», в Новосибирском государственном техническом университете читаются курсы: “Синергетика как метод научного познания” и “Синергетика риска”.

Синергетическая парадигма всё глубже меняет наше научное, околонаучное (и даже антинаучное, мифологическое) мировоззрение. Биология, как наука занимающаяся исследованием сложных, открытых, динамических, эволюционирующих систем, каковыми являются биологические системы, стоит в центре этих перемен, разрабатывая новые синергетические методы исследования и анализа данных, а также формулируя новые теоретические концепции, меняющие наше понимание онтогенетического и филогенетического развития живого мира, динамики живых систем от молекулярного уровня организации до популяционного и биосферного. Основные концепции и методологические подходы синергетики, нашедшие применение в биологических областях исследований мы и рассмотрим в следующих главах.

Глава 2. Самоорганизация в физико-химических и информационных системах.

«Вот видишь, все куда-то движется и во что-то превращается, чем же ты недовольна?»
Л. Кэрролл "Алиса в стране чудес"

Как было сказано в предыдущей главе, в традиционной науке долгое время отсутствовала шкала времени, практически вся классическая физика занималась обратимыми процессами. Исключение составляла термодинамика. Сложное разрушалось до простого, газ рассеивался, жидкости диффундировали и смешивались, энергия переходила в тепло и необратимо рассеивалась в пространстве, нагретые предметы остывали.

В 1872 году австрийский физик Людвиг Больцман опубликовал свою знаменитую Н-теорему, в которой речь шла о микроскопическом аналоге энтропии – так называемой Н-функции. Эта теорема учитывает эффекты от столкновений, которые в каждый момент времени изменяют скорости частиц. Она показывает, что столкновения приводят к установлению распределения скоростей ансамбля частиц, близкого к равновесному (так называемое распределение Максвела-Больцмана). Когда ансамбль приближается к равновесию, больцмановская Н-функция убывает и достигает своего минимума в равновесном состоянии; это минимальное значение означает, что столкновения перестают изменять распределение скоростей. Для Больцмана столкновения частиц были тем механизмом, который приводил систему в состояние равновесия. В термодинамике и кинетической теории, Н-теорема, полученная Больцманом в 1872 году, описывает возрастание энтропии идеального газа в необратимых процессах. Поскольку на первый взгляд может показаться, что она описывает необратимое возрастание энтропии исходя из микроскопических обратимых уравнений динамики, в свое время этот результат вызвал бурные споры. Не смотря на разногласия в научном сообществе, можно сказать, что к концу XIX века Людвигу Больцману удалось найти ответ на вопрос, почему процессы в природе протекают в определённом направлении. Ответ этот, если отбросить числа и формулы, гласил: все процессы в природе движутся в сторону увеличения неупорядоченности.

Понятия беспорядка и упорядоченности в физике сходно

с таковым в обыденном сознании. Под хаосом или беспорядком подразумевается, что каждый из предметов может находиться в различных, непредсказуемых местах, в результате найти что-либо в такой системе и управлять ей становится не просто. Беспорядок связан с множеством возможностей взаиморасположений предметов, если характеризовать систему в целом, можно сказать, что система может находиться во множестве состояний беспорядка. «Порядок» же подразумевает единственное, заданное заранее расположение или поведение предметов, элементов внутри системы или степень взаимной согласованности элементов; возможно лишь одно состояние порядка. Иначе говоря, система в состоянии хаоса имеет множество степеней свободы, увеличение степеней свободы в системе подразумевает увеличение хаоса в ней. Абсолютный хаос есть абсолютная симметрия, уровень информации в абсолютно симметричной системе – нулевой. Симметрия (др.-греч. συμμετρία «соразмерность», от μετρέω – «меряю»), в широком смысле – соответствие, неизменность (инвариантность), проявляемые при каких-либо изменениях, преобразованиях: положения, энергии, информации. Если представить себе наблюдателя, путешествующего через эту систему (рис. 2.1), то такой наблюдатель не сможет определить, какое расстояние и в каком направлении он прошёл, не сможет вернуться назад и узнать точку, из которой вышел: система полностью симметрична и гомогенна (точки на рисунке лишь символизируют абсолютную симметрию и гомогенность, но, конечно, не представляют её в точности).

Рис. 2.1. Двумерный прообраз абсолютного хаоса — абсолютной симметрии.

Людвиг Больцман (нем. Ludwig Eduard Boltzmann, 20 февраля 1844, Вена, Австрийская империя – 5 сентября 1906, Дуино, Италия) (рис. 2.2) – австрийский физик-теоретик, основатель статистической механики и молекулярно-кинетической теории. Член Австрийской академии наук (1895), член-корреспондент Петербургской академии наук (1899) и ряда других.



Рис. 2.2. Людвиг Больцман

Больцман родился в Вене в семье акцизного чиновника. Вскоре семья переехала в Вельс, а затем в Линц, где Больцман окончил гимназию. В 1866 он окончил Венский университет, где учился у Й. Стефана и И. Лошмидта, и защитил докторскую диссертацию. В

1867 г. стал приват-доцентом Венского университета и в течение двух лет являлся ассистентом профессора Й. Стефана. В 1869 г. Больцман был приглашен на должность ординарного профессора математической физики в Грацском университете с обязательством читать курс «Элементы высшей математики». В 1873 г. стал ординарным профессором математики Венского университета, сменив в этой должности своего наставника Мотта. Однако вскоре (в 1876 г.) вернулся в Грац, где стал профессором экспериментальной физики и директором Физического института, нового учреждения, где в свое время работали В. Нернст и С. Аррениус. Став известным теоретиком, Больцман в 1890 г. получил кафедру теоретической физики в Мюнхене, однако в 1895 г. вернулся в Вену в качестве преемника Й. Стефана по должности профессора теоретической физики. Спокойно вести научную и педагогическую работу Больцману не удавалось, поскольку в это время профессором философии Венского университета был Э. Мах, который в своих лекциях отрицал атомистические представления, лежавшие в основе больцмановской теории. В 1900 г. Больцман отправился преподавать в Лейпциг, однако там столкнулся с сопротивлением другого антиатомиста В. Оствальда. Наконец, в 1902 г. Больцман вновь вернулся в Вену, где занял (помимо кафедры теоретической физики) еще и освобожденную Махом кафедру натурфилософии, обеспечив себе, таким образом, комфортные условия для работы. Больцмана многократно приглашали читать лекции в различных университетах Европы и Америки.

К 1900 году у Больцмана развилась тяжёлая форма астмы, он переживал мучительные приступы болезни и сильно страдал от болей. Напряжённая полемика вокруг молекулярно-кинетической теории сказывалась на состоянии его нервной системы. В 1906 году Больцман прервал лекции и отправился на лечение в итальянский город Дуино вместе с женой и дочерью. 5 сентября 1906 года Больцман покончил с собой в гостиничном номере, повесившись на оконном шнуре. Самоубийство Больцмана связывают с депрессией, вызванной тем, что идеи развиваемой им статистической физики в то время не находили понимания в физическом сообществе. На могильном камне Больцмана выбита установленная им формула $S = \kappa \ln W$, связывающая энтропию S термодинамического состояния с числом соответствующих микросостояний W. Коэффициент к = 1,3806488(13) х $10^{\sim м}$Дж•$К^{-1}$ носит название постоянной Больцмана.

Работы Больцмана касаются преимущественно кинетической теории газов, термодинамики и теории излучения, а также некоторых вопросов капиллярных явлений, оптики, математики, механики, теории упругости и других.

Реализацией абсолютно хаотичного поведения в природе нам представляется броуновское, тепловое движение частицы (рис. 2.3). Но каков будет общий вектор движения такой частицы через достаточно большой, в идеале бесконечно большой промежуток времени, в каком направлении она сместится относительно своего начального положения, постоянно беспорядочно перепрыгивая то в одну, то в другую сторону, удаляясь, возвращаясь назад? Нетрудно

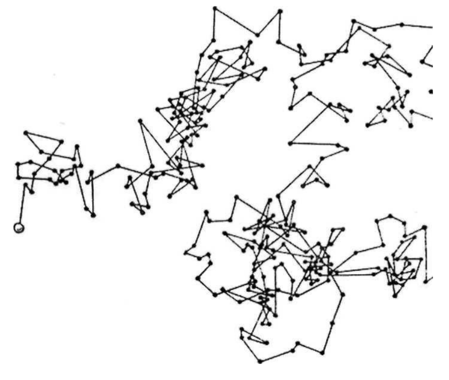


Рис. 2.3. Движение броуновской частицы.

догадаться, что общий вектор смещения движущейся частицы будет нулевым, она равновероятно будет смещаться во всех направлениях, векторы, направленные в противоположные стороны, складываясь, будут взаимоуничтожать друг друга, статистически такая частица будет неподвижна, и систему таких частиц в замкнутом пространстве можно отобразить тем же рисунком 2.1. В открытой системе различная плотность частиц внутри системы и вне нее уже является общей асимметрией для системы, граничные частицы находятся в других условиях по сравнению с частицами, располагающимися во внутренних областях системы, различие вероятности соударений с другими частицами направляет вектор движения частиц за пределы системы, в пространство с их меньшей концентрацией.

Наглядно продемонстрировать, как множество возможностей или степеней свободы определяет меру неупорядоченности в физике, можно на простом примере. Рассмотрим модель газа, состоящую всего из 4 молекул, которые мы обозначим цифрами от 1 до 4. Допустим, мы должны распределить этот газ по двум камерам. Существует всего одна возможность поместить все молекулы в одну камеру (на рис. 2.4, a) и целых шесть различных вариантов того, как это можно сделать, распределив молекулы попарно по двум камерам (рис. 2.4, b). На макроскопическом уровне мы имеем, собственно, всего два варианта: в одном случае все молекулы находятся в одной камере, а во втором – поделены пополам и находятся в разных камерах.

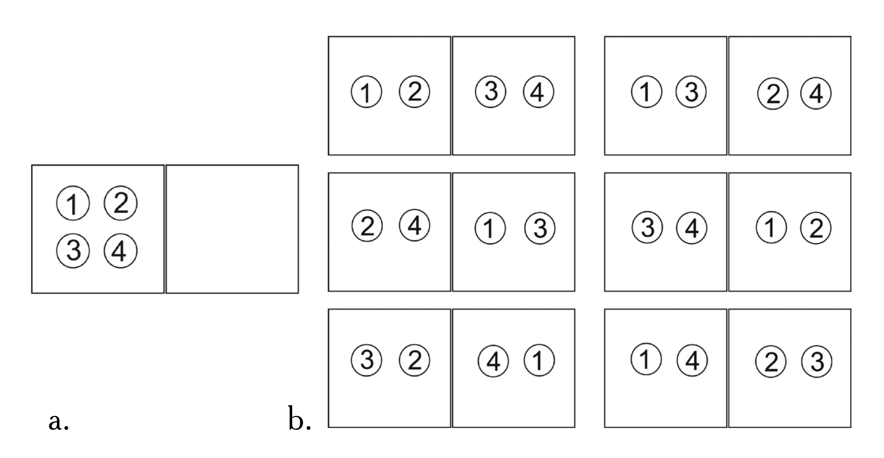


Рис. 2.4. Демонстрация принципа вычисления наибольшей энтропии по Больцману. См. описание в тексте.

Принцип Больцмана гласит, что природа стремится к таким состояниям, при которых имеется наибольшее количество осуществимых

вариантов. Используемое физиками понятие «энтропия» определяется, по Больцману, количеством таких возможностей, а точнее, логарифмом этого числа: $S= -k_b \Sigma p_i \ln p_i$, где k_b – константа Больцмана, индексы i описывают индивидуальные свойства частиц подсистемы, например, координаты частиц, их скорости, или распределения по ящикам; *p* – вероятности нахождения свойств *i*.

С понятием энтропии связано также понятие информации. Рассмотрим мысленный эксперимент, в котором мы возьмём лишь одну молекулу идеального газа. Если одна молекула заключена в сосуде объемом *V* со стенками, находящимися при температуре *T*, то рано или поздно она придет в равновесие с этими стенками. В каждый момент времени она, разумеется, находится в одной определенной точке пространства и имеет вполне определенную скорость. Однако мы можем условиться проводить все измерения настолько медленно, что частица не только успеет в среднем заполнить все пространство сосуда, но и сможет многократно поменять величину и направление скорости при столкновениях со стенками сосуда. В этом случае можно говорить о частице, имеющей максвелловское распределение по скоростям и в среднем равномерно заполняющей сосуд. Теперь мы можем, например, адиабатически сжимать эту частицу и в среднем ее действие на стенки будет в точности таким же, как у *N* частиц, но только в *N* раз меньшим.

Постоянная Больцмана (*k* или k_b) – физическая постоянная, определяющая связь между температурой и энергией. Её экспериментальное значение в системе СИ равно k = 1,380 6504(24) x 10^{-23}Дж/K. Число в круглых скобках указывает стандартную погрешность в последних цифрах значения величины. Постоянная Больцмана может быть получена из определения абсолютной температуры и других физических постоянных. Однако, вычисление постоянной Больцмана с помощью основных принципов слишком сложно и невыполнимо при современном уровне знаний. В естественной системе единиц Планка естественная единица температуры задаётся так, что постоянная Больцмана равна единице.

Не спеша можно изменять и температуру частицы, соответствующим образом меняя температуру стенок сосуда и давая возможность частице прийти в тепловое равновесие со стенками.

Далее допустим, что у нас есть идеальные перегородки, которыми мы можем делить сосуд на части без затраты энергии или рождения новой энтропии. Разделим наш сосуд на две равные части с объемом *V/2* каждая. Частица при этом остается в одной из половин, но в какой из них, мы пока не знаем. Допустим, что у нас имеется средство или некоторый измерительный прибор, с помощью которого можно определить, где именно находится частица. При измерении, из начального симметричного распределения вероятностей 50% на 50 % нахождения частицы в двух половинах мы получим конечную вероятность 100 % для одной из половин. Происходит как бы “стягивание”, или “коллапс”, распределения вероятностей. Соответственно, и новая энтропия

$S_2 = ln(V/2V_0)$ оказывается меньше исходной энтропии на величину $\Delta S = ln\,2$. За счет уменьшения энтропии можно совершить механическую работу. Для этого достаточно сдвигать перегородку в сторону пустого объема вплоть до полного его исчезновения, когда частица вновь займет полный объем. Соответствующая работа равна $W = T\Delta S = Tln2$. Если при этом во внешнем мире ничего бы больше не менялось, то повторяя эти циклы, можно было бы построить вечный двигатель второго рода. Но поскольку второй закон термодинамики запрещает получение работы просто за счет тепла, то во внешнем мире должно что-то происходить. Что же происходит еще?

Обнаружение частицы в одной из половин меняет информацию о частице. А именно, из двух возможных половинок указывается только одна, та, в которой находится частица. Это знание соответствует в точности одному биту информации. Процесс измерения уменьшает энтропию частицы и ровно настолько же увеличивает информацию измерительного прибора. Если совершать повторные деления пополам полученных ранее половинок, четвертушек, восьмушек и т.д., то энтропия будет последовательно уменьшаться, а информация увеличиваться, иными словами: $S+I = const$.[1]

Итак, природа стремится к состоянию максимальной энтропии. Мы знаем, что по законам диффузии частицы, совершающие броуновское движение, стремятся распределиться статистически равномерно между всеми сообщающимися камерами.

Другой пример увеличения степеней свободы в системе – резкое торможение автомобиля с нагревом тормозных колодок и покрышек. Во время направленного движения автомобиля все его части, в том числе атомы и молекулы, из которых состоят покрышки, имеют один общий вектор движения, хотя и продолжают совершать хаотичные тепловые движения, тем не менее, наличие одного общего вектора движения, одной степени свободы характеризует эту систему как низкоэнтропийную. При резком торможении от трения нагреваются покрышки, энергия однонаправленного движения автомобиля переходит в тепловую энергию хаотичного беспорядочного движения атомов покрышек. Мириады атомов движутся в различных направлениях, совершая тепловые колебания. Получается, что система, имёющая одну степень свободы, стала системой, имеющей огромное число степеней свободы. Согласно принципу Больцмана, это наиболее вероятное состояние системы. Автомобиль может затормозить, нагревая при этом свои покрышки, но вероятность того, что все атомы покрышек вдруг, хаотично двигаясь, перейдут к однонаправленному движению, и их тепловая энергия, таким образом, станет энергией направленного вращения колёс, хоть и отлична от нуля, но практически неосуществима.

1 Кадомцев Б.Б. Динамика и информация. М.: Редакция журнала “Успехи физических наук”. 1999. 394 стр.

Именно из-за высокой энтропии, хаотичности, огромного числа степеней свободы тепловой энергии её считают мёртвой энергией, это неиспользуемая, неуловимая энергия, рассеиваемая в пространство при любых энергетически зависимых процессах. КПД лампочки, двигателя внутреннего сгорания, гидротурбины далеки от 100% именно потому, что не вся энергия, перерабатываемая ими, идёт на совершение полезной работы, большинство энергии уходит в пространство в виде тепла. Большинство энергозависимых процессов прекращаются вследствие теплового рассеяния содержащейся в системе и требуемой для совершения работы энергии.

Из принципа Больцмана легко выводится второй закон термодинамики, в формулировке Клаузиуса (Rudolf Julius Emanuel Clausius) звучащий так: «*Энтропия мира стремится к максимуму*». Формулировка второго начала, предложенная Клаузиусом, стала первой формулировкой эволюционной картины мира, основанной на существовании необратимых процессов. Артур Стенли Эддингтон (sir Arthur Stanley Eddington) назвал энтропию «стрелой времени».

Существуют несколько эквивалентных формулировок второго начала термодинамики:

- Постулат Клаузиуса: «Невозможен процесс, единственным результатом которого являлась бы передача тепла от более холодного тела к более горячему» (такой процесс называется процессом Клаузиуса).

- Постулат Томсона: «Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара» (такой процесс называется процессом Томсона).

- Закон неубывания энтропии: «Энтропия изолированной системы не может уменьшаться».

С точки зрения статистической физики второе начало термодинамики имеет статистический характер: оно справедливо для наиболее вероятного поведения системы. Существование флуктуаций препятствует точному его выполнению, однако вероятность сколь-нибудь значительного нарушения крайне мала.

Клаузиус, рассматривая второе начало термодинамики, пришёл к выводу, что энтропия Вселенной как замкнутой системы стремится к максимуму, и, в конце концов, во Вселенной закончатся все макроскопические процессы. Это состояние Вселенной получило название «тепловой смерти». С другой стороны, Больцман высказал мнение, что нынешнее состояние Вселенной – это гигантская флуктуация, из чего следует, что большую часть времени Вселенная все равно пребывает в состоянии термодинамического равновесия («тепловой смерти»).

По мнению Ландау, ключ к разрешению этого противоречия лежит в области общей теории относительности: поскольку Вселенная является системой, находящейся в переменном гравитационном поле, закон возрастания энтропии к ней неприменим.

Второй закон термодинамики рождает идею «тепловой смерти» Вселенной. Мир, подчинённый второму началу термодинамики – это мир разрушающийся, все его сложные системы деградируют, распадаются до простых, энергия равномерно рассеивается в пространстве и

становится мёртвой, не способной на совершение какой-либо работы, количество информации, содержащейся в системе, уменьшается до нуля, мир остывает и становится абсолютно хаотичным. Но, хотя повседневный опыт и любые физические эксперименты подтверждают непреложность второго начала термодинамики, которому подчинено всё во Вселенной, как же объяснить тот факт, что вокруг нас столько бесконечно сложно организованных, низкоэнтропийных структур, в том числе мы сами и наш разум способный написать и понять эти строки – структуры, появившиеся в ходе эволюции мироздания, почему-то не распадающегося, а беспрерывно усложняющегося?

Синергетика – наука о самоорганизации. Можно предположить, что всё во Вселенной создано предельно низкоэнтропийным источником организации материи – богом, который сам существовал вечно, и поэтому вопрос о возникновении этого источника низкой энтропии даже не стоит перед научным мировоззрением. Но если мы отвергаем эту теорию, значит, нам придётся предположить, что помимо законов рассеяния и разрушения, материи присущи законы самоорганизации, формирования этих структур без «помощи» из-за пределов Вселенной. Простейшие примеры такой самоорганизации – фазовые переходы. Фазовый переход сопровождается скачкообразным изменением физических свойств системы при непрерывном изменении внешних условий. Самый известный фазовый переход – изменение агрегатного состояния вещества, переход из твёрдого в жидкое и из жидкого в газообразное состояние при изменении температуры.

Во время смены агрегатного состояния изменяются лишь взаимодействия атомов вещества, то есть при фазовом переходе изменяется лишь взаимодействие элементов системы между собой, но это ведёт к кардинальной перестройке всей системы в целом, изменению физических свойств вещества.

Фаза – это однородная часть термодинамической системы, то есть тело, физические и химические свойства которого во всех точках одинаковы и не зависят от количества вещества. Фазы отделены одна от другой поверхностями раздела. Эти поверхности раздела представляют собой слои небольшой толщины, внутри которых свойства системы могут меняться очень сильно. Различные фазы одного и того же вещества совсем не обязательно существуют в разных агрегатных состояниях. Например, алмаз и графит – две твердые фазы углерода. Плотности алмаза и графита различаются всего на 25 – 30%. Однако они имеют разные кристаллические решетки и это обусловливает колоссальные различия в их свойствах.

Другой пример фазового перехода – появление у ряда веществ свойства сверхпроводимости при охлаждении до определённой температуры. Например, ртуть становится сверхпроводником при охлаждении до $4{,}2^0$ *K*. Ток, пущенный по такой сверхохлаждённой

Агрегатное состояние вещества (лат. aggrego 'присоединяю') – состояние одного и того же вещества в определённом интервале температур и давлений, характеризующееся определёнными, неизменными в пределах указанных интервалов, качественными свойствами:
- способностью (твёрдое тело) или неспособностью (жидкость, газ, плазма) сохранять объём и форму,
- наличием или отсутствием дальнего (твёрдое тело) и ближнего порядка (жидкость), и другими свойствами.

Плазма
Рекомбинация
Ионизация
Газо-образное
Испарение
Конденсация
Десублимация
Возгонка
Жидкое
Замерзание
Плавление
Твёрдое
Энтальпия системы

Рис. 2.5. Агрегатные состояния вещества

Изменение агрегатного состояния может сопровождаться скачкообразным изменением свободной энергии, энтропии, плотности и других физических величин. Традиционно выделяют три агрегатных состояния: твёрдое тело, жидкость и газ. К агрегатным состояниям принято причислять также плазму, в которую переходят газы при повышении температуры и фиксированном давлении (рис. 2.5). Существуют и другие агрегатные состояния, например, жидкие кристаллы или конденсат Бозе – Эйнштейна.

ртути, сохраняется в ней бесконечно долго, так как не встречает сопротивления. Фазовый переход, приводящий к появлению сверхпроводимости, происходит скачкообразно при понижении температуры до $4{,}2^0$ *К*, выше этой температуры ртуть имеет своё естественное сопротивление, в точке $4{,}2^0$ *К* сопротивление падает до нуля. Ртуть может находиться либо в одном, либо в другом фазовом состоянии, переходное состояние неустойчиво, и не существует сколь либо продолжительное время (рис. 2.6).

Третий пример изменения фазового состояния, который мы рассмотрим – исчезновение намагниченности ферромагнетика при нагревании до $+774^0$ С. В этом примере изменение макроскопических свойств также объясняется процессами, протекающими на микроскопическом уровне. Исследуя структуру магнитов, физики обнаружили, что они состоят из элементарных «магнитиков», которыми оказались сами атомы железа, (точнее, их электроны). Элементарные магниты связаны между собой

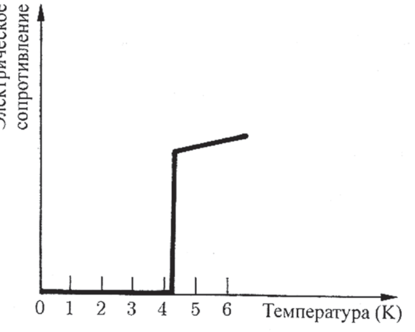


Рис. 2.6. График зависимости электрического сопротивления ртути от температуры. При температуре ниже критической ($4{,}2^0$ K) электрическое сопротивление полностью отсутствует; выше же этой отметки сопротивление принимает некоторое конечное значение.

Попытками обойти второе начало термодинамики можно назвать обсуждение учёными возможности организовать обратимые вычисления (Reversible computing), в которых энтропия всей системы не возрастает. Теоретические вычисления показали, что в квантовых компьютерах стирание битов может приводить к отрицательным значениям энтропии ячейки и охлаждению системы, вместо рассеивания тепла. Этот трюк является в некотором роде обходом принципа Ландауэра.

Учёные из швейцарского федерального технологического института (ETH Zürich) и их коллеги из Великобритании и Сингапура утверждают, что состояние квантовой сцепленности множества ячеек памяти в компьютерах будущего способно сыграть любопытную роль не только в вычислительных способностях машины, но и в её физических свойствах, а именно – в механизме отвода тепла. Оказывается, принцип Ландауэра, гласящий: «в любой вычислительной системе, независимо от её физической реализации, при потере одного бита информации выделяется теплота» не обязательно работает, когда мы имеем дело с квантовой схемой.

В своей статье в Nature[1] авторы исследования объясняют, что величина работы по стиранию памяти, определяемая энтропией системы, обусловлена информацией о квантовой памяти, которой владеет наблюдатель.

Рассмотрим двух людей, которые пытаются стереть строку битов в памяти компьютера, – объясняет New Scientist логику авторов работы. Один из людей не знает значения хранящихся битов, поэтому для гарантированного их стирания, он всегда должен сбрасывать их на «0», независимо от первоначального значения ячейки. Второй человек, знает содержание строки и ему достаточно сбросить только те биты, которые были равны 1. Получается, первый человек должен проделать большую работу, чем второй.

Ситуация становится ещё более интересной, если мы имеем дело не с классической, а с квантовой системой. В ней биты памяти, которые должны быть стёрты, запутаны с другими ячейками. В такой системе наблюдение состояния одной части памяти немедленно определяет состояние другой.

Так наблюдатель, который имеет доступ к квантово запутанным объектам, может знать о памяти больше, чем возможно в классическом случае. А потому в момент стирания памяти условная энтропия падает сильнее и становится отрицательной. Учёные показали, что эта отрицательная энтропия эквивалентна извлечению тепла из окружающей среды, иначе говоря – охлаждению системы.

определёнными силами. Однако, если одноимённые полюса обычных, макроскопических, магнитов отталкиваются друг от друга, то элементарные магниты обладают как раз противоположным свойством, и их одноимённые полюса притягиваются. Иначе говоря, элементарные магниты выстраиваются в определённом порядке, сохраняя одинаковую ориентацию. Объяснить такое необычное поведение можно лишь с привлечением работ Гейзенберга в области квантовой теории.

При повышении температуры до +774^0 С и выше, тепловое движение атомов расстраивает симметричную ориентацию элементарных магнитов и общая намагниченность исчезает, ферромагнетик становится парамагнетиком. Фазовое состояние вещества меняется. При охлаждении ниже критической температуры силы, упорядочивающие ориентацию элементарных магнитов, начинают преобладать над силами теплового движения, и фазовое состояние скачкообразно возвращается в прежнее состояние. Критическая

[1] Lídia del Rio, Johan Åberg, Renato Renner, Oscar Dahlsten, Vlatko Vedral. The thermodynamic meaning of negative entropy. // Nature. 2011. Vol. 474: 61–63.

Фазовый переход (фазовое превращение) в термодинамике – переход вещества из одной термодинамической фазы в другую при изменении внешних условий. С точки зрения движения системы по фазовой диаграмме при изменении её интенсивных параметров (температуры, давления и т. п.), фазовый переход происходит, когда система пересекает линию, разделяющую две фазы. Поскольку разные термодинамические фазы описываются различными уравнениями состояния, всегда можно найти величину, которая скачкообразно меняется при фазовом переходе.

Поскольку разделение на термодинамические фазы – более мелкая классификация состояний, чем разделение по агрегатным состояниям вещества, то далеко не каждый фазовый переход сопровождается сменой агрегатного состояния. Однако любая смена агрегатного состояния есть фазовый переход.

При фазовом переходе первого рода скачкообразно изменяются самые главные, первичные экстенсивные параметры: удельный объём, количество запасённой внутренней энергии, концентрация компонентов и т. п. Наиболее распространённые примеры фазовых переходов первого рода:

-плавление и кристаллизация

-кипение и конденсация

-сублимация и десублимация

При фазовом переходе второго рода плотность и внутренняя энергия не меняются, так что невооружённым глазом такой фазовый переход может быть незаметен. Скачок же испытывают их производные по температуре и давлению: теплоёмкость, коэффициент теплового расширения, различные восприимчивости и т. д. Фазовые переходы второго рода происходят в тех случаях, когда меняется симметрия строения вещества (симметрия может полностью исчезнуть или понизиться). Описание фазового перехода второго рода как следствие изменения симметрии даётся теорией Ландау. В настоящее время принято говорить не об изменении симметрии, но о появлении в точке перехода параметра порядка, равного нулю в менее упорядоченной фазе и изменяющегося от нуля (в точке перехода) до ненулевых значений в более упорядоченной фазе.

Наиболее распространённые примеры фазовых переходов второго рода:

-прохождение системы через критическую точку,

-переход парамагнетик-ферромагнетик или парамагнетик-антиферромагнетик (параметр порядка – намагниченность),

-переход металлов и сплавов в состояние сверхпроводимости (параметр порядка – плотность сверхпроводящего конденсата),

-переход жидкого гелия в сверхтекучее состояние (параметр порядка – плотность сверхтекучей компоненты)

-переход аморфных материалов в стеклообразное состояние.

Современная физика исследует также системы, обладающие фазовыми переходами третьего или более высокого рода.

В последнее время широкое распространение получило понятие квантовый фазовый переход, то есть фазовый переход, управляемый не классическими тепловыми флуктуациями, а квантовыми, которые существуют даже при абсолютном нуле температур, где классический фазовый переход не может реализоваться вследствие теоремы Нернста[1-2].

---

[1] Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления. М.: Мир. 1973. 425 стр.

[2] Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. 2-е изд., перераб. М.: Наука - Главная редакция физикоматематической литературы. 1982. 382 стр.

Сверхпроводимость – свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определённого значения (критическая температура). Известны несколько сотен соединений, чистых элементов, сплавов и керамик, переходящих в сверхпроводящее состояние. Сверхпроводимость – квантовое явление. Оно характеризуется также эффектом Мейснера, заключающемся в полном вытеснении магнитного поля из объема сверхпроводника. Существование этого эффекта показывает, что сверхпроводимость не может быть описана просто как идеальная проводимость в классическом понимании.

По отклику на магнитное поле сверхпроводники могут быть I рода, это значит, что они имеют единственное значение магнитного поля, Нс, выше которого они теряют сверхпроводимость, или II рода, что подразумевает наличие двух критических значений магнитного поля, Нс1 и Нс2. При приложении магнитного поля в этом диапазоне происходит частичное его проникновение в сверхпроводник с сохранением сверхпроводящих свойств (рис. 2.7).

Температурный интервал перехода в сверхпроводящее состояние для чистых образцов не превышает тысячных долей Кельвина и поэтому имеет смысл определённое значение Тс – температуры перехода в сверхпроводящее состояние. Эта величина называется критической температурой перехода. Ширина интервала перехода зависит от неоднородности металла, в первую очередь – от наличия примесей и внутренних напряжений.

Уже на относительно ранней стадии изучения сверхпроводимости, во всяком случае, после создания теории Гинзбурга – Ландау, стало очевидно, что сверхпроводимость является следствием объединения макроскопического числа электронов проводимости в единое квантово-механическое состояние. Особенностью связанных в такой ансамбль электронов является то, что они не могут обмениваться энергией с решёткой малыми порциями, меньшими, чем их энергия связи в ансамбле. Это означает, что при движении электронов в кристаллической решётке не изменяется энергия электронов, и вещество ведёт себя как сверхпроводник с нулевым сопротивлением. Квантово-механическое рассмотрение показывает, что при этом не происходит рассеяния электронных волн на тепловых колебаниях решётки или примесях. А это и означает отсутствие электрического сопротивления. Такое объединение частиц невозможно в ансамбле фермионов. Оно характерно для ансамбля тождественных бозонов. То, что электроны в сверхпроводниках объединены в бозонные пары, следует из экспериментов по измерению величины кванта магнитного потока, который «замораживается» в полых сверхпроводящих цилиндрах. Поэтому уже в середине прошлого века основной задачей создания теории сверхпроводимости стала разработка механизма спаривания электронов. Первой теорией, претендующей на микроскопическое объяснение причин возникновения сверхпроводимости, была теория Бардина – Купера – Шриффера, созданная ими в 50-е годы прошлого столетия. Эта теория получила под именем БКШ всеобщее признание и была удостоена в 1972 году Нобелевской премии[1].

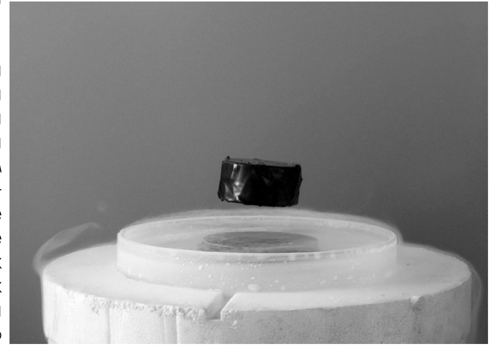


Рис. 2.7. Левитация магнита над сверхпроводником.

[1] Гинзбург В.Л., Андрюшин Е.А. Сверхпроводимость. М.: Альфа-М. 2006. 112 стр.

Ферромагнетики – вещества (как правило, в твёрдом кристаллическом или аморфном состоянии), в которых ниже определённой критической температуры (точки Кюри) устанавливается дальний ферромагнитный порядок магнитных моментов атомов или ионов (в неметаллических кристаллах) или моментов коллективизированных электронов (в металлических кристаллах). Иными словами, ферромагнетик – такое вещество, которое при охлаждении ниже определённой температуры приобретает магнитные свойства. Среди химических элементов ферромагнитными свойствами обладают переходные элементы Fe, Co и Ni (3 d-металлы) и редкоземельные металлы Gd, Tb, Dy, Ho, Er.

Парамагнетики – вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении внешнего магнитного поля. Парамагнетики относятся к слабомагнитным веществам, магнитная проницаемость незначительно отличается от единицы $\mu>1$. Атомы (молекулы или ионы) парамагнетика обладают собственными магнитными моментами, которые под действием внешних полей ориентируются по полю и тем самым создают результирующее поле, превышающее внешнее. Парамагнетики втягиваются в магнитное поле. В отсутствие внешнего магнитного поля парамагнетик не намагничен, так как из-за теплового движения собственные магнитные моменты атомов ориентированы совершенно беспорядочно. К парамагнетикам относятся алюминий (Al), платина (Pt), многие другие металлы (щелочные и щелочноземельные металлы, а также сплавы этих металлов), кислород (O_2), оксид азота (NO), оксид марганца (MnO), хлорное железо ($FeCl_2$) и др. Парамагнетиками становятся ферро- и антиферромагнитные вещества при температурах, превышающих, соответственно, температуру Кюри.

Точка Кюри, или температура Кюри, – температура фазового перехода II рода, связанного со скачкообразным изменением свойств симметрии вещества (например, магнитной – в ферромагнетиках, электрической – в сегнетоэлектриках, кристаллохимической – в упорядоченных сплавах). Назван по имени П. Кюри. При температуре T ниже точки Кюри Q ферромагнетики обладают самопроизвольной (спонтанной) намагниченностью и определённой магнитно-кристаллической симметрией. В точке Кюри (T = Q) интенсивность теплового движения атомов ферромагнетика оказывается достаточной для разрушения его самопроизвольной намагниченности («магнитного порядка») и изменения симметрии, в результате ферромагнетик становится парамагнетиком.

температура, связанная с фазовым переходом из парамагнитного в ферромагнитное состояние, называется точкой Кюри.

Теоретически, можно плавно приближаться к точке фазового перехода с бесконечно высокой точностью, уточняя параметры среды, при которых он совершается. При очень точном приближении достаточно будет поднять или опустить температуру, скажем, на миллионную долю градуса, чтобы фазовый переход совершился. Правда, иногда температура, при которой фазовое состояние изменяется в одну сторону, может, как ни странно, отличаться от температуры, при которой в оно изменяется в другую. Это связано с энергетической устойчивостью стабильных фазовых состояний, так что для разрушения существующего состояния нужно приложить дополнительную энергию, превышающую порог энергии, при котором вещество может находиться в новом состоянии, когда это состояние будет достигнуто. Пример: сохранение жидкого состояния переохлаждённой жидкости в отсутствии кристаллической «затравки», начального центра кристаллизации. Если

бросить в такую жидкость кристаллик, вокруг мгновенно начнётся процесс кристаллизации и вся жидкость кристаллизуется.

Согласно теории Ландау, при фазовых переходах первого рода функция распределения по энергии или плотности системы должна быть бимодальной, то есть иметь два максимума. Наиболее высокий максимум отвечает наиболее выгодному, стабильному, состоянию системы, а второй максимум соответствует менее выгодному, метастабильному, состоянию. В самой точке перехода высоты максимумов становятся одинаковыми, и система может одновременно сосуществовать в обоих состояниях. При фазовых переходах второго рода функция распределения всегда имеет только один максимум, который расширяется в точке перехода. Соответственно при переходах второго рода метастабильных состояний в принципе не существует.

Выяснено, что фазовые переходы, несмотря на различие в характере субстанций и феноменов, всё же подчиняются одинаковым закономерностям и сопровождаются одними и теми же основными проявлениями – такими, например, как нарушение симметрии. Кристаллическое состояние вещества кажется более симметричным и более упорядоченным одновременно, почему же упорядочение связывают с нарушением симметрии? В газообразном состоянии частицы вещества совершают броуновские движения, общий вектор которых, как было сказано выше, равен нулю, это состояние абсолютно симметрично во всех направлениях, в кристаллах же можно выделить лишь несколько осей симметрии. Конечно, подразумевается фазовый переход только в ту сторону, которая характеризуется появлением нарушений симметрии в строении системы, при обратном фазовом переходе это свойство может снова исчезнуть (переход из твёрдого состояния в жидкое), но нас интересует факт возникновения нарушений симметрии, поэтому мы обсуждаем лишь этот случай.

Если спонтанное возникновение при таких переходах упорядоченных структур мы решим непосредственно перенести на процессы, происходящие в живых организмах, – ведь и здесь мы имеем дело, в определённом смысле, с упорядоченными структурами, то столкнёмся с одним «но». В предыдущих примерах были рассмотрены вещества, приходившие в упорядоченное состояние только при понижении температуры. Физиологические же процессы при понижении температуры, напротив, ослабевают и даже полностью прекращаются, а результатом этого для многих живых существ становится смерть. Отличие всех рассмотренных систем от живых структур заключается в том, что все рассмотренные выше системы – это неподвижные равновесные структуры, это статичные системы. Живые же системы нуждаются в постоянном притоке энергии, что говорит об отличии процессов упорядочения, организующих их структуры, живые структуры – это динамичные структуры, они вообще не имеют статического равновесия. Жизнь – это процесс, а не структура, говоря

«живая структура», мы предполагаем структуру, в которой этот процесс происходит.

Рассмотрим же несколько примеров самоорганизации, происходящих в сравнительно простых физических динамических системах.

В природе иногда можно наблюдать эффект так называемых «облачных улиц» – полосатые слоисто-кучевые облака, которые образуются конвекционными потоками воздуха, там, где движение воздуха – восходящее, наблюдаются облачные гряды, а в зоне нисходящих потоков – чистое небо. Таким образом, воздушные потоки образуют цилиндры и закручивают облачные массы. Чаще всего облачные улицы возникают над открытой водой, когда холодный воздух с суши вторгается в гораздо более тёплые воздушные массы над океаном. Формирование облачных улиц начинается в нестабильном нижележащем слое воздуха, который поднимается, охлаждается и конденсируется, образуя облака. Затем этот воздух охлаждается и опускается, образуя чередующиеся ряды облаков и чистого воздуха. (рис. 2.8, a-c).

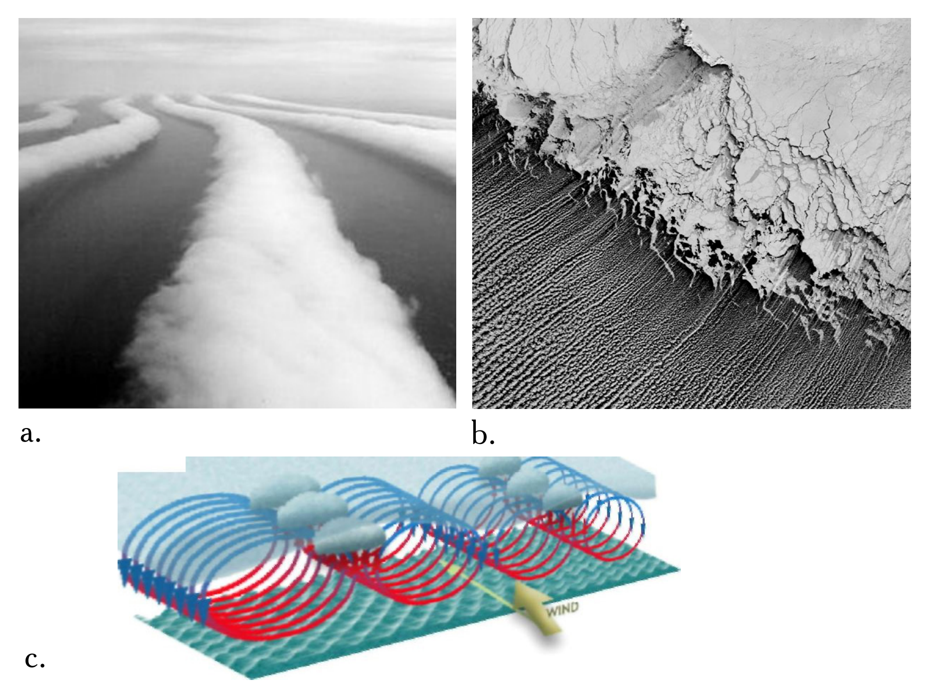


Рис. 2.8: a — «Облачные улицы»; b — Облачные улицы у берегов Аляски. Источник: NASA MODIS; c — Механизм формирования «Облачных улиц».

Этот же эффект можно наблюдать в конвекционных потоках нагреваемой жидкости (рис. 2.9, 2.10). Впервые возникновение конвекции в горизонтальном слое жидкости было описано Джеймсом Томсоном (James Tomson) в 1888 году. Он наблюдал сотообразные структуры в сосуде с мыльной водой. Кроме того, он отметил, что аналогичные структуры он увидел в тарелке с охлаждающимся говяжьим бульоном. Систематическое исследование конвективных движений в горизонтальном слое жидкости начинается с работ Б. Бенара (B.H. Benard) в 1900 году. Первое теоретическое исследование задачи возникновения конвекции в горизонтальном слое жидкости было выполнено Рэлеем (Lord Rayleigh) в 1916 году для двух свободных границ. Анализ Рэлея позднее был расширен Джеффри (H. Jefreys) и Лоу (A.R. Low) для двух жестких и смешанных границ. Было установлено,

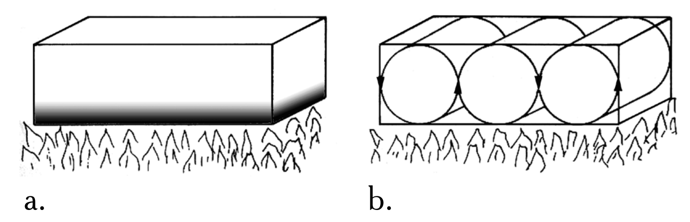


Рис. 2.9: a — слой жидкости, медленно подогреваемый снизу; b — цилиндрические конвекционные потоки жидкости, вверх поднимается нагретая жидкость, вниз спускается охлажденная.

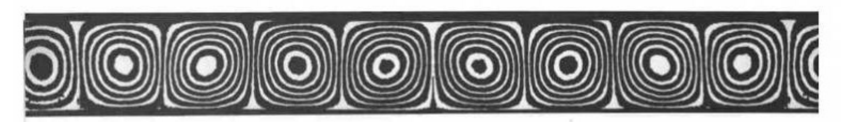


Рис. 2.10. Дифференциальная интерферограмма демонстрирует сбоку картины конвективной неустойчивости силиконового масла в прямоугольном ящике с относительными размерами сторон 10:4:1.

Число Рэлея (Ra) – безразмерное число определяющее поведение жидкости под воздействием градиента температуры. Если число Рэлея больше некоторого критического значения, равновесие жидкости становится неустойчивым и возникают конвективные потоки. Возникает бифуркация в динамике жидкости (вилочная бифуркация). Критическое значение числа Рэлея является точкой бифуркации для динамики жидкости, где $\mathrm{Ra} = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\chi}$,

g – ускорение свободного падения;
L – характеристический размер области жидкости;
ΔT – разность температур между стенками жидкости;
ν – кинематическая вязкость жидкости;
α – температуропроводность жидкости;
β – коэффициент теплового расширения жидкости.
Все параметры жидкости взяты при средней температуре.

что переход от режима теплопроводности (диффузии) к режиму конвекции в горизонтальном слое жидкости, подогреваемом снизу, происходит при некотором критическом значении безразмерного комплекса, названного впоследствии числом Рэлея. Это число определяет отношение подъемных сил к силам вязкостного трения. Теория Рэлея объясняет возникновение конвективного движения под влиянием архимедовых подъемных сил. При равномерном медленном нагревании жидкости снизу, нижний слой жидкости оказывается более нагретым, чем верхние слои, нагретая жидкость начинает подниматься вверх. Поднимаясь, она теряет температуру благодаря рассеянию теплоты в более охлаждённых слоях жидкости, температура выравнивается, движение жидкости прекращается. Плавно увеличим нагрев (увеличим поток энергии через систему). Более нагретые участки жидкости начнут подниматься вверх быстрее. В определённый момент нижние слои жидкости перестанут успевать отдавать тепловую энергию вышележащим слоям только в процессе неорганизованного теплового движения отдельных молекул. Молекулы нагретой жидкости начнут подниматься вверх целыми кластерами. Такой нагретый участок жидкости отрывается от поверхности нагрева и локально проникает в вышележащие слои, по ходу теряя подъёмную силу из-за теплоотдачи и трения с окружающей средой, пока, наконец, его температура и температура окружающей жидкости не сравняются. Охлаждение и торможение, таким образом, препятствуют дальнейшему движению нагретых кластеров, и оно прекращается, макроскопически жидкость продолжает пребывать в состоянии покоя. Такое положение дел, однако, возможно лишь до тех пор, пока разница температур невелика.

При нагреве до определённой, критической температуры движение жидкости станет столь интенсивным, что оторвавшийся от нижних слоёв достаточно большой нагретый кластер жидкости, сместившись вверх, создаст под собой локальную зону пониженного давления, куда устремится жидкость из верхних, более охлаждённых слоёв, вытесненная оттуда движущимся кластером. Этот процесс будет самоподдерживаться, пока жидкость продолжает нагреваться, то есть пока через систему будет проходить достаточный для совершения этого процесса поток энергии. Макроскопический поток нагретой жидкости устремляется вверх, в верхних слоях жидкости вытесняет холодную жидкость, которая, спускаясь вокруг нагретого потока, занимает его место в нижнем слое. В нижнем слое холодная жидкость нагревается, в верхнем нагретая охлаждается, и процесс продолжается циклично. Первый конвекционный валик жидкости рождает вокруг себя асимметрию, градиент температуры и давления, он служит «затравкой» для образования вокруг подобных ему конвекционных потоков, и в результате очень скоро всё нагреваемое пространство жидкости будет разбито на параллельные конвекционные потоки. Так система может

интенсифицировать диссипацию избытков тепла в пространство. Выход жидкости из макроскопически статичного состояния определяется числом Релея.

Рассматривая систему, в которой возникают конвекционные потоки жидкости, как самоорганизующуюся, мы видим, как устойчивое равновесие в равномерно нагретой жидкости становится неустойчивым при нагревании, так что система вынуждена перейти к состоянию нового устойчивого равновесия с появлением макроскопических конвекционных потоков. Переход жидкости в это новое устойчивое состояние сопровождается флуктуациями в виде отрывов микроскопических кластеров нагретой жидкости, которые во множестве рассеиваются в верхних слоях жидкости, не рождая стабильных макроскопических конвекционных потоков, пока, наконец, один или несколько из них не окажутся настолько велики, что перерастут в самоподдерживающийся процесс макроскопического конвекционного вращения жидкости, в данном случае флуктуация в виде микроскопического потока станет критической, распространится на всю систему и переорганизует её. Динамическая детерминировано хаотическая система, элементы которой обладают некоторой свободой, постоянно «тестирует» иные устойчивые состояния, например, в жидкости при охлаждении могут формироваться молекулярные комплексы, которые станут центрами кристаллизации, но какой комплекс не разрушится, а сформирует кристалл, ставший центром кристаллизации всей жидкости, предсказать невозможно, так же невозможно предсказать и где в равномерно нагреваемой жидкости возникнет первая конвекционная ячейка, в каком направлении она будет направлена, то есть, какая именно флуктуация станет критической. Это может зависеть от бесконечно малых различий в размере флуктуаций, беспрерывно возникающих на всём пространстве нагреваемой жидкости. Фазовый переход, приводящий к появлению конвекционных ячеек, сопровождается потерей симметрии в жидкости. Если до него гипотетический микроскопический наблюдатель, двигающийся внутри слоя жидкости, не был в состоянии сказать, какой путь, и в каком направлении он прошёл, то после фазового перехода в жидкости появились макроскопические ориентиры: упорядоченные направленные конвекционные потоки, то есть пространство перестало быть симметричным, объём информации, содержащийся в нём, возрос, система самоструктурировалась, её энтропия уменьшилась. Итак, общие закономерности процессов самоорганизации, наблюдаемые в примере с возникновением конвекционных ячеек: *переход из одного устойчивого состояния в другое, потеря симметрии, критические флуктуации в момент перехода, невозможность точного предсказания состояния системы после фазового перехода*.

На рисунке 2.11 показан результат компьютерного моделирования образования цилиндрических валов в нагреваемой

снизу жидкости, помещенной в сосуд, дно которого имеет форму круга. Разница между температурами верхнего и нижнего слоя подобрана так, что становится возможным возникновение ячеек. Если направление горизонтальной оси ячейки задано изначально, то с течением времени жидкости удаётся создать систему ячеек, соответствующую этому образцу. В средней колонке показан аналогичный случай, но здесь заданный образец был сориентирован иначе. В правой колонке ситуация изменена: заданы два образца, один из которых несколько «сильнее» другого. В результате конкурентной борьбы именно он побеждает, и в жидкости образуется система ячеек, соответствующая этому образцу, но с некоторыми модификациями. Несколько иные начальные условия приведут к некоторым различиям в рисунке самоорганизации системы, но общий принцип останется тем же.

В 1900 году была опубликована статья французского исследователя Бенара с фотографией структуры, по виду напоминавшей пчелиные соты. При нагревании снизу слоя ртути, налитой в плоский широкий сосуд, весь слой неожиданно распадался на одинаковые вертикальные шестигранные призмы, которые впоследствии были названы ячейками Бенара(или Рэлея - Бенара) (рис. 2.12). В центральной части каждой ячейки жидкость поднимается, а вблизи вертикальных граней опускается. Здесь наблюдается конвекция Марангони, возникающая за счёт действия сил поверхностного натяжения

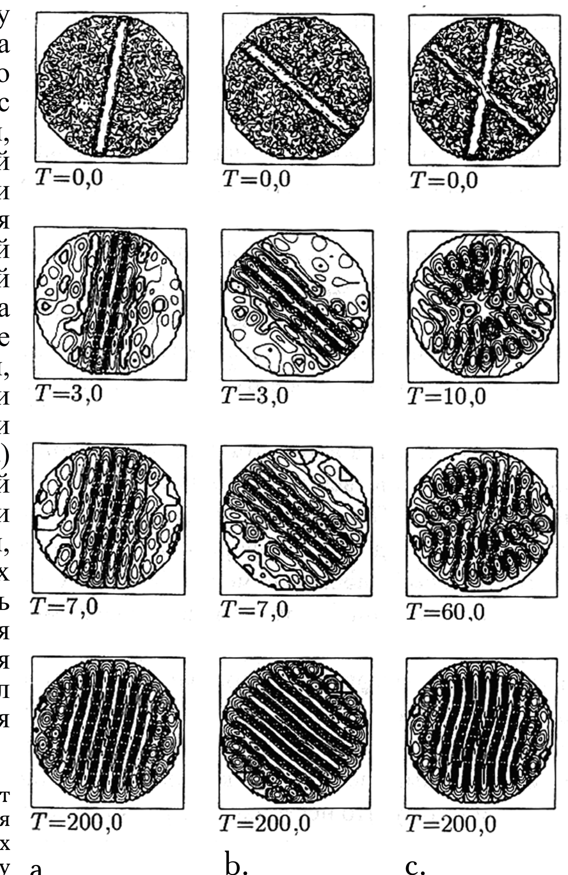


Рис. 2.11. Результат компьютерного моделирования образования цилиндрических валов в нагреваемой снизу жидкости.

и зависимости их от температуры жидкости[1].

Гексагональная укладка шарообразных тел является наиболее плотной, поэтому мы так часто встречаем её в природе: клетки эпителиального пласта, соты, пузырьки пены (рис. 2.13). Конвекционные потоки

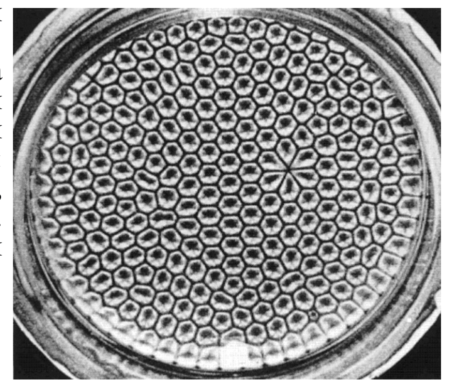


Рис. 2.12. Конвективные ячейки Бенара

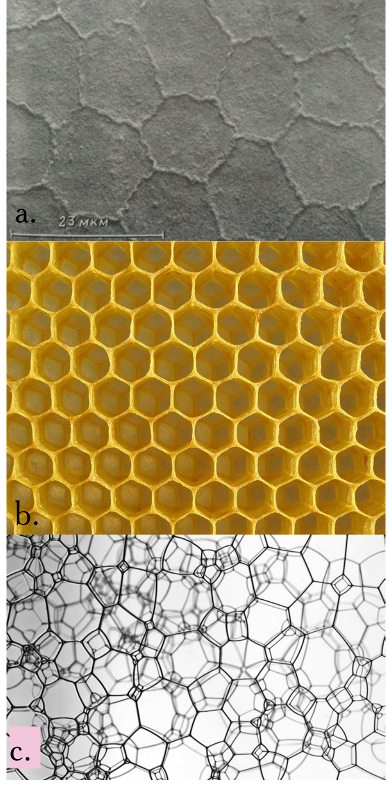


Рис. 2.13. Гексогональные структуры в природе: a — клетки эндотелия роговицы[2]; b — соты; c — пузырьки пены.

становятся хорошо заметными при добавлении в нагреваемую жидкость окрашенного порошка. Стенки гексагонов образованы нисходящим потоком остывшей жидкости, в центре – восходящий нагретый поток.

При нагревании не только дна, но и стенок сосуда круглой формы возможно преобразование гексагональной ячеистой структуры в спиральную. На рисунке 2.14 показано формирование этого паттерна: первый рисунок – гексагональная структура в начале нагрева стенок, ближайшие к ним гексагональные формы начинают вытягиваться, то есть, при изменении условий нагрева ячеистая гексагональная структура может стать неустойчивой, замещаясь новым устойчивым состоянием – в данном случае спиральной структурой. На промежуточных стадиях этого перехода образуются конвекционные потоки с непредсказуемой ориентацией, это случайные

[1] Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея–Бенара. Структуры и динамика. М. :Эдиториал УРСС. 1999. 248 стр.

[2] Гусев С.А., Повалий Т.М., Волобуева Т.М., Захарченко В.Н. Распределение отрицательных зарядов на люминальной поверхности десцеметова эндотелия. // Цитология. 1988. Т. 30: 1122-1126.

критические флуктуации рассматриваемой системы, далее происходит автоотбор такой конфигурации потоков, которая приводит к наиболее эффективному рассеянию энергии, эта конфигурация, в конце концов, начинает доминировать, становясь параметром порядка, подчиняя себе всю систему. Размеры спиралей можно варьировать, изменяя условия нагревания (рис. 2.15). При увеличении интенсивности нагревания ячейки распадаются, и жидкость переходит в состояние турбулентности (рис. 2.16)

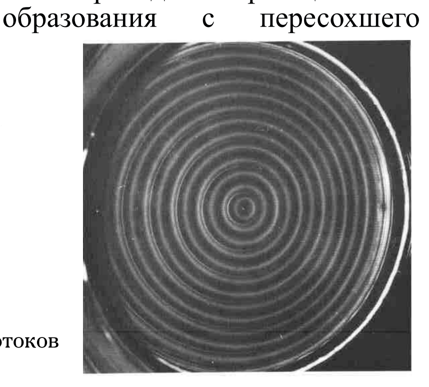
В природе ячейки Бенара можно обнаружить в вулканической лаве, которая, застывая, образует шестигранные блоки. В солёных озёрах, нагреваемых снизу теплом земных недр, порой возникают гексагональные соляные образования. На рисунке 2.17 приведён образец такого образования с пересохшего

t=1000.5 t=1100.0

t=1300.0 t=1600.5

t=2600.0 t=3100.0

Рис. 2.14. Формирование конвекционных потоков при нагреве дна и стенок сосуда.



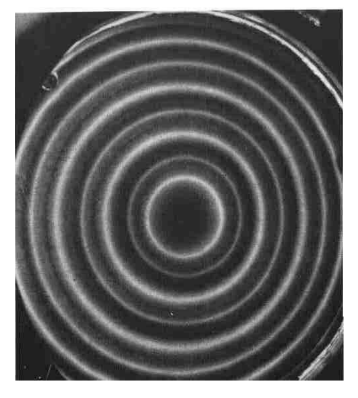


Рис. 2.15. Круговые конвективные ячейки, движимые плавучестью. Силиконовое масло, содержащее алюминиевый порошок, покрыто равномерно охлаждаемой стеклянной пластинкой, исключающей влияние поверхностного натяжения. Круговая граница создает круговые валики. На верхнем снимке медное дно равномерно подогревается при условиях, соответствующих числу Рэлея, в 2,9 раза превышающему критическое, что приводит к образованию регулярных валиков. На нижнем снимке дно около внешней границы горячее, чем в центре. Тем самым создается глобальная циркуляция, которая, будучи наложена на регулярные круговые валики, порождает попеременно более крупные или более мелкие валики.

солёного озера в восточной Африке. Земную мантию, расположенную между ядром и поверхностью, можно рассматривать как слой жидкости, нагреваемый снизу и охлаждаемый сверху. Образующиеся в такой системе конвекционные потоки движутся подобно описанным выше ячеистым структурам и оказываются в состоянии двигать материки, однако эти процессы протекают очень и очень медленно. Образование шестигранных турбулентностей можно обнаружить и в космосе. Космический аппарат «Кассини» снял на видео в районе северного полюса Сатурна уникальное явление: шестигранный атмосферный поток (рис. 2.18). Шестигранник составляет около 30 000 км в поперечнике. В центре расположен мощный ураган, вокруг которого вращаются атмосферные массы со скоростью около 320 км/час. Шестигранник представляет собой движение атмосферы, и характер течения потоков внутри него турбулентный и нестабильный. Атмосферные явления на Земле затихают в результате трения о земную поверхность или ледяные покровы. Шестигранник же существует до сих пор. Учёные считают, что долгожительство Шестигранника связано с отсутствием у

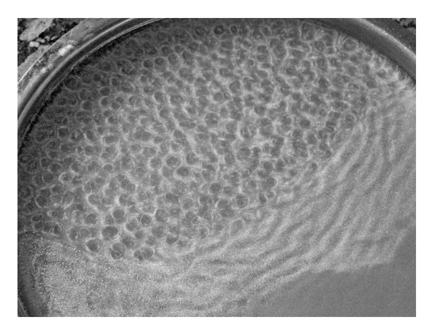




Рис. 2.16. Структура из одинаковых конвективных ячеек в масле переходящая в хаотическую конвекцию.



Рис. 2.17. Гексагональные соляные образования пересохшего соленого озера в восточной Африке.

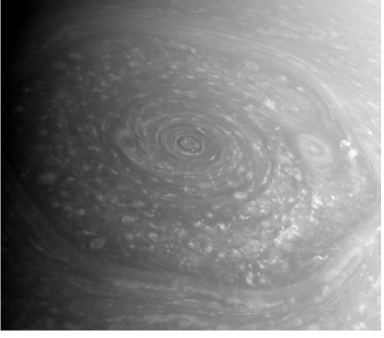


Рис. 2.18. Шестигранный ураган на северном полюсе Сатурна.

Сатурна твёрдого ядра. Внутри Шестигранника существуют маленькие завихрения, вращающиеся в противоположную сторону. Некоторые из завихрений перемещаются по периметру шестигранника, словно по гоночной трассе. Самое крупное из завихрений составляло около 3500 км в поперечнике, что почти в два раза больше крупнейшего из зарегистрированных на Земле ураганов. Учёные из Оксфордского университета смогли в лабораторных условиях смоделировать возникновение подобного гексагона. Чтобы выяснить, как возникает такое образование, исследователи поставили на вертящийся стол 30-литровый баллон с водой. Он моделировал атмосферу Сатурна и её обычное вращение. Внутри учёные поместили маленькие кольца, вращающиеся быстрее ёмкости. Это генерировало миниатюрные вихри и струи, которые экспериментаторы визуализировали при помощи зелёной краски. Чем быстрее вращалось кольцо, тем больше становились вихри, заставляя близлежащий поток отклоняться от круговой формы. Таким образом, авторам опыта удалось получить различные фигуры – овалы, треугольники, квадраты и, конечно, искомый шестиугольник. Учёные сопоставили данные опыта с происходящим на Сатурне и выдвинули предположение, что в его высоких северных широтах отдельные струйные течения разогнаны как раз до той скорости, при которой формируется нечто вроде устойчивой волны – планетарный гексагон[1-2].

Следующий пример самоорганизации в динамической системе – лазер. Для синергетики это практически незаменимый, образцово-показательный пример самоорганизации, который можно использовать в качестве аллегории для очень многих процессов, вплоть до социальных. Переход электротока в световую энергию в обычном источнике света происходит следующим образом: электрический ток, как известно, передаётся множеством свободно движущихся электронов, которые сталкиваются с отдельными атомами светоизлучающей субстанции, при столкновении свободно движущийся электрон передаёт часть собственной энергии атому, один из электронов атома переходит со своей орбиты на орбиту с более высоким энергетическим уровнем (более высокую), а затем спонтанно (то есть совершенно самопроизвольно, в непредсказуемый момент времени) возвращается на прежнюю орбиту. Освобождённую при его возврате энергию он отдаёт в виде кванта электромагнитного (светового) излучения – световой волны. В обычном источнике света множество отдельных электронов возбуждаются и испускают световые волны хаотично, не синхронизировано. В лазере происходит нечто совершенно иное, возникает абсолютно

[1] Martinez C. Cassini images bizarre hexagon on Saturn (htp://www.nasa.gov/mission_ pages/cassini/media/cassini-20070327.html). 2007.
[2] Mann A. Saturn's Strange Hexagon Recreated in the Lab (htp://news.sciencemag.org/sci-encenow/2010/04/saturns-strange-hexagon-recreate.html). 2010.

Лазер (англ. laser, акроним от light amplifcation by stimulated emission of radiation «усиление света посредством вынужденного излучения»), или оптический квантовый генератор – это устройство, преобразующее энергию накачки (световую, электрическую, тепловую, химическую и др.) в энергию когерентного, монохроматического, поляризованного и узконаправленного потока излучения. Физической основой работы лазера служит явление вынужденного (индуцированного) излучения. Суть явления состоит в том, что возбуждённый атом способен излучить фотон под действием другого фотона без его поглощения, если энергия последнего равняется разности энергий уровней атома до и после излучения. При этом излучённый фотон когерентен фотону, вызвавшему излучение (является его «точной копией»). Таким образом, происходит усиление света. Этим явление отличается от спонтанного излучения, в котором излучаемые фотоны имеют случайные направления распространения, поляризацию и фазу[1-2]. Вероятность того, что случайный фотон вызовет индуцированное излучение возбуждённого атома, в точности равняется вероятности поглощения этого фотона атомом, находящимся в невозбуждённом состоянии[3]. Поэтому для усиления света необходимо, чтобы возбуждённых атомов в среде было больше, чем невозбуждённых (так называемая инверсия населённостей).

упорядоченный, практически бесконечный волновой цуг. Лазер отличается от обычного источника света наличием зеркал. Световые волны, возникающие в лазере, способны сами возбуждать электроны светоизлучающей субстанции, что приводит к испусканию дополнительных световых волн. Зеркала нужны, чтоб задержать большинство образующихся световых волн внутри лазера. Чем больше волн будут взаимодействовать со светоизлучающей субстанцией продолжительное время, тем больше вероятность того, что они, взаимодействуя с атомами субстанции, произведут вторичные световые волны. От зеркал могут многократно отражаться лишь волны, имеющие длину, кратную расстоянию между зеркалами, то есть отражаются от зеркал и остаются между зеркалами только волны, которые укладываются между ними целиком один или несколько раз. Соответственно, волны именно этих длин начинают доминировать (рис. 2.19). Зеркала лазера не только обеспечивают существование положительной обратной связи, но и работают как резонатор, поддерживая одни генерируемые лазером моды, соответствующие стоячим волнам данного резонатора, и подавляя другие. Если на оптической длине L резонатора укладывается целое число полуволн n:

$2L = n\lambda$, то такие волны, проходя по резонатору, не меняют своей фазы и вследствие интерференции усиливают друг друга. Все остальные, близко расположенные волны, постепенно гасят друг друга. Таким образом, спектр собственных частот оптического резонатора определяется соотношением:

$\nu_n = (c/2L)n$,

[1] Ораевский А.Н. Лазер. Под. ред. М. Е. Жаботинского. Квантовая электроника. Маленькая энциклопедия. М.: «Советская энциклопедия». 1969. с. 89-118.

[2] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. 3 - излучение, волны, кванты; 4 - кинетика, теплота, звук // Фейнмановские лекции по физике. 3-е изд. М.: Мир. 1976. Т. 1. с. 311-315. 496 стр.

[3] Einstein A. «Strahlungs-emission und -absorption nach der Quantentheorie». Verhand-lungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaf. 1916. Vol. 18: 318.

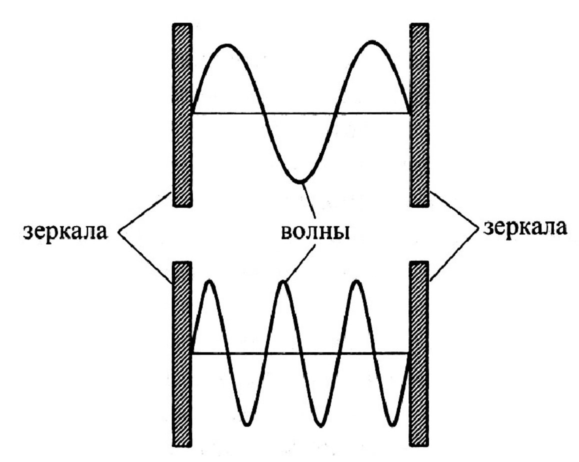


Рис. 2.19. Распространение световых волн между зеркалами в лазере.

здесь c – скорость света в вакууме. Интервалы между соседними частотами резонатора одинаковы и равны: $\Delta v_r = c/2L$.

Длина световой волны, как и частота её колебаний, зависит от её энергии. Электроны также по-разному взаимодействуют с различными волнами, при передаче энергии «отдавая предпочтение» волнам, частота которых, то есть несомая ими энергия, соответствует энергетическому уровню электрона[1-4].

Именно эти волны, среди набора волн разной длины, задерживающихся между зеркалами, оказываются воспроизводимы возбуждёнными электронами снова и снова. Возникает автокаталитический процесс: волна определённой частоты эффективней других возбуждает электроны, что приводит к испусканию электронами дополнительного количества подобных волн, возвращающихся после, чтоб снова возбудить электроны, которыми они произведены. Волны доминирующей частоты вытесняют волны других частот. В результате вся энергия световых электронов оказывается собранна в единую равномерно колеблющуюся волну. Волна, распространившая своё влияние и определившая своим поведением порядок в лазере, играет роль параметра порядка. Поскольку параметр порядка вынуждает отдельные электроны двигаться совершенно синхронно, мы снова можем сказать, что параметр порядка подчиняет себе отдельные элементы системы. Верно и обратное: параметр порядка (то есть доминирование световой волны определённой длины) есть результат синхронных колебаний отдельных электронов. Возникновение параметра порядка, с одной стороны, и когерентного поведения электронов, с другой,

---

[1] Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество. М.: Наука. 1985. Т. 3. 713 стр.
[2] Тарасов Л.В. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. М.: Радио и связь. 1981. 440 стр.
[3] Кондиленко И.И., Коротков П.А., Хижняк А.И. Физика лазеров. Киев: Вища школа. 1984. 232 стр.
[4] Звелто О. Принципы лазеров. М.: Мир. 1990. 559 стр.

взаимно обуславливают друг друга; в таких случаях принято говорить о *циклической причинности*. Перед нами ещё один типичный пример синергетического поведения. Для обеспечения синхронности колебаний электронов должен существовать параметр порядка (в данном случае эту роль выполняет световая волна определённой частоты), однако доминирование самой световой волны определённой частоты возможно только благодаря синхронным колебаниям электронов. В самом начале процесса синхронизации световых волн имеет место конкурентная борьба и процесс отбора между волнами разной длины. Конкурентная борьба и процесс отбора происходят и между нарождающимися конвекционными потоками в нагреваемой жидкости, очевидно, эти феномены можно добавить к списку эффектов, характеризующих любой процесс самоорганизации.

Не стоит удивляться, что явления, известные нам, биологам, прежде всего из теории эволюции, оказались используемы в описании поведения лазера или конвекционных потоков. Весь процесс биологической эволюции с точки зрения синергетики есть процесс самоорганизации макромолекулярных систем, где сохраняются и доминируют лишь системы, наиболее устойчивые в данных условиях. Выживающий вид или особь это есть параметр порядка (на видовом или организменном уровне организации), представляющий собой наиболее стабильно организованную динамичную надмакромолекулярную систему, подчиняющую себе, то есть вытесняющую, менее «жизнеспособные» системы. Мутации здесь – это критические флуктуации, спонтанно возникающие в самоорганизующейся системе; та флуктуация, которая окажется наиболее «жизнеспособной» в данных условиях и станет параметром порядка, подчинив себе всё пространство, на котором происходит самоорганизация (в данном случае это динамическое пространство всех возможных мутаций и форм, географически же пространство – ареал распространения признака, если рассматривать носителей нового признака, как часть экосистемы, часть экологического пространства нового признака популяции или вида – его экологическая ниша).

Задача генерации лазерного света есть задача чисто количественная. Необходимо возбуждать световые электроны атомов светоизлучающей субстанции с такой скоростью, чтоб они оказались в состоянии испускать световые волны достаточно быстро и эффективно для компенсации фотонов уходящих за пределы лазера. Другими словами, потери энергии волн должны перекрываться энергией, получаемой в результате вынужденного излучения. Итак, переход от света обычной лампы к лазерному свету происходит скачкообразно при повышении силы электрического тока, пропускаемого нами через газоразрядную трубку. Существует некое критическое значение силы тока, при котором происходит фазовый переход, самоорганизация

светового потока в единую когерентную волну.

Лазер постоянно обменивается энергией с окружающим миром, значит, он является открытой системой и чрезвычайно далёк от теплового равновесия, в отличие от сверхпроводника или ферромагнетика. Состояние упорядоченности в лазере поддерживается за счёт процессов самоорганизации, протекающих благодаря притоку энергии извне. Все свойства фазовых переходов, в том числе критические флуктуации и нарушение симметрии, присущи и процессу генерации лазерного света.

Особенно интересен химический лазер, в котором активная реакция фтора и водорода порождает возбуждённые световые электроны, то есть низкоуровневая тепловая химическая энергия (микроскопические энергии отдельных частиц) преобразуется в высокоуровневую энергию (макроскопическую энергию с меньшим числом степеней свободы) когерентного пучка фотонов. Подобная трансформация низкоуровневой тепловой энергии в высокоуровневую происходит и в поршне двигателя, и является одним из основных принципов протекания биологических процессов. В лазере, как и в жидкости, состояние макроскопической упорядоченности может быть достигнуто увеличением количества поступающей энергии. В случае с жидкостью мы повышаем температуру, получая в результате всё более и более сложные структурные образования вплоть до возникновения турбулентности; то же и с лазером: при дальнейшем повышении мощности накачки лазер внезапно начинает испускать регулярные невообразимо короткие, в триллионную долю секунды, интенсивные световые вспышки. Выходная мощность каждой вспышки при этом может быть сопоставима с мощностью всех вместе взятых электростанций страны. Описанные световые вспышки, называемые также ультракороткими лазерными импульсами, возникают в результате кооперации множества различных волн. Конкуренция между ними прекращается, вытесненная общим мощным усилием. Для излучения с длиной волны 800 нм, распространяющегося в воздухе, этот порог – приблизительно 3 ГВт (1 гигаватт = 10^9 Вт). При таких условиях луч имеет настолько высокую интенсивность, что практически перестает быть подверженным дифракции и может оставаться сфокусированным и не расходящимся на протяжении нескольких десятков, а то и сотен метров. Бездифракционное поведение лазерного луча объясняется эффектом Керра – изменением показателя преломления среды, через которую распространяется свет. Установлено, что разность между показателем преломления среды до движения через нее видимого излучения и после равна произведению его интенсивности на некоторый коэффициент пропорциональности. Обычно интенсивность света на оси лазерного луча имеет максимум (рис. 2.20, а) и симметрично уменьшается к границам. Предположим, что лазерный луч движется в воздухе. Тогда, согласно эффекту Керра, показатель преломления воздуха в середине луча

окажется больше, чем на краях. Из-за этой оптической неоднородности воздушная среда формально ведет себя по отношению к лазерному излучению как собирающая линза: толщина луча уменьшается (рис. 2.20, b), а интенсивность света увеличивается. То есть луч как бы сам себя фокусирует – происходит самофокусировка. На первый взгляд, кажется, что луч способен коллапсировать до нулевой толщины. Однако когда интенсивность света достигает некоторого значения, наступает многофотонная ионизация. Фотоны лазерного излучения выбивают электроны из молекул воздуха (молекул азота и кислорода). Освобожденные электроны формируют плазму. По сравнению с воздухом плазма обладает меньшим показателем преломления, поэтому она формально ведет себя как рассеивающая линза и начинает дефокусировать луч, уменьшая его интенсивность (рис. 2.20, c). Проскочив область с плазмой, луч продолжает свое движение, и ситуация повторяется. В итоге, балансируя между процессами самофокусировки и дефокусировки, луч, не расходясь, преодолевает расстояния в десятки и сотни метров. Помимо высокой интенсивности лазерный импульс должен обладать еще и маленькой продолжительностью – порядка фемтосекунды (10^{-15} секунды). В противном случае, вместо многофотонной ионизации среды, через которую он проходит, может возникнуть каскадная ионизация: концентрация освобожденных электронов становится такой, что они начинают ионизировать молекулы даже вдали от проходящего лазерного луча. Это приводит к дисбалансу между самофокусировкой и дефокусировкой. Луч перестает быть сфокусированным и быстро расходится. В 1994 году американскими физиками из Мичиганского университета при помощи 10-гигаваттного лазера, генерирующего импульсы длительностью 200 фемтосекунд с длиной волны 800 нм впервые был сгенерирован лазерный луч высокой интенсивности способный

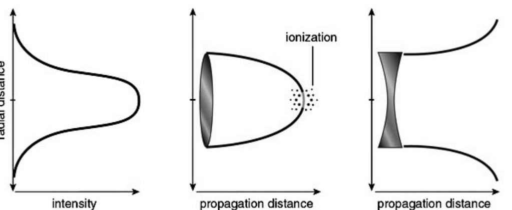


Рис. 2.20. Эффект Керра объясняющий бездифракционное поведение лазерного луча. Изначально структура лазерного импульса такова, что максимум интенсивности света приходится на центральную область; a — схематический график, показывающий, как меняется интенсивность излучения в луче по мере удаления от его оси; b — поскольку показатель преломления воздуха увеличивается с ростом интенсивности излучения (эффект Керра), воздушная среда начинает вести себя по отношению к лазерному лучу как собирающая линза, вызывая его фокусировку (самофокусировку). Вследствие такой фокусировки интенсивность излучения становится достаточной для ионизации окружающего воздуха и образования плазмы в ограниченном объеме окружающей среды; c — показатель преломления плазмы меньше, чем у воздуха. Вследствие этого плазма играет роль рассеивающей линзы для лазерного излучения. Рис. с сайта americanscientist.org.

самофокусироваться и бездифракционным образом распространяться в среде. В ходе этих экспериментов исследователи неожиданно обнаружили, что движение лазерного импульса в среде осуществляется в основном по очень тонким нитям, играющим для него роль своеобразных волноводов. Ученые назвали их филаментами, а сам процесс расщепления лазерного луча на нити-филаменты – филаментацией. На рисунке 2.21 черные круглые области – это фотографии филаментов. Оказалось, что, в зависимости от значения интенсивности, процесс филаментации имеет две фазы. Пока интенсивность лазерного луча не перешагнула некоторого критического значения, каждый филамент представляет собой цепочку локализованных в пространстве шарообразных областей («фермионых пузырьков») с максимумом интенсивности в их центрах и с плавным уменьшением до нуля на краях (рис. 2.22). Эти области образуют в профиле лазерного луча (в плоскости, перпендикулярной направлению его движения) регулярную упорядоченную решетку. Авторы и ввели в своей статье название для данной фазы – «фермионный свет». Дальнейшее увеличение интенсивности лазерного луча (его можно достичь, например, поставив на пути лазерного луча специальную собирающую линзу)

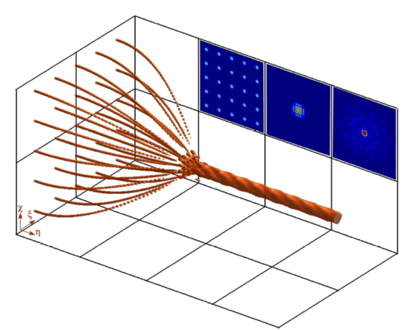


Рис. 2.22. Увеличение интенсивности лазерного луча провоцирует в нем фазовый переход (перестройку его внутренней структуры) — от образующих упорядоченную решетку цепочек фермионных пузырьков, представляющих собой локализованные в пространстве шарообразные области с максимумом интенсивности в их центрах и с плавным уменьшением до нуля на их краях, к фазе жидкой капли, в которой фермионные пузырьки сливаются в одну толстую нить-филамент. На вставках сбоку показано распределение интенсивности в профиле лазерного луча: красные участки соответствуют максимальной интенсивности, синие — нулевому значению. Рис. из обсуждаемой статьи в Physical Review Letters.

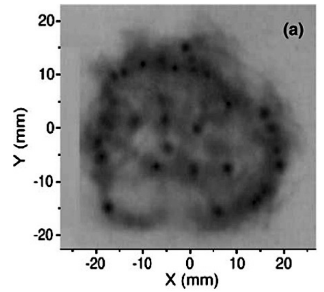


Рис. 2.21. Фотография процесса филаментации движущегося в воздухе лазерного импульса с длиной волны 800 нм, созданного лазером тераваттной мощности. Показано распределение интенсивности излучения в поперечном сечении (профиле) лазерного луча. Черные участки, соответствующие наибольшим значениям интенсивности света — филаменты. Рис. из статьи G. Mйchain et al. 2005[1].

[1] Range of plasma ilaments created in air by a multi-terawatt femtosecond laser // Optics Communications. 2005. Vol. 247: 171–180.

приводит к постепенному сближению цепочек фермионных пузырьков или филаментов. Когда интенсивность достигает критического значения (критическое значение для воздуха, согласно расчетам авторов, составляет около 30 ТВт/см^2), пузырьки объединяются в один толстый филамент. В его пределах интенсивность света распределена равномерным образом и резко падает до нуля за пределами филамента. Авторы рассчитали, что световое давление, которое оказывает новообразованная структура, обратно пропорционально ее радиусу. Поскольку формально полученная зависимость аналогична известной формуле Лапласа, определяющей добавочное давление жидкости в зависимости от кривизны ее поверхности, авторы назвали данную фазу лазерного луча «жидкой каплей». Таким образом, регулируя интенсивность лазерного луча, можно наблюдать фазовый переход из фермионного состояния в состояние жидкой капли и наоборот[1].

Другой яркий пример самоорганизующихся структур можно встретить при исследовании автокаталитических реакций, в которых возникают хаотические автоколебательные процессы.

Впервые колебательную химическую реакцию, проявляющуюся в виде периодических вспышек при окислении паров фосфора, наблюдал Роберт Бойль (Robert Boyle, 1627 – 1691) в конце XVII века. Эти повторяющиеся вспышки затем неоднократно описывали многие исследователи. В XIX веке были обнаружены и другие колебательные реакции. Однако они не привлекли особого внимания, поскольку химическая кинетика как наука еще не существовала, и никто не имел представления о том, как должна идти химическая реакция. Лишь во второй половине XIX века возникли термодинамика и химическая кинетика, положившие начало специфическому интересу к колебательным реакциям и методам их анализа. Предсказания возможности колебаний в химических системах делались, начиная с 1910 года, на основе анализа системы дифференциальных уравнений в работах американского математика А. Лотки (Alfred James Lotka, 1880 – 1949), однако первые математические модели соответствовали неосуществимым и невозможным химическим реакциям. К тому же все попытки экспериментально обнаружить колебательные реакции долгое время не давали положительных результатов.

В 1921 году У. Брей (William C. Bray) опубликовал статью, в которой достаточно подробно описана первая колебательная жидкофазная реакция разложения пероксида водорода, катализируемая иодатом (реакция Брея-Либхафски). Хотя эксперимент осложнялся выделением кислорода, Брей осознал связь между своим открытием и прогнозом Лотки. Однако его работа не вызывала интереса в течение примерно 40 лет. Одна из причин такого безразличия – довольно

[1] David Novoa, Humberto Michinel, Daniele Tommasini. Fermionic Light in Common Optical Media // Phys. Rev. Let. 2010. Vol. 105(20): 105: 203904.

низкий уровень развития методов исследования механизмов сложных химических реакций. Другой причиной было широко распространенное мнение, что второй закон термодинамики запрещает такие колебания даже вдали от равновесия. Фактически, большинство химиков считали, что колебания концентрации в закрытых гомогенных системах невозможны, иначе говоря, чисто химических колебаний не бывает.

В 1951 году Б. П. Белоусов обнаружил автоколебания в реакции окисления бромата калия $KBrO^3$ малоновой кислотой $HOOC-CH^2-COOH$ в кислотной среде в присутствии катализатора – ионов церия Ce^{+3}. В 1961 механизм реакции Белоусова был объяснён А.М. Жаботинским, тогда аспирантом МГУ, реакция названа в их честь реакцией Белоусова-Жаботинского (BZ-reaction). В чашку Петри последовательно вносят с помощью пипеток насыщенный раствор бромата калия, раствор броммалоновой кислоты и раствор ферроина. В течение нескольких минут на красном фоне в чашке появляются голубые участки. Это обусловлено образованием комплекса ферроина $[Fe(phen)_3]^{3+}$ при окислительно-восстановительной реакции комплекса ферроина $[Fe(phen)_3]^{2+}$ с бромат-ионами:

$6[Fe(phen)_3]^{2+}+6H_3O^++BrO_3 = 6[Fe(phen)_3]^{3+}+9H_2O+Br^-$.

Этот процесс протекает с автоускорением. Затем образующийся комплекс $[Fe(phen)_3]^{3+}$ окисляет броммалоновую кислоту с образованием бромид-ионов:

$4[Fe(phen)_3]^{3+} + BrCH(COOH)_2 + 7H_2O = 4[Fe(phen)_3]^{2+} + 2CO_2 + 5H_3O+ + Br^- + HCOOH$.

Выделяющиеся бромид-ионы являются ингибиторами реакции окисления комплекса железа (II) бромат-ионами. Только когда концентрация $[Fe(phen)_3]^{2+}$ становится достаточно высокой, ингибирующее действие бромид-ионов преодолевается, и снова начинают протекать реакции получения броммалоновой кислоты и окисления комплекса. Процесс повторяется снова, и это отражается в окраске раствора. От голубых участков в чашке во все стороны расходятся концентрические круговые красно-голубые «волны» окраски. Если содержимое чашки перемешать стеклянной палочкой, то раствор на непродолжительное время станет одноцветным, а потом периодический процесс повторится. В конце концов, реакция прекращается из-за выделения диоксида углерода. Можно внести в чашку Петри помимо всех перечисленных реагентов несколько кристалликов гексагидрата нитрата церия (III), тогда диапазон окрасок расширится: появится желтый цвет за счет производных церия (IV) и зеленый из-за наложения голубого и желтого цветов. В реакции Белоусова – Жаботинского источником энергии служит органическая малоновая кислота. Действительно, при ее полном окислении колебания в реакции затухают, а затем и сама реакция прекращается.

Б.П. Белоусов дважды посылал статью с описанием этой реакции

в наши ведущие химические журналы, но оба раза отзывы рецензентов были отрицательными ввиду «теоретической невозможности» описанных процессов. Краткое содержание было опубликовано лишь 1958 г. в виде реферата в «Сборнике рефератов по радиационной медицине». Борис Павлович Белоусов умер 12 июня 1970 года, только в 1980 году А.М. Жаботинскому, Б.П. Белоусову (посмертно) и ряду других исследователей автоколебательных процессов была присуждена Ленинская премия.

Известно, что всякая реакция может идти с той или иной вероятностью, как в прямом, так и в обратном направлении. Реакция Белоусова-Жаботинского протекает в прямом направлении при избытке реагентов – идёт синтез продуктов реакции, и в обратном при избытке продуктов реакции – идет распад их до исходных реагентов. Прямая реакция, распространяясь от центров своей инициации, увеличивает концентрацию продуктов реакции. В какой-то момент в центрах максимальной концентрации продуктов реакции (в точке инициации прямой реакции) начинается обратная реакция, с той же точки инициации распространяющая исходные реагенты. Когда концентрация исходных реагентов станет критической, а это произойдет опять же в точке инициации обратной реакции, в этой точке обратная реакция снова сменится прямой. Таким образом, всё пространство протекания реакции в чашке Петри заполняется круговыми или спиральными макроскопическими «волнами», зонами повышенной концентрации исходных реагентов и продуктов реакции, берущих начало в центрах инициации реакции и сменяя друг друга волнообразно расходящимися от них. Специальный индикатор, окрашивающий реагенты и продукты реакции в разные цвета делает этот процесс видимым (рис. 2.23).

Здесь снова (как и в случае с лазером) приходит на помощь





Рис. 2.23. Реакция Белоусова-Жаботинского.

концепция параметра порядка и принципа подчинения. При введении в систему исходных реагентов в определённых концентрациях течение реакции становится нестабильным и замещается периодическими изменениями, то есть флуктуациями, которые играют роль параметра порядка и подчиняют себе отдельные молекулы. Вследствие этих флуктуаций реакция приобретает вынужденно периодический характер, при котором молекулы в едином ритме образуют новые соединения, а затем разрушают их, так что на макроскопическом уровне появляются волновые структуры и возникает впечатление, что каждая молекула, участвующая в реакции, знает, в каком месте раствора она находится и как ей в каждый момент времени себя вести, хотя это не так, каждая молекула обладает лишь информацией о своём непосредственном окружении. На примере реакции Белоусова-Жаботинского можно выделить следующий универсальный принцип самоорганизации – процесс автокатализа. Волны, физико-химические структуры, устойчивые флуктуации, являющиеся параметрами порядка, приводят систему в наиболее устойчивое состояние в данных условиях, то есть они энергетически наиболее выгодные для системы, своим появлением они инициируют возникновение себе подобных структур, пока эти структуры не вытеснят другие, менее устойчивые и менее энергетически выгодные режимы поведения системы.

Реакция Белоусова – Жаботинского стала одной из самых известных в науке химических реакций, её исследованиями занимаются множество исследовательских групп математиков, химиков, физиков, биологов во всём мире. Обнаружены её многочисленные аналоги в разных химических системах, опубликованы тысячи статей и книг, защищено множество кандидатских и докторских диссертаций. Открытие реакции фактически дало толчок к развитию таких разделов современной науки, как теория динамических систем и теория детерминированного хаоса.

Реакция Белоусова-Жаботинского была изучена в деталях на базовой модели «брюсселятор» (рис. 2.24), названной в честь брюссельской научной школы под руководством И.Р. Пригожина, в которой проводились эти исследования. Классическая модель «брюсселятор» описывает гипотетическую схему химических реакций:

I $A \rightarrow X$

II $B + X \rightarrow Y + D$

$2X + Y \rightarrow 3X$ (автокатализ)

$X \rightarrow E$

V $A + B \rightarrow E + D$

Ключевой является стадия превращения двух молекул x и одной молекулы y в x – так называемая тримолекулярная реакция. Такая реакция возможна в процессах с участием ферментов с двумя каталитическими центрами. Нелинейность этой реакции в сочетании с

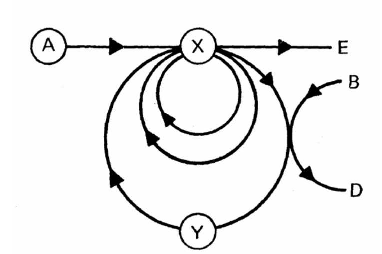


Рис. 2.24. Схема реакций «брюсселятора».

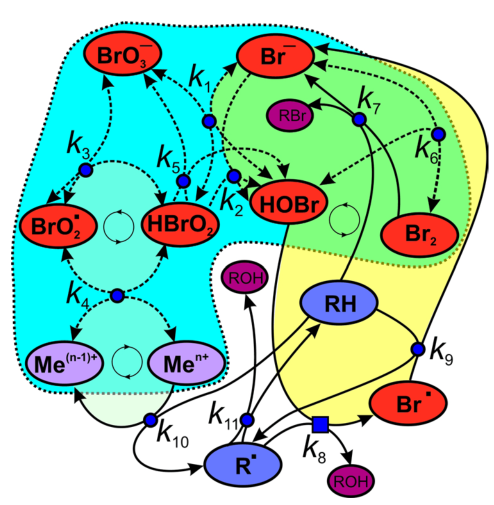


Рис. 2.25. Графическая схема механизма реакции Белоусова-Жаботинского.

процессами диффузии вещества и обеспечивает возможность пространственно- временных режимов, в том числе образование пространственных структур в первоначально однородной системе. На рисунке 2.25 представлена полная графическая схема механизма реакции Белоусова-Жаботинского.

Группа химиков и физиков из Массачусетского технологического института и университета Питтсбурга создала пульсирующий гель, изменение формы которого управляется реакцией Белоусова-Жаботинского, идущей, пока гель взаимодействует с окружающим его химическим раствором[1]. В 2009 году японский исследователь Шийю Хашимото (Shuji Hashimoto, 橋本) из университета Васеда в Токио (Waseda University, 早稲田大学) заставил подобный гель "шагать" перемещаясь в пространстве[2]. Исследователи полагают, что на основе подобного материала можно будет строить не только искусственные мышцы, но и чувствительную кожу для роботов. Она реагировала бы на механические повреждения и автоматически запускала бы заранее рассчитанные химические реакции для восстановления нарушенного покрова.

Сейчас известно довольно много реакций циклического самоорганизующегося автокатализа, подобного реакции Белоусова-Жаботинского, например, реакция Бриггса - Раушера («йодные часы») – автоколебательная химическая реакция, в которой при взаимодействии пероксида водорода, йодата калия, сульфата марганца, серной и малоновой кислот и крахмала возникает колебательная реакция с

[1]Chen I.C., Kuksenok O., Yashin V.V., Balazs A.C., Van Vliet K.J. Mechanical Resuscitation of Chemical Oscillations in Belousov–Zhabotinsky Gels. // Advanced Functional Materials. 2012. Vol. 22(12): 2535–2541. Doi: 10.1002/adfm.201103036

[2]Hara Y., Maeda S., Hashimoto S., Yoshida R. Molecular Design and Functional Control of Novel Self-Oscillating Polymers. // Int J Mol Sci. 2010. Vol. 11(2): 704–718. Doi: 10.3390/ijms11020704

Модель Лотки-Вольтерра – модель межвидовой конкуренции, названная в честь её авторов – (Alfred James Lotka, 1880-1949; Vito Volterra, 1860-1940), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник-жертва», «паразит-хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами1. В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$dx/dt = (\alpha-\beta y)x; \ dy/dt = (-\gamma+\delta x)y,$

где:

x – количество жертв

y – количество хищников

t – время

α, β, γ, δ – коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами. Уравнение обладает свойством гармонического осциллятора, то есть системы, которая при смещении из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы, пропорциональной смещению.

переходами синий – золотой – бесцветный.

Выяснилось, что одна из простейших химических схем, описывающих колебания в системе двух последовательных автокаталитических реакций, математически тождественна уравнениям, которые итальянский ученый В. Вольтерра в начале 1930-х гг. использовал для описания экологических процессов. В настоящее время это известная модель Лотки-Вольтерры, которая описывает периодические изменения численности «жертвы» и «хищника» в экологических системах[1-4].

Манфред Эйген (Eigen, Manfred, род. 1927), лауреат Нобелевской премии по химии 1967 года, создал теорию эволюции химических гиперциклов, которые могли предшествовать появлению живых структур. Комплексы сцепленных автокаталитических химических реакций могли размножаться путём автокатализа (подобно волнам в лазере), подвергаться мутациям, а затем вступать в конкурентную борьбу. Те гиперциклы, которые быстрее занимают всё доступное протеканию реакции пространство, или являются наиболее устойчивыми, или используют наиболее распространённые вещества, или требуют минимальной энергии для своего протекания, распространяются и вытесняют конкурирующие гиперциклы. Гиперциклы, использующие разные реагенты могут сосуществовать, не вытесняя друг друга, можно сказать, что они занимают различные «экологические ниши». При избытке реагентов («жизненных ресурсов») конкурентная борьба может ослабнуть, возобновившись лишь при недостатке физического пространства для протекания реакций. Возможно сосуществование гиперциклов, имеющих различные стратегии выживания: одни

[1] Белоусов Б.П. Периодически действующая реакция и её механизм. Сборник: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький: Изд-во ГГУ. 1951. 76 стр.

[2] Жаботинский А.М. «Концентрационные колебания». М.: Наука. 1974. 179 стр.

[3] Юджин Одум. Экология. В 2-х томах. М.: Мир. 1986. Т.1 – 328 стр.; Т.2 – 376 стр.

[4] Lotka A.J. Contribution to the Theory of Periodic Reaction. // J. Phys. Chem. 1910. Vol. 14(3): 271–274.

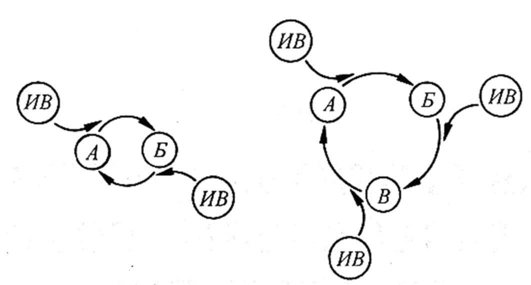


Рис. 2.26. Гиперциклы Эйгена: а — Молекулы типа А размножаются посредством автокатализа, однако при этом им необходимо содействие молекул типа Б в роли катализатора. Соответственно, молекулы типа Б размножаются посредством автокатализа при содействии молекул типа А в роли катализатора. Буквами ИВ обозначены молекулы исходных веществ; b — Гиперцикл с участием трех различных типов молекул. Молекулы каждого типа размножаются автокаталитически, однако при этом им необходимо содействие молекул других типов. Круг участвующих в процессе молекул может быть значительно шире.

стабильнее прочих, другие менее требовательны к ресурсам и так далее. Принцип отбора, как видим, есть общий принцип для всех самоорганизующихся систем, будь то лазер, биомолекулы, организмы или социальные структуры. Интересно, что в начальной редакции теории Эйгена уравнения, описывающие «размножение» биомолекул, имели точно такую же форму, что и описывающие «размножение» волн в лазере[1]. Совпадения такого рода в двух совершенно разных областях у авторов, получивших свои уравнения независимо друг от друга, едва ли можно счесть случайным, оно указывает на существование универсальных принципов развития этих систем (рис. 2.26).

В ходе теоретического анализа на стыке химической термодинамики и математики Брогиоли (Doriano Brogioli) пришел к любопытному выводу: «эволюция» может спонтанно возникать за счет термодинамических флуктуаций в химических реакциях с безразличным равновесием. В качестве матрицы может выступать молекула репликазы *R*, а также ее мутантные формы. Даже если мутантная форма репликазы *R’*, неактивна (то есть она сама не может уже ничего катализировать), то она всё равно размножается под действием *R*. Если же репликаза-мутант сохраняет свою функцию, то она тоже включается в цикл и может катализировать сборку как *R*, так и *R’*. Иными словами, мутации не устраняются, а продолжают жить и размножаться. Как показал автор исследования, именно в таких автокаталитических реакциях и возникает безразличное химическое равновесие. Он построил математическую модель описанной выше ситуации, приняв во внимание разную степень «активности» молекул *R* и *R’*, а также проанализировал, к каким пропорциям концентраций *R* и *R’* будет стремиться химическая реакция. Оказалось, что таких точек равновесия бесконечное число, и они образуют кривую. Именно безразличное равновесие, то есть нежелание системы стремиться к какой-то одной точке на диаграмме,

[1] Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 320 стр.

позволяет благополучно сосуществовать разным вариантам одной молекулы в более или менее произвольной пропорции.

Даже если реагенты полностью перемешаны, в реальном растворе всегда возникают термодинамические флуктуации – случайные отклонения количества молекул от среднего в любом объеме. В результате в каждом микроскопическом объеме смеси раз за разом возникают новые условия (неравновесные концентрации), и реакция постоянно пытается адаптироваться к этим смещениям из положения равновесия. С помощью численного моделирования автор работы проанализировал суммарный эффект от таких флуктуаций. Он обнаружил, что из-за них состояние химического равновесия всей системы в целом начинало медленно ползти вдоль линии положений равновесия в сторону доминирования более активной версии репликазы. «Термодинамический шум» оказался той самой силой, которая была неважна для устойчивого равновесия, но которая начала управлять эволюционным движением системы с безразличным равновесием[1].

Работа британских и голландских химиков, опубликованная в журнале Science[2], показала, что на избирательное накопление отдельных «маловероятных» продуктов могут влиять не только химические, но и механические факторы, такие как способ перемешивания реакционной смеси. Исследователи работали с тремя искусственно синтезированными веществами, молекулы которых способны объединяться в кольцевые структуры, состоящие из 3–7 мономеров (рис. 2.27). У вещества 1 в качестве радикала присутствует короткий пептид, состоящий из чередующихся гидрофобных остатков лейцина и гидрофильных

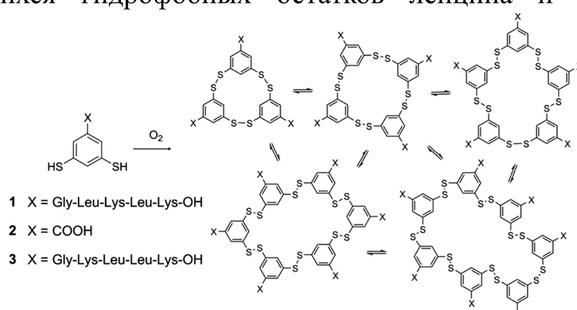


Рис. 2.27. Молекулы искусственно синтезированных веществ, способные объединяться в кольцевые структуры, состоящие из 3–7 мономеров. Каждый мономер представляет собой бензольное кольцо, к которому присоединены две тиоловые группы (–SH) и один из трех радикалов (X). Мономеры в присутствии кислорода самопроизвольно объединяются в кольцевые структуры. Рис. из статьи Jacqui M. A. et al., 2010[2].

[1] Brogioli D. Marginally stable chemical systems as precursors of life // Physical Review Letters, vol. 105, no. 5, Article ID 058102, 2010.

[2] Jacqui M.A. Carnall, Christopher A. Waudby, Ana M. Belenguer, Marc C.A. Stuart, Jérôme J.P. Peyralans, Sijbren Oto. Mechanosensitive Self-Replication Driven by Self-Organization. // Science. 2010. Vol. 327: 1502–1506.

остатков лизина. Такие пептиды имеют обыкновение склеиваться в устойчивые структуры – бета-листы (beta-sheets). Вещества 2 и 3 использовались в качестве контрольных. Их радикалы не обладают способностью формировать бета-листы. Авторы установили, что растворы обоих контрольных веществ быстро приходят к равновесному состоянию с резким преобладанием трех- и четырехчленных циклов (тримеров и тетрамеров), и после этого никаких изменений в системе уже не происходит. Вещество 1 повело себя иначе. В течение первых четырех дней в растворе тоже преобладали тримеры и тетрамеры, но затем быстро начала расти доля семичленных циклов – гептамеров. За две недели гептамеры почти полностью вытеснили все остальные типы молекул, за исключением небольшого количества шестичленных циклов (гексамеров). В описанных опытах растворы помешивали при помощи магнитной мешалки. Как ни странно, оказалось, что именно способ помешивания определяет судьбу вещества 1. Если раствор не мешать вовсе, образуются только тримеры и тетрамеры, как и в случае с веществами 2 и 3. А если вместо помешивания применить встряхивание (для этого использовали орбитальный шейкер), вещество 1 превращается преимущественно в шестичленные циклы (гексамеры). Судьба веществ 2 и 3 не зависит от механических воздействий, они производят только тримеры и тетрамеры. Авторы установили, что гексамеры и гептамеры существуют в растворе в виде длинных нитей – фибрилл. Ширина фибриллы составляет от 4,7 до 4,9 нанометров, что соответствует диаметру гекса- и гептамеров с выступающими пептидными радикалами. Длина фибрилл может достигать 1–2 микрометров. Оба конца фибриллы служат «точками роста», к которым присоединяются новые кольцевые молекулы. Присоединение идет избирательно: с гексамерами соединяются гексамеры, с гептамерами – гептамеры. Молекулы, присоединяющиеся к фибрилле, выпадают из дальнейших превращений, то есть обретают стабильность. Таким образом, гептамеры и гексамеры ведут себя как настоящие репликаторы: они стимулируют образование собственных копий. При этом они конкурируют друг с другом за субстрат, то есть за моно-, три- и тетрамеры.

Причем же тут помешивание? При помощи ряда дополнительных экспериментов авторы выяснили, что разные способы механического воздействия по-разному влияют на фибриллы, состоящие из шести- и семичленных молекул. При встряхивании фибриллы, состоящие из гексамеров, рвутся чаще, чем гептамерные. Вероятно, это объясняется тем, что гептамеры склеиваются друг с другом прочнее, чем гексамеры: первые удерживаются вместе семью бета-листами, вторые – только шестью. Чем чаще рвутся фибриллы определенного типа, тем больше возникает новых точек роста и тем быстрее идет синтез и стабилизация соответствующих кольцевых

молекул. Поэтому при встряхивании гексамеры размножаются быстрее и побеждают своих семичленных конкурентов в борьбе за субстрат. При помешивании магнитной мешалкой обе разновидности фибрилл рвутся с примерно одинаковой частотой. Фибриллы измельчаются мешалкой, трущейся о дно сосуда. При таком способе фрагментации фибрилл небольшие различия в их прочности уже не имеют значения. Поэтому при изначально равном количестве гекса- и гептамеров будет образовываться равное количество новых точек роста обоих типов. В такой ситуации победителем в конкурентной борьбе становится тот из двух репликаторов, который реплицируется быстрее (то есть быстрее наращивает свои фибриллы). Гептамерные фибриллы растут быстрее гексамерных, и поэтому в таких условиях победа оказывается на стороне семичленных молекул. Выяснилось также, что гептамеры и гексамеры не могут «поглотить» друг друга: они используют только моно-, три- и тетрамеры. Размножение обоих типов репликаторов в среде с ограниченным количеством субстрата идет по сигмоидальной кривой, как и в случае размножающихся биологических организмов: сначала их численность растет с ускорением, затем рост замедляется и, в конце концов, останавливается. Если добавить в раствор новую порцию субстрата, рост возобновляется.

Испанские ученые открыли механизм, который может приводить к спонтанному образованию кристаллов карбонатов и силикатов очень сложной и необычной формы. Эти кристаллические новообразования напоминают биоморфы – неорганические структуры, полученные при участии живых организмов. Ученые в эксперименте получили биоморфы, смешав в щелочной среде хлорид бария и раствор кремниевой кислоты. Эксперимент проводился при комнатной температуре и нормальном давлении в открытой посуде. В этих условиях катионы бария реагируют с карбонатом, который поступает в раствор с атмосферным углекислым газом. Плохо растворимый карбонат бария (витерит) кристаллизуется и начинается его осаждение. Ион карбоната, соединяясь с барием, оставляет у поверхности кристаллов положительно заряженный протон. Таким образом, в микропространстве вокруг формирующегося кристалла витерита pH снижается. Там, где концентрируется положительный заряд и повышается кислотность, увеличивается концентрация кремниевой кислоты и начинается осаждение аморфного кремния. В точках образования аморфного кремния кристаллизация карбоната бария останавливается. Из-за осаждения аморфного кремния щелочность снова возрастает и, когда значение pH достигает необходимого порогового уровня, снова начинается кристаллизация витерита. Цикл осаждения начинается заново. Это, как легко заметить, автоколебательная химическая система, в которой слои силикатов и карбонатов самопроизвольно и упорядоченно чередуются.

В результате в системе «карбонат бария – силикат» образуются правильные палочковидные кристаллы карбоната бария, размером от

десятков до сотен нанометров, обернутые слоем аморфного кремния. Сначала из правильного шестигранного кристалла вырастает структура, похожая на цветную капусту. Эта форма получается из-за того, что на пути роста «правильных» кристаллов неизбежно встречаются различные загрязнения. Затем растущие кристаллы формируют плоский лист. Именно в этих местах и происходят быстрые автоколебания pH, которые продвигают вперед фронт роста кристаллов. В какой-то момент плоский лист начинает заворачиваться по краям. Когда завернутые края листа встречаются в оси симметрии, то растущий фронт начинает изгибаться, приобретая объем. Конечные объемные фигуры в зависимости от условий получаются разные. Это могут быть кристаллы в виде узлов, спиралей, крученых веревок, червеобразные формы (рис. 2.28)[1].

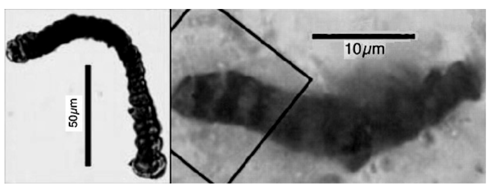


Рис. 2.28. Минеральные структуры карбоната, одетые пленкой силикатов (слева), внешне напоминают древнейшие микрофоссилии из Австралии, Варравуна (Warrawoona), возрастом 3,4 млрд. лет (справа).

Последний интересный пример самоорганизации в физической системе: самоорганизация потоков плазмы. Плазма – вещество, нагретое до температуры в миллионы градусов, представляющее собой электронно-протонную смесь. Электроны при такой температуре сходят со своих орбиталей, атомарное строение вещества разрушается. Теоретически, в плазме могут происходить реакции термоядерного синтеза: свободные от электронных оболочек атомные ядра объединяются с выделением большого количества энергии. Предполагается, что такие процессы происходят на солнце. Управление потоками плазмы интенсивно исследуется. Одна из причин их исследования: высокий уровень неустойчивости плазмы. Неустойчивости плазмы это самопроизвольное нарастание отклонений от невозмущённого квазистационарного состояния плазмы (состояния равновесия, стационарного течения и т. п.), связанное либо с пространственной неоднородностью плазмы, либо с неравновесным распределением по скоростям. С энергетической точки зрения для возникновения неустойчивости плазмы необходим некоторый избыток свободной энергии. В зависимости от того, в какой форме энергии (магнитной, механической, тепловой) образуется избыток свободной энергии и в каком виде и каким способом этот избыток высвобождается, различают разного вида неустойчивости

[1] Juan Manuel García-Ruiz, Emilio Melero-García, Stephen T. Hyde. Morphogenesis of Self-Assembled Nanocrystalline Materials of Barium Carbonate and Silica. // Science. 2009. Vol. 323: 362–365.

плазмы: пучковые, токовые, дрейфовые, магнитогидродинамические, кинетические, параметрические, диссипативные, разрывные и другие. Хотя основные уравнения, описывающие состояния плазмы, относительно просты, в некоторых ситуациях они не могут адекватно отражать поведение реальной плазмы: возникновение таких эффектов – типичное свойство сложных систем, если использовать для их описания простые модели. Наиболее сильное различие между реальным состоянием плазмы и ее математическим описанием наблюдается в так называемых пограничных зонах, где плазма переходит из одного физического состояния в другое (например, из состояния с низкой степенью ионизации в высокоионизированное). Здесь плазма не может быть описана с использованием простых гладких математических функций или с применением вероятностного подхода. Такие эффекты как спонтанное изменение формы плазмы являются следствием сложности взаимодействия заряженных частиц, из которых состоит плазма. Подобные явления интересны тем, что проявляются резко и не являются устойчивыми. Многие из них были изначально изучены в лабораториях, а затем были обнаружены во Вселенной.

Можно предположить, что в столь динамичной высокоэнергетической структуре неизбежны процессы самоорганизации. И действительно, физикам известно уже более сотни типов динамического равновесия потоков плазмы: возникновения различных волн, образования абсолютно новых конфигураций потоков, некоторые из которых приводят к полному разрушения потока плазмы. На рисунке 2.29 показана одна из наиболее интересных конфигураций потоков.

Если взять атомное ядро и нагреть его выше критической температуры, равной примерно 2 трлн. градусам (175 МэВ в энергетических единицах), ядерная материя превратится в особое состояние вещества – кварк-глюонную плазму. В этом состоянии уже нет отдельных протонов и нейтронов, а есть лишь кварки и глюоны, свободно гуляющие по всему объему плазмы. Это очень необычное состояние материи, которое одинаково интересно и теоретикам, и экспериментаторам. Первые благодаря исследованию этого состояния материи развивают новые математические подходы к изучению сложных систем с сильной связью, а вторые получают

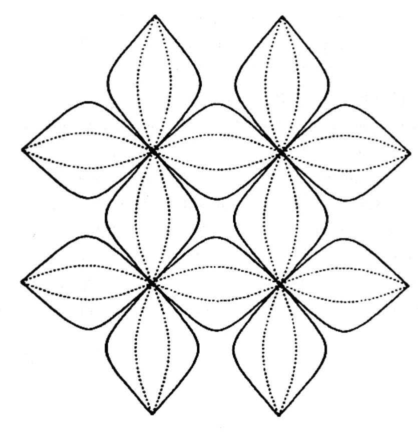


Рис. 2.29. Конфигурация, возникающая в нагреваемой снизу плазме, помещенной в вертикальное магнитное поле.

возможность увидеть ядерную физику – со всеми ее многочисленными приложениями – в новом свете.

В эксперименте облачко кварк-глюонной плазмы можно создать на очень короткое время в лобовом столкновении двух тяжелых ядер с большой энергией. Такие исследования вот уже десять лет ведутся на американском Релятивистском коллайдере тяжелых ионов (Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC), а в 2008 году в игру вступил и Большой адронный коллайдер (Large Hadron Collider, LHC). В ноябре 2010 года на LHC происходили столкновения ядер свинца с энергией 287 ТэВ (то есть 1,38 ТэВ в расчете на каждый протон и нейтрон), и накопленная за тот месяц статистика до сих пор изучается экспериментальными группами. Время от времени коллаборации публикуют результаты этих анализов, которые один за другим вскрывают интересные особенности кварк-глюонной плазмы. Оказалось, что кварк-глюонная плазма – это самая настоящая сплошная среда, в которой есть коллективные потоки вещества. Кварк-глюонная плазма заполняла Вселенную после Большого взрыва ещё до появления атомов химических элементов, и именно самоорганизация в ней привела к тому миру, которую мы наблюдаем вокруг[1-3].

Самой очевидной областью приложения самоорганизации в технике является производство устройств содержащих большое количество сравнительно простых однородных упорядоченных компонентов. Организация NEDO (New Energy and Industrial Technology Development Organization) во главе с компанией Hitachi, создала технологию для укладки 10 нм намагниченных битов состоящих из полимерных материалов с самостоятельным упорядочиванием частиц в пластинах жёстких дисков. Органические солнечные батареи состоящие из порфирина (донор) и фуллерена (акцептор) кластеризованные с наночастицами золота на SnO_2 электродах способны к самосборке, так что подобные солнечные батареи, в будущем, можно будет приобретать в виде высыхающей и самоорганизующейя суспензии, наносимой на любые подходящие поверхности[4]. Технологическими примерами использования самоорганизации изобилуют нанотехнологии, ставящие целью сборку сложных на микроскопическом уровне структур в промышленных масштабах[5-7]. Самоорганизация это параллельный

[1] Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей в 2-х томах. М.: Атомиздат. 1970.
[2] Галеев А.А., Судан Р. (ред.). Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат. Т. 1. 1983. – 640 стр.; Т. 2. 1984. – 632 стр.
[3] Чен Ф. Введение в физику плазмы. Пер. с англ. М.: Мир. 1987. 398 стр.
[4] Hasobe T., Imahori H., Kamat P.V., Fukuzumi S. Quaternary self-organization of porphyrin and fullerene units by clusterization with gold nanoparticles on SnO2 electrodes for organic solar cells. // J. Am. Chem. Soc. 2003. Vol. 125(49):14962-3.
[5] Деффейс К., Деффейс С. Удивительные наноструктуры. Пер. с англ. М.: Бином. 2011. с. 206.
[6] Хартманн У. Очарование нанотехнологии. Пер. с нем. 2-е изд. М.: Бином. 2010. с. 173.
[7] Эрлих Г. Малые объекты – большие идеи. Широкий взгляд на нанотехнологии. М.: Бином. 2011. с. 254.

процесс, который может вовлекать в себя очень большое число компонентов. Роботизированные перегрузочные (pick-and-place) методы укладки элементов ограничены тем, что они последовательны. Хотя они могут быть ускорены параллельным использованием нескольких роботизированных устройств, их число и скорость довольно ограничены. Сегодня нет чёткого понимания, какие именно параметры будут определять, в каком случае самоорганизация окажется однозначно эффективнее, чем прямая искусственная сборка. Для большого числа маленьких компонентов самоорганизация, видимо, всегда будет иметь преимущество, для не симметричных паттернов состоящих из сравнительно больших компонентов (например, микроэлектронные схемы) последовательное изготовление будет, скорее всего, оставаться более эффективным. В задачах же, задействующих элементы средних размеров и среднего их числа, стратегия будет выбираться для каждой задачи индивидуально. Последовательная сборка 100 нм компонент никогда не будет коммерчески более выгодна, чем самосборка, хотя она может быть использована в исследованиях.

Самовосстанавливающиеся материалы – ещё одно из важнейших направлений современных технологий использующих самосборку на молекулярном, нанометровом и микроскопическом уровнях. На рисунке 2.30 приведены микрофотографии некоторых самособирающихся структур.

В Иллинойском университете (США) на базе широко распространённых компонентов создан новый самовосстанавливающийся эластичный полимерный материал высокой эффективности. В отличие от множества аналогов, новый материал, разработанный группой Цзяньцзюнь Чэна (Jianjun Cheng), не требует катализаторов, проявляет репарационные свойства при низкой температуре, а кроме того, способен к многократному самовосстановлению. В основе материала — полимочевина, массовый и сравнительно недорогой продукт, используемый в производстве множества пластиков. При разрезании, просто сложив два куска пластика вместе и оставив их при комнатной температуре на сутки, вы получите соединение той же прочности, что и прежде. Причём если его растянуть до полного разрыва, граница последнего пройдёт в новом месте, а не в точке восстановления (рис. 2.31)[1].

Другой полимер, созданный американскими учёными из Университета штата Иллинойс пронизан сетью наноканалов диаметром 200 мкм, по которым, как по сосудам, циркулирует восстанавливающий агент – эпоксидная смола. Если ткань повреждается, то под действием капиллярных сил нужная доза восстановителя направляется к месту

[1] Hanze Ying, Yanfeng Zhang, Jianjun Cheng. Dynamic urea bond for the design of reversible and selfhealing polymers. // Nature Communications 5. 2013. Article number: 3218. Doi:10.1038/ncomms4218.

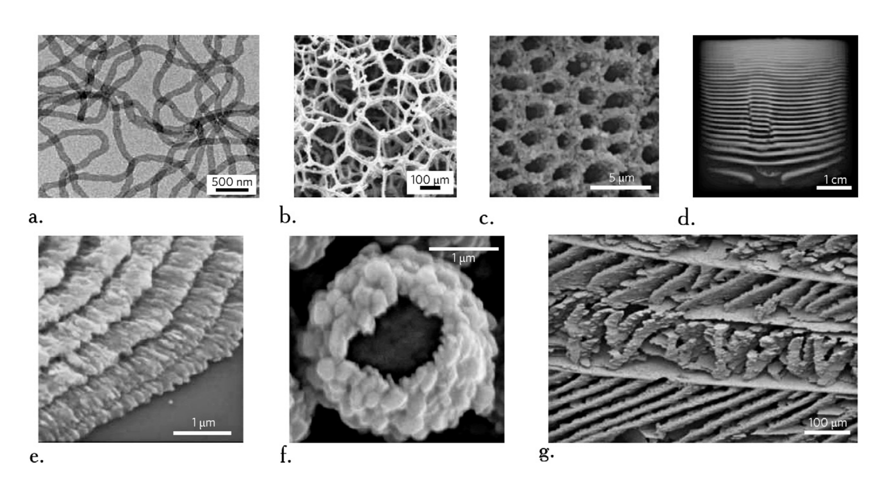


Рис. 2.30. Самоорганизующиеся материалы синтезированные с использованием неравновесной спонтанной самосборки гибридных наноструктур: a — TEM изображение показывающее SiO_2 —полимерные нанотрубки формирующиеся миелинизацией гелевых частиц поли(этилен оксид)-b-поли(1,2-бутилен оксид)-тетраэтоксисилана в воде; b — SEM изображение многогранных ячеек цеолита и SiO_2 наночастиц произведенных микрофазным разделением и пространственным структурированием декстрановой пены наполненной пузырьками CO_2. c-g — Примеры использования реакционно-диффузных систем в высокоуровневой самоорганизации наноструктур: c — Иерархически организованный TiO_2 созданный с использованием неравновесной золь-гель реакции. На SEM фотографии изображен срез внутренней структуры макроскопического волокна TiO_2 содержащего упорядоченные капилляры с наноструктурированными стенками; d — Оптическое изображение макроскопически упорядоченного оксида железа (светлые полосы) в агарном геле созданное реакционно-диффузной преципитацией Fe(II)/Fe(III) под воздействием градиента pH; e — SEM изображение периодического паттерна ориентированных игольчатых кристаллов карбоната кальция (кальцита) в гидрогеле холестерин-функционализированого пуллулана содержащего полиакриловую кислоту; f — SEM изображение частично сломанных полых $CaCO_3$ микросфер полученных спонтанной трансформацией при 70 °C и pH 10.5 в присуствии полистирол сульфоната. Стенка микросферы состоит из нанокристаллов фатерита; g — SEM микрофотография иерархически организованной суперструктуры K_2SO_4 полученной кристаллизацией с помощью выпаривания в присутствии полиакриловой кислоты. На изображении видна макроскопическая структура, состоящая из эпизодических отложений пластин перемежающихся с колоннами поликристаллических кристаллитов K_2SO_4. Из: Stephen Mann, 2009[1].

[1] Stephen Mann. Self-assembly and transformation of hybrid nano-objects and nanostructures under equilibrium and non-equilibrium conditions. // Nature Materials. 2009. Vol. 8: 781–792. Doi:10.1038/nmat2496.



Рис. 2.31. Два сложенных вместе куска полимера срастаются вновь при обычной температуре. (Фото Anne Lukeman).

повреждения. В то же время верхний слой полимера «пропитан» катализатором Граббса, который вступает в реакцию с эпоксидной смолой и способствует возникновению реакции полимеризации. Так что в течение нескольких секунд «раны затягиваются» и материал восстанавливает свою структурную целостность.

Микробиолог Хэнк Джонкерс (Henk Jonkers) продлевает срок службы дорог и зданий, подмешивая в цемент споры бактерий и питательные вещества для них. Как только в цементе появляется трещина и в неё попадает вода, бактерии пробуждаются ото сна и начинают перерабатывать корм в прочный карбонат кальция, который заполняет трещины. Американский учёный Марек Урбан (Marek Urban) создал прочную ткань, которая может самостоятельно заделывать полученные повреждения. Для этого на неё необходимо направить концентрированный луч ультрафиолета.

Группа Содано (Henry Sodano) из Университета Аризоны сообщает в последнем номере журнала Journal of Applied Physics, что им удалось создать самозалечивающуюся полимерную структуру, содержащую в своём составе оптоволоконную сеть. Оптоволоконная сеть повреждается при повреждении такни. К месту, где произошла авария, инфракрасный лазер посылает тепловой сигнал, инициирующий механизмы упрочнения поврежденного места и уничтожения трещины – память формы полимера просто захлопывает ее. Система оптоволоконной сети повышает прочность полимера в одиннадцать раз и умеет затягивать трещины, восстанавливая 96% прочности материала[1].

Передним краем будущего синтеза нанотехнологий и программных технологий использующим принципы самоорганизации является клейтроника. Клэйтроника (Claytronics) – абстрактная концепция будущего, состоящая в объединении наномасштабных роботов и информатики с целью создания индивидуальных компьютеров атомных размеров, называемых клэйтронными атомами или к-атомами. Они могут вступать в контакт друг с другом и создавать материальные 3-D объекты, с которыми может взаимодействовать пользователь. Эта идея входит в более общую идею создания программируемой материи, то есть материи, которая может изменять свои физические

[1] Zhou Z., Lin Y., Tang H., Sodano H.A. Hydrothermal Growth of Highly Textured BaTiO3 Films Composed of Nanowires. // Nanotechnology. 2013. Vol. 24: 095602.

свойства (форму, плотность, структуру, оптические свойства и т. д.) программируемым образом, посредством заданных пользователем или автономных восприятий. Многочисленные исследования и эксперименты с клэйтроникой проводятся группой учёных в университете Карнеги-Меллона в Питсбурге, штат Пенсильвания (Carnegie Mellon University), которая состоит из профессоров Тодда Моури (Todd C. Mowry), Сета Голдштейна (Seth Goldstein), аспирантов и студентов, а также исследовательской группой из лаборатории Интел в Питтсбурге (Intel Labs Pitsburgh)[1-3]. Клэйтроника оперирует группами электронно-механических устройств, которые модифицируют сами себя в заданном направлении (рис. 2.32). Чтобы обладать живучестью, к-атомы должны удовлетворять ряду критериев. Во-первых, к-атомы должны уметь двигаться в трёхмерном пространстве друг относительно друга и быть способными соединяться друг с другом, образуя трёхмерные конструкции. Во-вторых, к-атомы должны уметь общаться друг с другом и иметь возможность обрабатывать информацию о структуре конструкции, возможно, с помощью друг друга. По сути, к-атомы состоят из процессоров, сетевых устройств связи, однопиксельного дисплея, нескольких датчиков, бортового аккумулятора и средств соединения друг с другом. Конечно, здесь не обойтись без самоорганизованного поведения, в котором самообучение и приспособление как к структуре самого к-сообщества, так и к условиям

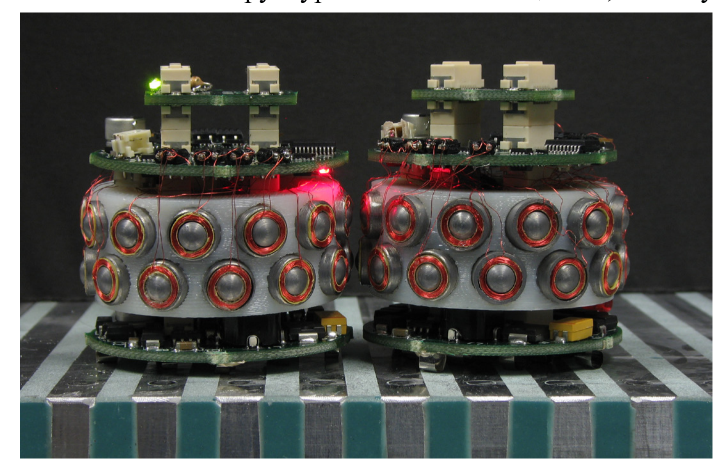


Рис. 2.32. Прототипы клейтронных элементов.

[1] Goldstein S.C. The Claytronics Team. 2010 from http://www.cs.cmu.edu/~claytronics/people/index.html

[2] Goldstein S.C., Campbell J.D., Mowry T.C. Programmable Matter. // Computer. 2005.Vol. 38(6): 99-101.

[3] Funiak S., Pillai P., Ashley-Rollman M.P., Campbell J.D., Goldstein S.C. Distributed Localization of Modular Robot Ensembles. // In Proceedings of Robotics: Science and Systems. 2008

внешней среды играет значительную роль. Группой Тодда Моури был разработан декларативный язык логического программирования Meld, первоначально предназначенный для программирования оверлейных сетей. С помощью логического программирования код для ансамбля роботов может быть интерпретирован с глобальной точки зрения, что позволяет программисту сосредоточиться на общей производительности клэйтронной матрицы, а не писать отдельные инструкции для каждого из нескольких тысяч или миллионов к-атомов в ансамбле. Это существенно упрощает процесс мышления при программировании движения клэйтронной матрицы.

Исследователи Университета Карнеги-Меллона разработали различные прототипы к-атомов. Они варьируют от мелких кубиков до гигантских шаров, наполненных гелием. Прототип, на который больше всего надеются разработчики как на будущий к-атом – это плоский к-атом. Он имеет форму цилиндра диаметром 44 мм, который оснащён 24 электромагнитами, расположенными по его окружности. Движение к-атомов осуществляется совместно включением и выключением электромагнитов для того, чтобы катиться по поверхности друг друга. Целью учёных также является разработка к-атомов миллиметрового размера без каких-либо движущихся частей. Миллионы таких микророботов смогут излучать свет переменной интенсивности и разного цвета, позволяя использовать их для динамического физического рендеринга (создания картин). Для реализации таких конструкций локальная цель разработок была перенесена на создание достаточно простых к-атомов, которые функционируют только в составе ансамбля, и с ансамблем в целом способны к выполнению более сложных функций.

Организация всех связей и взаимодействий между миллионами к-атомов требует разработки новых алгоритмов и языков программирования, содержащих лаконичные утверждения для команд высокого уровня, чтобы они могли быстро распространяться по сети. Язык программирования матриц требует более краткого синтаксиса и стиля команд, чем обычные языки программирования, такие как C++ или Java. Ключевые алгоритмы клэйтроники относятся к алгоритмам создания и локализации формы. Конечная цель исследований клэйтроники состоит в создании организованного движения в трёхмерном пространстве. Все исследования перемещений к-атомов, коллективной активации и иерархического управления движением основаны на алгоритме создания формы для приведения к-атомов в необходимую структуру, которая обеспечит прочность и плавный переход к динамическому ансамблю элементов. Алгоритмы локализации обеспечивают к-атомам возможность нахождения своих позиций в ансамбле. Кроме того, алгоритмы локализации должны обеспечивать точное относительное знание к-атомами всей матрицы в целом, основанной на наблюдении полностью распределённой системы

при наличии шумов. Лаборатория клэйтроники Карнеги-Меллона создала два новых языка программирования: Meld и язык локально распределенные предикаты (ЛРП) (Locally distributed predicates (LDP)). Meld – это декларативный язык, язык логического программирования, первоначально предназначенный для программирования оверлейных сетей. С помощью логического программирования код для ансамбля роботов может быть интерпретирован с глобальной точки зрения, что позволяет программисту сосредоточиться на общей производительности клэйтронной матрицы, а не писать отдельные инструкции для каждого из нескольких тысяч или миллионов к-атомов в ансамбле. ЛДП является реактивным языком программирования, то есть лежит в области парадигмы программирования, ориентированной на потоки данных и распространение изменений. В дополнение к языку, который позволяет программисту описывать операции при разработке матрицы формы, ЛДП может использоваться для анализа распределённых локальных условий. В ЛДП предусмотрены также средства для согласования взаимодействия распределённых структур. Это даёт возможность программисту манипулировать более широким набором переменных булевой логики, что позволяет программе делать поиск более крупных объектов для активного взаимодействия и строить стратегию поведения среди групп модулей.

В информационных технологиях, помимо программироания к-атомов, использование самоорганизации востребовано в проектировании сетей, в распределённых вычислениях, в организации информационных потоков и самообучении вычислительных устройств. Большинство децентрализованных спонтанно возникших сетей, не только компьютерных, но и природных или социальных, имеют самоорганизованную структуру[1].

Самоорганизованной сети присущи такие качества, как распределение суммарного знания по всей системе и самоуправляемость без предписания сверху вниз, определенная независимость и автономия каждой части из которых составлена система, постоянная адаптация похожая на поиск нового динамического равновесия, постоянное уточнение и размывание границ.

В 1965 году основатель современной наукометрии, профессор истории науки Йельского университета Дерек Джон де Солла Прайс (Derek John de Solla Price, 1922-1983) показал, что в сетях, образованных ссылками в научных публикациях, число ссылок на публикацию имеет распределение с “тяжелыми хвостами”, т.е. распределение, похожее на степенной закон[2]. Альберт-Лассо Барабаши (Albert-László Barabási) в своих исследованиях топологии всемирной паутины обнаружил узлы-

[1] Kleinberg J., Lawrence S. The structure of the Web. // Science. 2001. Vol. 294: 1849-185.
[2] De Solla Price D.J. Networks of Scientific Papers. // Science. 1965. Vol. 149(3683): 510–515. Doi:10.1126/science.149.3683.510. PMID 14325149.

концентраторы, имеющие большое количество связей. Впоследствии он обнаружил подобные узлы и в других сетях, после чего дал найденному классу сетей название “Безмасштабные сети”[1-3]. Безмасштабная сеть (scale-free network) – это сеть, в которой степени вершин распределены по степенному закону или закону, приближающемуся к степенному в асимптотике. В статистике, степенной закон (power law) это функциональная зависимость между двумя величинами, где одна величина изменяется, как степень другой. В логарифмическом масштабе степенная функция представляет собой прямую линию. Степенной закон также известен, как «степенное распределение», «распределение с тяжелым хвостом», «распределение Парето» в теории вероятностей, «закон Ципфа» в лингвистике, «закон 20/80» в социологии, «1/f распределение» в физике, «фрактальное распределение» во фрактальной геометрии. Примеры безмасштабных сетей: социальные сети, семантические сети, различные компьютерные сети, включая всемирную паутину, сети взаимодействия белков с белками, схемы авиационных линий и другие. Степенной закон распределения пронизывает всю структурную организацию самоорганизованных сетей. Миллионы людей редактируют страницы Википедии, но мы обнаруживаем, что в среднем 5% пользователей создают 80% контента, также гиперссылки в сети WWW не подчиняются модели независимой случайной генерации, в первом приближении вероятность появления новой ссылки у страницы подчиняется степенному закону.

Использование степенного закона для описания существующих сетей может обосновано двумя фактами:

– Эффект накопления или “почему богатые богатеют” часто наблюдается в различных существующих системах. Пусть между индивидами или объектами распределено какое-то количество благ. Как правило, при перераспределении благ, больше получают те индивиды, которые уже обладают богатством, а те, кто имеет мало, теряют часть своих накоплений. При определенных условиях, механизм перераспределения благ порождает степенной закон. Заметим, что эффект накопления тесно связан с эффектом Матфея, но не является им в полной мере. Эффект Матфея (Matthew effect), или эффект накапливаемого преимущества, – социальный феномен, состоящий в том, что преимущества получает, как правило, тот, кто уже ими обладает, а изначально обделенный оказывается обделен еще больше. В частности, в сети WWW это выражаетется в том, что чем больше ссылок на некоторую страницу существует, тем выше эта страница в результатах

[1] Barabási Albert-László, Zoltán Oltvai. Network Biology. // Nature Reviews Genetics. 2004. Vol. 5: 101-113.
[2] Réka Albert, Hawoong Jeong, Barabási Albert-László. The Diameter of the WWW. // Nature. 1999. Vol. 401(6749): 130–131. arXiv:cond-mat/9907038. Doi:10.1038/43601.
[3] Baruch Barzel, Barabási A.L. Universality in Network Dynamics. // Nature Physics. 2013. Vol. 9: 673-681.

поиска (например, в результате работы алгоритма Google Pagerank), а чем она выше, тем чаще посещается и тем больше вероятность того, что ссылаться на нее будут еще больше. При этом далеко не всегда такая страница лучше тех, что находятся ниже в результатах поиска.

– Модель приспособленности (модель эволюции сети) демонстрирует смену связей между узлами с течением времени в зависимости от приспособленности узлов. Более приспособленные узлы притягивают больше связей, чем менее приспособленные. Здесь под приспособленностью понимают индивидуальную способность узла притягивать связи. Таким образом, узлы в сети не одинаковы и степени узлов зависят от приспособленности узлов. Если предположить, что зависимость степени узла от его приспособленности имеет экспоненциальный вид, то распределение степеней в сети имеет вид степенного закона.

Сегодня становится всё больше информационных сервисов прикладного уровня, от зеркал Web серверов и Web кэшеров до прокси-перегонщиков Web страниц, видео транскодеров и широковещательных роутеров уровня приложений, которые нуждаются в более эффективной сетевой организации, помимо перераспределения пакетов обеспечиваемого базовой сетевой инфраструктурой. Фундаментальный вопрос, встающий при разработке таких серверов – где поместить их внутри сети. Один из ответов на этот вопрос – создание инфраструктуры, позволяющей сервису найти своё место в системе с использованием самоорганизации, на основании анализа запросов обращённых к каждому сервису. Хани Джамйом, Суги Йамин и Кан Шин (Hani Jamjoom, Sugih Jamin, Kang Shin) предложили структуру, названную Сорти (Sortie), в которой сервисы расположены в узлах сети на основе набора очень простых правил рассчитываемых каждым узлом самостоятельно. Распределённая структура позиционирования элементов делает систему в целом масштабируемой. Авторы системы создали модель, которая подтвердила стабильность и эффективность предложенного механизма. Таксономия алгоритма самоорганизации имеет две шкалы: 1. когда копировать сервис, и 2. где использовать сервис. Сервис может быть копирован, когда появится запрос (Greedy копирование) или когда число запросов достигнет определённого уровня (Miser копирование). Ортогонально уровню запросов, сервис может быть копирован в узле, ближайшем к источнику (Eager копирование) или в узле ближайшем к потребителю сервиса (Lazy сервис). Таким образом, возможны четыре алгоритма: (1) Greedy/Eager, (2) Greedy/Lazy, (3) Miser/Eager, и (4) Miser/ Lazy. Sortie принимает во внимание фактор преобразований (число Miser/Lazy переключений в еденицу времени), когда решает где копировать сервер. Правила копирования, используемые Sortie следующие: 1. Сервис копируется локально, только если запросы для него достигают определённой частоты, 2. Решение

о копировании принимает в рассмотрение фактор преобразований. Когда сервис впервые внедряется в сеть, он поддерживает только свои домашние узлы. Предполагается, что каждый сервис имеет один или больше домашних узлов, из которых он не может быть автоматически удалён. Домашние узлы должны участвовать в самоорганизующейся сети. О существовании новых сервисов должны быть оповещены другие узлы Sortie. Затем каждый узел отслеживает локальные запросы новых сервисов и запускает алгоритм копирования. Узлы продолжают периодически сообщать о наличии сервисов, пока копия не будет удалена (например, чтоб освободить место для другого сервиса)[1].

Беспроводная самоорганизующаяся сеть (беспроводная ad-hoc-сеть, беспроводная динамическая сеть) – децентрализованная беспроводная сеть, не имеющая постоянной структуры – одна из ключевых сетевых технологий, в основе функционирования которой лежат принципы самоорганизации. Клиентские устройства такой сети соединяются «на лету», каждый узел сети пытается переслать данные, предназначенные другим узлам. При этом определение того, какому узлу пересылать данные, производится динамически, на основании связности сети.

Подобная сеть чаще всего имеет *ячеистую топологию* (Mesh Topology), то есть она построенная на принципе ячеек, в которой рабочие станции сети соединяются друг с другом и способны принимать на себя роль коммутатора для остальных участников. Такая организация сети является достаточно сложной в настройке, однако, подобная топология обеспечивает высокую отказоустойчивость. Как правило, узлы соединяются по принципу "каждый с каждым", большое количество связей обеспечивает широкий выбор маршрута следования трафика внутри сети, следовательно, обрыв одного соединения не нарушит функционирования сети в целом. Ячеистые сети характеризуются интеллектуальностью, "интеллектуальность" здесь означает, что при подключении каждая точка автоматически получает информацию обо всех других точках доступа в сети и "выясняет" свою роль. Подобное поведение исключает необходимость постоянного администрирования и способствует быстрому развертыванию. Также самоорганизующимся сетям присущи свойства самовосстановления и самоадаптации, при выходе из строя одного из узлов, сеть способна перенаправить данные – то есть переопределить маршруты автоматически.

В качестве примера применения ad-hoc-сетей можно привести технологию MANET (Mobile Ad hoc Network) – беспроводные децентрализованные самоорганизующиеся сети, состоящие из мобильных устройств. Каждое такое устройство может независимо

[1] Hani Jamjoom, Sugih Jamin, Kang Shin. Self-Organizing Network Services. // Real-Time Computing Laboratory Department of Electrical Engineering and Computer Science. University Michigan. 1999. https://www.researchgate.net/publication/2353972_Self-Organizing_Network_Services

передвигаться в любых направлениях, и, как следствие, часто разрывать и устанавливать соединения с соседями. В отличие от беспроводных сетей традиционной архитектуры, MANET сети обладают возможностью передачи данных на большие расстояния без увеличения мощности передатчика, они устойчивы к изменениям в инфраструктуре сети, способны к быстрой реконфигурации в условиях неблагоприятной помеховой обстановки, ещё одним их преимуществом является простота и высокая скорость развертывания.

Другим, возможно, самым важным направлением использования ad-hoc-сетей являются *беспроводные сенсорные сети* (WSN — Wireless Sensor Network) прозванные «*умной пылью*» – распределённые, самоорганизующиеся сети множества датчиков (сенсоров) и исполнительных устройств, объединенных между собой посредством радиоканала. Сенсорные сети создаются каждый раз заново для решения конкретных задач, и мгновенно после их выполнения распадаются на отдельные элементы, готовые образовать новые сети, как только в том возникнет необходимость. Основой таких сетей являются миниатюрные полупроводниковые устройства, выполняющие одновременно вычислительные и коммуникационные функции и способные наиболее оптимальным образом автоматически конфигурироваться в самоорганизующиеся сети.

Оснащенная подобными сенсорами, детская кроватка сможет «прислушиваться» к дыханию ребенка и улавливать малейшие изменения температуры его тела, плавательный бассейн будет самостоятельно «следить» за свежестью и чистотой воды, детекторы дыма в зданиях смогут не только регистрировать возгорание, но и сообщать пожарным о степени задымленности в тех или иных помещениях, крошечные пылинки-сенсоры, разбросанные с самолетов над большими лесными массивами, в зависимости от заданных параметров могут отслеживать возникновение лесных пожаров либо маршрут заблудившейся туристической группы, передавая в диспетчерский центр по самоорганизованной беспроводной сети полную картину состояния леса, сенсорные сети могут следить за созреванием урожая, информируя фермеров о необходимости полива всходов, за состоянием климата в производственных и общественных помещениях, за уровнем напряжения материалов в несущих конструкциях мостов и зданий и т.п. Также исследуется возможность создания “актуаторов” – устройств на основе сенсоров, которые позволяют влиять на ситуацию, а не только регистрировать ее состояние.

Один из лидеров работ по созданию сетевых технологий, обеспечивающих самоорганизацию сетей из сенсоров – исследовательская лаборатория корпорации Intel в Калифорнийском университете в Беркли (Intel Berkeley Research laboratory). На сегодняшний день сенсорные сети Intel состоят только из сотен

сенсоров с ограниченной зоной покрытия и выполняют лишь четко определенные задачи. Они способны передавать лишь определенный тип информации от одного датчика к другому и только в заданной полосе пропускания. Потребление энергии также нельзя назвать ничтожно малым – заряда батареи хватает всего на несколько дней. Однако, экспериментальные сенсорные сети уже сейчас приносят пользу. Одна из таких сенсорных сетей, созданная совместными усилиями исследовательской лаборатории Intel Berkeley, институтом Атлантики и Калифорнийским университетом, действует на Большом утином острове (Great Duck Island) в штате Мэн. Задача этой сети – изучение микросреды обитания различных биологических организмов населяющих остров. Любое человеческое вмешательство (даже с целью изучения) способно воздействовать на среду, здесь и оказываются полезны сенсорные сети, позволяющие без непосредственного участия человека собирать все необходимую информацию. В сенсорных сетях Intel используется сенсор Mica оснащённый 128 килобайтами программой флэш-памяти, 256 килобайтами флэш-памяти для хранения данных и радиопередатчиком, работающим на частоте 900 МГц. Некоторые из этих устройств работают под управлением операционной системы TinyOS, код которой является открытым и весит всего из 8.5 Кб[1-2].

Другой проект лаборатории Intel Berkeley развернулся на нескольких акрах виноградника сорта Pinot noir в долине Вилламет, штат Орегон, (Willamette, Oregon). Исследователи из лаборатории под руководством Ричарда Беквита (Richard Bechwith) развернули опытный участок беспроводной сенсорной сети измеряющей температуру окружающего воздуха раз в минуту и запоминающей наибольшее и наименьшее значение за прошедший час. Информацию с датчиков собирает регулярно обегающий виноградник пес по кличке Роджер, на ошейник которого закреплено специальное устройство беспроводного сбора данных. Информация позволит получить точные данные о влиянии нюансов погоды на свойства винограда и вкус вина, который, как известно, меняется каждый год. Подобный проект также проводит компания Fujitsu на виноградниках возле города Косю (甲州市) в префектуре Яманаси (山梨県), Япония.

Не менее важна задача создания распределённых сетей, целью которых является свободный анонимный обмен информацией, обеспечивающий основные права каждого человека на конфиденциальность личной жизни, на свободное получение информации, дающий ему право голоса и противостоящий тоталитаризму, всё ещё поднимающему голову во многих регионах

---

1 http://sourceforge.net/projects/tinyos/

2 http://www.sensorsmag.com/networking-communications/mica-the-commercialization-microsensor-motes-1070

планеты. На принципе самоорганизации распределённой сети базируются такие сообщества по обмену файлами, как Gnutella, Kad, Overnet, RetroShare и многие другие, а также оверлейная устойчивая анонимная интернет сеть I2P (invisible internet project)[1].

Из рассмотренных примеров видно, что самоорганизация достаточно частое явление, как в природных, так и в рукотворных физико-химических, информационных и социальных системах. Приведённые примеры можно считать демонстративными, но мы можем рассматривать с точки зрения процессов самоорганизации эволюцию любых сложных динамических систем, от всей Вселенной в целом, до локальных потоков вещества и энергии на всех уровнях организации материи, включая эволюцию галактик, солнечных систем, геосферы, биосферы, биогеоценозов, отдельных атомарных и молекулярных комплексов. Примеры технологий, использующих самоорганизацию для создания искомых систем, запуска и эволюции нужных процессов или синтеза материалов с заданными свойствами также можно приводить бесконечно, такие технологии появляются ежедневно и используются всё шире по мере приближения творений человека к природным образцам, способным, как открытые самоорганизующиеся системы, самовосстанавливаться, самообучаться и адаптироваться к окружающей среде, совершенствуясь и находя наиболее оптимальные пути к решению тех задач, которые перед этой системой встают.

[1] https://geti2p.net/en/

Глава 3. Детерминированный хаос.

Это не бардак, это организованный нелинейный порядок!

Хаос (др.-греч. Χάος – пустота, пропасть, бездна от χαίνω – раскрываюсь, разверзаюсь) в классическом понимании – это состояние системы, характеризующееся максимумом энтропии, отсутствием информации, полной неопределённостью и непредсказуемостью.

В 1928 году английский математик Ф. Рамсей (Frank P. Ramsey, 1903–1930) доказал, что полная неупорядоченность в реальном мире не существует и не возможна: любое достаточно большое множество объектов обязательно содержит высоко упорядоченную структуру, будь то группа звёзд, совокупность случайно разбросанных камешков или последовательность чисел, полученных бросанием игральной кости. Если речь идёт о достаточно большом количестве объектов, то всегда можно найти группу, которая с очень большой точностью образует какую-нибудь заданную конфигурацию: прямую линию, прямоугольник или, если уж мы заговорили о звёздах, Большой ковш. Фактически теория Рамсея утверждает, что любая структура обязательно содержит упорядоченную подструктуру [1-4].

Как категория современной космогонии, хаос есть первичное состояние Вселенной, бесформенная совокупность материи и пространства (в противоположность порядку). Синергетика оперирует понятием детерминированного хаоса, более близким тому, что существовал в древних космогонических философиях: в «Теогонии» Гесиода мы видим, что из хаоса происходят все известные нам греческие божества; по Платону, хаос предшествует каждому проявлению; народы доколумбовой Америки в «Пополь-Вухе» и в «Чилам Баламе» также упоминают хаос как исток всех вещей.

Динамический, или детерминированный хаос – сложное непредсказуемое поведение детерминированной нелинейной системы.

---

[1] Рональд Л. Грэм, Джоуэл Х. Спенсер. Теория Рамсея. // В мире науки. Scientifc American. Издание на русском языке. 1990. № 9: 70–76.
[2] Paul Hoffman. The Man Who Loves Only Numbers. // In: Atlantic Monthly. 1987. Vol. 260(5): 60–74.
[3] Graham R.L., Rödl V. Numbers in Ramsey Theory, in Surveys and in Combinatorics. // London Mathematical Society Lecture Notes Series. 1987. № 123: 111–153.
[4] Ronald L. Graham, Bruce L. Rothschild and Joel H. Spencer. Ramsey Theory. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., 1990. 208 p.

Нелинейная система – динамическая система, в которой протекают процессы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями.

Более точные математические условия возникновения хаоса выглядят так: система должна иметь нелинейные характеристики, быть глобально устойчивой, но иметь хотя бы одну неустойчивую точку равновесия колебательного типа, при этом размерность системы должна быть не менее 1,5.

Линейные системы никогда не бывают хаотическими. Для того чтобы динамическая система была хаотической, она должна быть нелинейной. По теореме Пуанкаре-Бендиксона (Poincaré-Bendixson), непрерывная динамическая система на плоскости не может быть хаотической. Среди непрерывных систем хаотическое поведение имеют только неплоские пространственные системы (обязательно наличие не менее трёх измерений или неевклидова геометрия). Однако дискретная динамическая система на какой-то стадии может проявить хаотическое поведение даже в одномерном или двумерном пространстве.

Апологеты новой научной парадигмы утверждают, что грядущим поколениям XX век будет памятен благодаря созданию теории относительности, квантовой механики и теории хаоса. Теория относительности разделалась с иллюзиями Ньютона об абсолютном пространстве–времени, квантовая механика развеяла мечту о детерминизме физических событий и, наконец, хаос развенчал Лапласову фантазию о полной предопределённости развития систем. Из этих трёх открытий лишь теория хаоса применима к Вселенной, которую мы можем наблюдать и ощущать, к объектам, которые доступны человеку. *Теория хаоса занимается качественным изучением неустойчивого апериодического поведения в детерминированных нелинейных динамических системах*. Пионерами теории хаоса считаются французский физик и философ Анри Пуанкаре (доказал теорему о возвращении), советские математики А. Н. Колмогоров и В. И. Арнольд и немецкий математик Ю. К. Мозер, построившие теорию хаоса, называемую КАМ (теория Колмогорова–Арнольда–Мозера).

Взаимодействия элементарных частиц описываются стохастическими вероятностными законами, но макротела, состоящие из этих частиц, подчиняются уже законам классической механики и описываются в других терминах, с помощью других законов. Теории детерминированного хаоса и самоорганизации послужили мостом между процессами, происходящими в малых и больших масштабах, объединили эти процессы в рамках единой концепции. Лишь новая научная дисциплина смогла положить начало преодолению разрыва между знаниями о том, как действует единичный объект – одна молекула воды, одна клетка сердечной ткани, один нейрон – и как ведёт себя миллион таких объектов.

Специальная теория относительности (СТО; также частная теория относительности) – теория, описывающая движение, законы механики и пространственно-временные отношения при произвольных скоростях движения, меньших скорости света в вакууме, в том числе близких к скорости света. В рамках специальной теории относительности классическая механика Ньютона является приближением низких скоростей. Обобщение СТО для гравитационных полей называется общей теорией относительности. Описываемые специальной теорией относительности отклонения в протекании физических процессов от предсказаний классической механики называют релятивистскими эффектами, а скорости, при которых такие эффекты становятся существенными, – релятивистскими скоростями.

Основным отличием СТО от классической механики является зависимость (наблюдаемых) пространственных и временных характеристик от скорости. Постулаты СТО:

Постулат 1 (принцип относительности Эйнштейна). Любое физическое явление протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчёта. Это означает, что форма зависимости физических законов от пространственно-временных координат должна быть одинаковой во всех инерциальных системах отсчёта (ИСО), то есть законы инвариантны относительно переходов между ИСО. Принцип относительности устанавливает равноправие всех ИСО.

Постулат 2 (принцип постоянства скорости света). Скорость света в «покоящейся» системе отсчёта не зависит от скорости источника. Принцип постоянства скорости света противоречит классической механике, а конкретно – закону сложения скоростей. При выводе последнего используется только принцип относительности Галилея и неявное допущение одинаковости времени во всех ИСО. Таким образом, из справедливости второго постулата следует, что время должно быть относительным – неодинаковым в разных ИСО. Необходимым образом отсюда следует и то, что «расстояния» также должны быть относительны. В самом деле, если свет проходит расстояние между двумя точками в одной системе за некоторое время, а в другой системе – за другое время и притом с той же скоростью, отсюда непосредственно следует, что и расстояние в этой системе должно отличаться[1-6].

Принцип неопределённости Гейзенберга в квантовой механике – фундаментальное неравенство (соотношение неопределённостей), устанавливающее предел точности одновременного определения пары характеризующих систему квантовых наблюдаемых, описываемых некоммутирующими операторами (например, координаты и импульса, тока и напряжения, электрического и магнитного поля). Соотношение неопределённостей задаёт нижний предел для произведения среднеквадратичных отклонений пары квантовых наблюдаемых: $\Delta p \Delta x \sim \hbar$, где Δp – неопределенность в импульсе частицы, Δx – неопределённость в её координате, а $\hbar = h/2\pi$, где h – постоянная Планка. Неопределённость движения электрона в атоме: $\Delta p = mv$, где v – скорость, а m – масса частицы, следовательно: $v \sim \hbar/m\Delta x$, а кинетическая энергия частицы: $E = mv2/2$, т.е. $E \sim \hbar 2/ m \Delta x2$.

Принцип неопределённости, открытый Вернером Гейзенбергом (Werner Karl

[1] Визгин В.П. Релятивистская теория тяготения (истоки и формирование, 1900-1915). М.: Наука. 1981. 352 стр.
[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Издание 7-е, исправленное. М.: Наука. 1988. 512 стр.
[3] Паули В. Теория относительности. Изд. 2-е. Перев. с нем. М.: Наука. 1983. 336 стр.
[4] Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Том 1. Работы по теории относительности 1905-1920. М.: Наука. 1965. 700 стр.
[5] Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М.: Изд. ин. лит. 1955. 157 стр.
[6] Угаров В. А. Специальная теория относительности. 2-е изд. М.: Наука. 1977. 383 стр.

Heisenberg) в 1927 г., являяется одним из краеугольных камней квантовой механики.

Альберту Эйнштейну принцип неопределённости не очень понравился, и он бросил вызов Нильсу Бору и Вернеру Гейзенбергу известным мысленным экспериментом (см. дебаты Эйнштейна с Бором для подробной информации): заполним коробку радиоактивным материалом, который испускает радиацию случайным образом. Коробка имеет открытый затвор, который немедленно после заполнения закрывается при помощи часов в определённый момент времени, позволяя уйти небольшому количеству радиации. Таким образом, время уже точно известно. Мы все ещё хотим точно измерить сопряжённую переменную энергии. Эйнштейн предложил сделать это, взвешивая коробку до и после. Эквивалентность между массой и энергией по специальной теории относительности позволит точно определить, сколько энергии осталось в коробке. Бор возразил следующим образом: если энергия уйдет, тогда полегчавшая коробка сдвинется немного на весах. Это изменит положение часов. Таким образом, часы отклоняются от нашей неподвижной системы отсчёта, и по специальной теории относительности, их измерение времени будет отличаться от нашего, приводя к некоторому неизбежному значению ошибки. Детальный анализ показывает, что неточность правильно даётся соотношением Гейзенберга.

В пределах широко, но не универсально принятой Копенгагенской интерпретации квантовой механики, принцип неопределённости принят на элементарном уровне. Физическая вселенная существует не в детерминистичной форме, а скорее как набор вероятностей, или возможностей. Например, картина (распределение вероятности) произведённая миллионами фотонов, дифрагирующими через щель может быть вычислена при помощи квантовой механики, но точный путь каждого фотона не может быть предсказан никаким известным методом. Копенгагенская интерпретация считает, что это не может быть предсказано вообще никаким методом.

Именно эту интерпретацию Эйнштейн подвергал сомнению, когда писал Максу Борну: «Бог не играет в кости»[1]. Нильс Бор, который был одним из авторов Копенгагенской интерпретации, ответил: "Эйнштейн, не говорите Богу, что делать».

Важно отметить, что основное уравнение квантовой механики – уравнение Шрёдингера – так же, как второй закон Ньютона, детерминистично и обратимо во времени [2-3].

Мы шутим

:) Классические примеры неопределённых вопросов:
- «Сколько я вчера выпил?», «Как меня зовут?» и «Куда делись деньги?»
- «Что мы вчера отмечали?», «Где мы вчера пили?» и «Как зовут девушку, сопящую у меня на плече?»
- «Кто виноват?», «Есть ли жизнь на Марсе?» и «Кому на Руси жить хорошо?»
- «Что непонятно?», «Кто такой этот Гейзенберг?» и «Как я сам недотумкал?»

:) Специалиста по квантовой физике останавливает на шоссе полицейский:
– Вы знаете, как быстро Вы ехали, сэр?
– Нет, но я точно знаю, где я!

:) Надпись на стене физического факультета университетского городка: «Здесь, возможно, был Гейзенберг».

[1] Точнее: «Теория даёт много, но к таинствам Старика она не подводит нас ближе. Во всяком случае, я убежден, что [он] не играет в кости» (Die Teorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns doch nicht näher. Jedenfalls bin ich überzeugt davon, dass der nicht würfelt). Письмо Максу Борну от 12 декабря 1926 г, цит. Einstein, Te Life and Times. ISBN 0-380-44123-3

[2] Давыдов А.С. Квантовая механика. 2-ое изд. М.: Наука. 1973. 704 стр.

[3] Шредингер Э. К принципу неопределенностей Гейзенберга. Избранные труды по квантовой механике. М.: Наука. 1976. стр. 210-217.

В физике описание динамических процессов осуществляется с помощью систем дифференциальных уравнений. Простейшие механические системы, описываемые механикой Ньютона: движение маятника или движение одного тела в поле тяготения другого являются лишь частным случаем динамических систем – это так называемые консервативные системы. Их отличительной чертой является обратимость во времени – система дифференциальных уравнений, описывающая динамический процесс, инвариантна относительно обращения времени[1]. Консервативные динамические системы принято делить на интегрируемые и неинтегрируемые. Система дифференциальных уравнений проинтегрирована, если найден полный набор ее первых интегралов.

Первым интегралом называют функцию, которая сохраняет постоянное значение на всей траектории, определяемой уравнениями движения. Первым интегралом является, например, полная энергия системы. Динамическая система называется интегрируемой, если все ее первые интегралы – аналитические функции координат и скоростей. Первые интегралы позволяют найти состояние системы в любой момент времени, если известно ее состояние в какой-либо предыдущий момент времени. Для интегрируемых систем задание состояния системы в один из моментов времени фактически соответствует заданию всей прошлой и будущей истории системы. Это позволяет говорить о предопределенности (детерминированности) поведения интегрированной системы. В интегрированных системах не происходит смены структур, и система рано или поздно возвращается в начальное состояние[2]. Иными словами интегрируемые консервативные системы не эволюционируют.

В 1892 году Пуанкаре доказал существование неинтегрируемых систем – суть его выводов заключалась в том, что в системе, описываемой дифференциальными уравнениями, может появиться стохастическое движение. Неинтегрируемая система имеет также полный набор первых интегралов, но не все они являются аналитическими функциями. Примером неинтегрированной системы являет движение трех тел в поле тяготения друг друга – траектории тел становятся очень сложными и запутанными[3]. Характерной чертой неинтегрированных систем является отсутствие симметрии между прошлым и будущим – неинтегрированная система эволюционирует во времени[4]. Эволюционные свойства неинтегрируемых систем определяются в основном характером взаимодействия в системе. Система, в которой стохастичность траекторий есть следствие внутренних взаимодействий,

[1] Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. М.: Мир. 1990. 344 стр.
[2] Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. М.: Прогресс. 1986. 432 стр.
[3] Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. М.: Едиториал УРСС. 2003. 240 стр.
[4] Розгачева И.К. Самоорганизующиеся системы во Вселенной. М.: Знание. 1989. 64 стр.

а не случайных внешних воздействий детерминировано-хаотична. Впоследствии было показано, что неинтегрируемых систем, описываемых неинтегрируемыми уравнениями, которые нельзя решить с помощью конечного числа алгебраических операций и «квадратур» – вычислений интегралов известных функций, великое множество. И регулярное, предсказуемое поведение механических систем является скорее исключением, чем правилом.

Открытие неинтегрируемых систем Пуанкаре сделал, анализируя вращение стрелки рулетки: горизонтального круга, расчерченного на равные секторы – белые и чёрные; в центре которого на вертикальной оси помещена свободно вращающаяся стрелка. Какова вероятность р того, что она остановится в белом секторе? Если белых и чёрных секторов поровну, а стрелка раскручена достаточно сильно, то всякий скажет: $p = 1/2$. Пуанкаре формализовал это интуитивно ясное положение: если начальная скорость v достаточно велика, то доля времени, проведённая стрелкой в белых секторах (а с тем – и вероятность остановиться в одном из них), близка к доле самих этих секторов в круге. Наоборот, зависимость угла $Φ(v)$ остановки от начальной скорости v и характера замедления (тип трения и т.п.) несущественна и в пределе вообще исчезает. Впоследствии стало понято, что рулетка Пуанкаре – идеальная модель бросания монеты. Если монета, летя, сделала много оборотов, то сторона, которой она упадёт, практически не зависит от условий бросания и полёта. Тем самым, случайность может порождаться вполне простым движением, и ссылки на сложность полёта лишь уводят от сути дела. Хотя близким значениям начальных импульсов v и соответствуют близкие значения конечных углов $Φ$, но эти углы могут лежать в разных секторах, иначе говоря, для любой точности измерения угла и импульса существуют неразличимо близкие начальные условия, приводящие к различным исходам. Для моментов неустойчивого равновесия, бифуркаций, которые беспрерывно возникают в движении подкинутой монетки нам необходимо с бесконечной точностью регистрировать координаты и векторы движения, чтоб получить достоверное предсказание конечного результата такого движения. Рулетка Пуанкаре оказалась простейшим примером динамического хаоса.

Другим, не консервативным, классом физических систем являются диссипативные системы. *Диссипативная система* (или диссипативная структура, от лат. dissipatio – «рассеиваю, разрушаю», термин введен Ильёй Пригожиным) – это открытая система, которая оперирует вдали от термодинамического равновесия. Иными словами, это устойчивое состояние, возникающее в неравновесной среде при условии диссипации (рассеивания) энергии, которая поступает в систему извне. Диссипативная система иногда называется ещё стационарной открытой системой или неравновесной открытой

системой. Диссипативная система характеризуется спонтанным появлением сложной, зачастую хаотичной структуры. Отличительная особенность таких систем – не сохранение объёма в фазовом пространстве, примерами могут служить динамические системы самоорганизующиеся при прохождении через них потока рассеиваемой ими энергии, включая биологическую жизнь. Развитие диссипативных физических систем приводит к необратимым эволюционным процессам. Различие между консервативными и диссипативными системами ярко проявляется при попытке макроскопического описания последних, когда для определения мгновенного состояния системы используются такие коллективные переменные, как температура, концентрация, давление и т.д. При рассмотрении поведения этих переменных выясняется, что они не инвариантны относительно операции обращения времени.

К сожалению, открытие, сделанное Пуанкаре на несколько десятилетий опередило эпоху смены научной парадигмы, приведшей к возникновению науки о хаосе и проникновению этой науки во все сферы естественнонаучного мировоззрения.

Наука о хаосе, по общему мнению, берёт своё начало с зимы 1961 года. В 1960 году, спустя 70 лет после открытия Пуанкаре Эдвард Нортон Лоренц (Edward Norton Lorenz) – американский математик и метеоролог, профессор Массачусетского технологического института создал компьютерную модель климата земли, содержащую всего 12 уравнений, описывающих связь между температурой, атмосферным давлением и скоростью ветра. Его компьютер, Royal McBee (рис. 3.1), представший собой скопище проводов и вакуумных ламп, занимавшее полкомнаты и ломавшееся регулярно раз в неделю, просчитывал изменение погоды в виртуальном пространстве, в котором не было ни облаков, ни смены времён года. В те годы в науке царствовала философия Лапласа, конечной целью науки представлялась возможность описать единой формулой движение как наиболее крупных тел во Вселенной, так и отдельного атома, и тогда для исследователя не останется ничего неопределённого, и будущее предстанет перед ним наряду с прошлым. Надо лишь взять более мощный компьютер и вывести формулы, максимально точно описывающие исследуемый процесс. Правда, к тому времени, когда Лоренц проводил свои исследования, теория относительности Эйнштейна и принцип неопределённости Гейзенберга разделались с идеей о полной предсказуемости событий, но считалось, что, имея приблизительные данные о начальном состоянии системы и понимая естественный закон, которому она починяется, можно рассчитать её примерное поведение. Это означает, что, собрав необходимые начальные данные, вполне можно рассчитать изменение погоды на долгий срок, как уже рассчитывались траектории движения планет вокруг солнца.

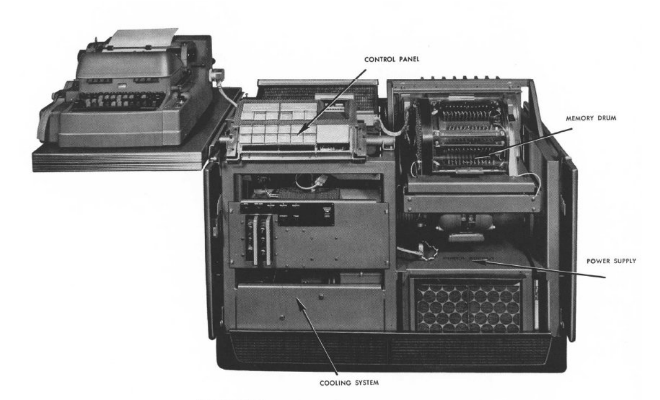


Рис. 3.1. Компьютер Royal McBee LGP-30, на котором Лоренц выполнял свои исследования. Характеристики: 113 вакуумных лампы, 1450 диодов, Частота процессора: 120 kHz, Размеры: 112 см x 66 см x 84 см, вес: 363 кг, цена: $40,000.

Эдвард Нортон Лоренц (англ. Edward Norton Lorenz; 23 мая 1917, Западный Хартфорд, Коннектикут, США – 16 апреля 2008, Кембридж, Массачусетс, США) – американский математик и метеоролог, один из основоположников теории хаоса, автор выражения "эффекта бабочки", а также создатель аттрактора Лоренца. Эдвард Лоренц родился в городе Западный Хартфорд, штат Коннектикут. Он изучал математику в Дартмутском колледже, затем в Гарвардском университете в Кембридже, штат Массачусетс. В течение Второй мировой войны Эдвард занимался прогнозом погоды для Армейского Воздушного Корпуса Соединенных Штатов. После возвращения с войны он решил изучать метеорологию. Лоренц получил две учёные степени в Массачусетском Технологическом Институте, где он далее проработал профессором до глубокой старости. В 1991 году он получил премию Киото в области фундаментальных наук. В 2004 награждён Большой золотой медалью имени М. В. Ломоносова. Эдвард Лоренц шёл в ногу со временем, оставался активным ученым вплоть до своих последних дней. Он умер от рака в возрасте 90 лет в своем доме в Кембридже, через неделю после того, как завершил очередную научную статью.

В модели использовался итерационный алгоритм, в котором результаты решений уравнений подставлялись в эти же уравнения в виде переменных, и, как ни странно, кривая, описывающая изменение погоды, никогда не повторялась; на факультете ставили пари, какая погода будет в виртуальном мире Лоренца на следующий день, но предсказать её не удавалось. Модель климата Лоренца вошла в историю зимой 1961 года. Придя утром в лабораторию и включив компьютер, Лоренц ввёл в него не самые последние данные, а исходные параметры предыдущего дня. По логике, введя переменные вчерашнего дня, уже использовавшиеся в расчётах, он должен был получить график, абсолютно сходный с графиком, уже полученным для этих переменных ранее. Действительно, какое-то время графики совпадали, но вскоре произошло что-то странное: старый и новый графики стали всё более

расходиться и через какое-то время совершенно потеряли сходство, с таким же успехом можно было ввести различные начальные данные, между графиками не было ничего общего. Сначала Лоренц решил, что вышла из строя одна из вакуумных ламп, но потом понял причину расхождения результатов: компьютер рассчитывал значения до 6 знака после запятой, но распечатывал, для краткости, до 4 знака. Это ничтожное различие в 5-м и 6-м знаках после запятой, быстро нарастая, и привело систему к различным конечным состояниям (рис. 3.2).

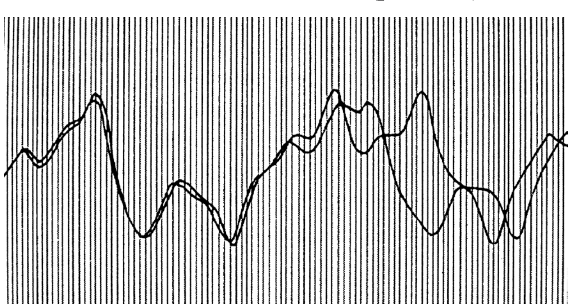


Рис. 3.2. Расхождение графиков изменений климата из модели Лоренца при различии начальных данных в пятом знаке после запятой (из распечаток Лоренца 1961 года).

Лоренц, на примере модели климата, открыл новый класс систем: детерминированных чёткими правилами, описываемыми небольшим числом уравнений, но с поведением, непредсказуемым на долгий срок, систем, сильно зависящих от начальных условий, имеющих нелинейные зависимости между переменными. Принципиальная невозможность предсказать поведение детерминированно-хаотической системы на долгий срок приводит к неустранимой краткосрочности предсказаний погоды и в наши дни, к большой неопределённости таких предсказаний. В британские словари вошли примеры таких значительных неудач в предсказании погоды, как в 1987 году, когда синоптик Майкл Фиш отрицал какую-либо угрозу со стороны надвигавшегося крупного урагана, наделавшего затем множество бед, или в 2009 году, когда синоптики прогнозировали жаркое “барбекю-лето”, а в итоге дождь лил, почти не переставая.

Национальный климатический дата центр Соединённых Штатов (The United States National Climatic Data Center (NCDC)), находящийся в даунтауне Эшвилля (Северная Каролина) получает информацию с метеорологических спутников, радар, автоматизированных метеорологических станций аэропорта, NWS волонтёров – наблюдателей, самолетов, кораблей, радиозондов, профилей ветра, ракетных зондов, сетей исследования солнечного излучения и из различных програмных продуктов Прогноза / Предупреждения / Анализа погоды Национального сервиса погоды (NWS). С 2004 по 2013 годы цифровой архив NCDC возрос с 2 до 14 петабайт. С умножением сложного оборудования по сбору информации, такого как новые

спутники и радары, увеличение объёма обрабатываемой информации продолжает расти экспоненциально.

Метеорологический Офис Великобритании (Met Office) сооружает в Эксетере (Exeter) на юго-западе страны суперкомпьютер Cray XC40, который должен выйти на полную мощность своей работы к 2017 году (рис. 3.3). Новый компьютер будет работать в 13 раз быстрее ныне существующих метеорологических систем, его вычислительная мощность составит 16 петафлопсов, что означает способность совершать до 16 квадриллионов (16,000,000,000,000,000) арифметических действий в секунду. Компьютер сможет предоставлять детализированные прогнозы по всей Великобритании с пространственным разрешением до 300 метров и обновлением раз в час. В настоящий момент для национальных прогнозов используется сетка с шириной ячейки 1,5 километров и обновлением раз в три часа. Это лишь начало цикла важных инвестиций – убеждены климатологи. Для самых детализированных климатических моделей, которые сейчас обсуждаются, понадобятся эксабайты свободного дискового пространства памяти. Для этого нужно значительное увеличение емкости машины Cray XC40, которая к моменту запуска будет составлять 17 петабайт (петабайт составляет один миллион гигабайт; эксабайт – 1000 петабайт). Так масштабны проекты, предпринимаемые для того, чтобы хотя бы на несколько дней продлить сроки достоверного предсказания поведения столь открытой, динамической, чувствительной к начальным условиям, детерминировано-хаотической системы, каковой является климат Земли.

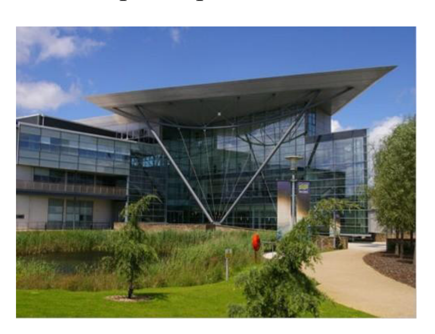


Рис. 3.3. Здание суперкомпьютера Метеорологического Офиса в Эксетере.

Но как исследовать такую систему, которая по природе своей проявляет плохо предсказуемую, хаотичную (с точки зрения классической методологии) динамику, как предсказывать такие процессы, управлять ими, хотя бы достоверно описывать их? Действительно ли этот процесс совершенно непредсказуем? Постоянно флуктуирующая, никогда не повторяющаяся кривая динамики климата в модели Лоренца мало что даёт исследователю, кроме факта её хаотичности и непредсказуемости. Заслуга Лоренца не только, и даже не столько, в открытии детерминировано хаотического процесса, сколько в изобретении методологии, позволившей выявлять детерминированность в детерминировано хаотических процессах.

Лоренц максимально упростил свою модель, оставив лишь систему из трёх нелинейных уравнений, описывающую круговые конвекционные вращения нагреваемой снизу жидкости:
$\dot{x}=\sigma(y-x)$; $\dot{y}=x(r-z)-y$ $\dot{z}=xy-bz$. Здесь σ – число Прандтля, r – число Рэлея, b – постоянная, характеризующая размеры физической системы. При описании конвекции в плоском слое x отвечает за скорость вращения водяных валов, y и z – за распределение температуры по горизонтали и вертикали, r – нормированное число Рэлея, σ – число Прандтля (отношение коэффициента кинематической вязкости к коэффициенту температуропроводности), b – содержит информацию о геометрии конвективной ячейки.

При описании конвекции в замкнутой петле x – скорость течения, y – отклонение температуры от средней в точке, отстоящей от нижней точки петли на 90°, z – то же, но в нижней точке. Подведение тепла производится в нижней точке.

Число Рэлея (Ra) – безразмерное число определяющее поведение жидкости под воздействием градиента температуры. Если число Рэлея больше некоторого критического значения, равновесие жидкости становится неустойчивым и возникают конвективные потоки. Возникает бифуркация в динамике жидкости (вилочная бифуркация). Критическое значение числа Рэлея является точкой бифуркации для динамики жидкости: $Ra = g\,\beta\,\Delta T\,L^3/\,\nu\,\chi$
где:
g – ускорение свободного падения;
L – характеристический размер области жидкости;
ΔT – разность температур между стенками жидкости;
ν – кинематическая вязкость жидкости;
χ – температуропроводность жидкости;
β – коэффициент теплового расширения жидкости.

Число Прандтля (Pr) – один из критериев подобия тепловых процессов в жидкостях и газах, учитывает влияние физических свойств теплоносителя на теплоотдачу: $Pr = \nu/\,\alpha = \eta\,c_p/\,\chi$
где
$\nu = \eta\,/\,\rho$ – кинематическая вязкость;
η – динамическая вязкость;
ρ – плотность;
χ – коэффициент теплопроводности;
$\alpha = \chi\,/\,\rho c_p$ – коэффициент температуропроводности;
c_p – удельная теплоёмкость среды при постоянном давлении.

Число Прандтля – физическая характеристика среды и зависит только от её термодинамического состояния.

Изменение каждой переменной во времени представляло собой непредсказуемую кривую, из которой трудно было вычленить полезную информацию (рис.3.4), Лоренц объединил все три переменные в одном графике в трёхмерном пространстве, отражающем взаимозависимость

изменения значений трёх переменных. Если бы между переменными не было никакой связи, мы получили бы на графике хаотичное облако точек, если бы взаимозависимость была однозначна и строго линейна, это выразилось бы в появлении на графике линии, либо уходящей в пространство, либо образующей замкнутую петлю, но Лоренц не обнаружил ни того, ни другого. Вместо ожидаемого эффекта появился график, всегда расположенный в определённых границах, имевший весьма характерные очертания, напоминавшие два крыла бабочки, но линии его никогда не проходили по одним и тем же траекториям, что отражало лишь частичную упорядоченность системы, ведь состояние системы никогда точно не повторялось (рис. 3.5).

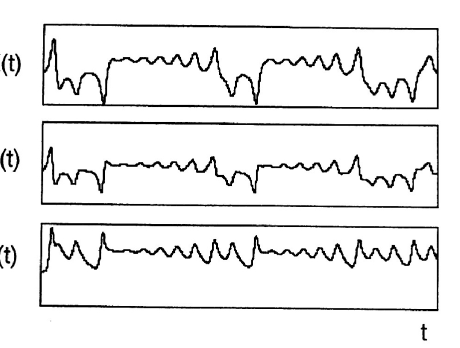


Рис. 3.4. Изменение каждой переменной системы уравнений Лоренца во времени.

Итак, визуализация детерминировано хаотичного процесса, использованная Лоренцем, позволила получить вполне чёткий, узнаваемый портрет динамики системы, установить границы её возможных состояний. Ясно, что изменение в функционировании системы приведёт к изменению топологии такого графика, тогда как детерминировано хаотичные временные ряды, как, например, приведенный на рисунке 3.4, так и останутся для исследователя белым шумом.

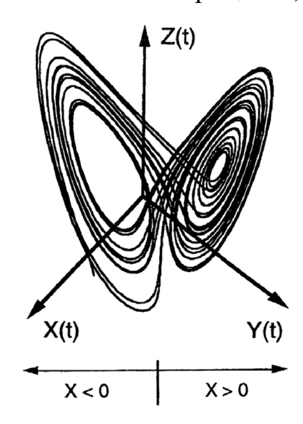


Рис. 3.5. Аттрактор Лоренца.

Абстрактное пространство динамических переменных системы, то есть пространство, в котором строится график взаимного изменения переменных, описывающих состояние системы, называется *фазовым пространством*. Какие и сколько переменных взять для описания динамики системы – это выбор исследователя. Просчитав один раз значения этих переменных по формулам, описывающим динамику процесса или измерив соответствующие параметры в реальной системе, мы получим некую точку в фазовом пространстве, задающую состояние системы в какой-то момент. Измерив через небольшой промежуток времени эти параметры ещё раз, или, если мы имеем дело с виртуальной системой, подставив полученные при решении уравнений результаты назад в

эти уравнения в качестве переменных и решив уравнения ещё раз, мы получим новую точку, между двумя точками уже можно построить вектор, указывающий направление изменения состояния системы. При достаточном количестве измерений (просчётов) у нас очерчивается график – *фазовый портрет системы* – являющийся совокупностью фазовых траекторий – кривых, описывающих изменение состояния системы в фазовом пространстве. Установившиеся режимы движения, иными словами, множество точек (в простейшем случае – одна точка) в фазовом пространстве системы, к которым стремятся ее траектории, получили название *аттракторов* (англ. attract – привлекать, притягивать) – они как бы привлекают, притягивают траектории в фазовом пространстве.

Размерность (число осей координат) фазового пространства определяется числом переменных, описывающих динамику системы: если мы возьмём 2 переменных, мы сможем построить двумерный фазовый портрет системы, где 2 переменные будут располагаться, скажем, по осям X и Y. Если исследователь считает, что 2 переменные не полностью отражают изменение состояния системы во времени, он может взять 3, 4, 5 и большее число переменных, построив фазовый портрет в трёх-, четырёх-, пятимерном пространстве и в пространствах большей размерности. В математике обобщение евклидова пространства, допускающее бесконечную размерность, называется *гильбертовым пространством*. Пространства размерностей больше трёх трудно визуализировать в нашем трёхмерном мире, поэтому фазовые портреты таких систем исследуются чисто математически, а для их визуализации делаются дву- или трехмерные «срезы» пространств высших размерностей.

Пример уменьшения размерности аттрактора с 3-х до 2-х можно видеть на рисунке 3.6. Аттрактор, как показано на трёх верхних рисунках, сначала имеет одну орбиту, затем десять, затем сто. Он описывает хаотичное поведение ротора-маятника, колеблющегося по кругу и регулярно приводимого в движение притоком энергии. Через некоторое время, когда аттрактор будет содержать уже тысячи орбит, он превратится в запутанный клубок (Рис. ниже). Изменение движений ротора, возможно, скажется на положении отдельных орбит внутри аттрактора, но внешне это будет уже не заметно. Чтоб можно было исследовать внутреннее строение аттрактора, компьютер делает поперечный срез аттрактора – так называемое *сечение Пуанкаре* (Рис. в рамке). Этот приём уменьшает число измерений с трёх до двух. Каждый раз, когда траектория пересекает плоскость, она оставляет на ней точку. Постепенно возникает весьма детализированный образ. Фактически параметры, описывающие систему, считываются через регулярный промежуток времени. Одни данные утрачиваются, зато другие выявляются во всём их разнообразии. Простейшим, регулярным режимам в фазовом пространстве отвечают замкнутые кривые –

предельные циклы. Основной ритм, генерируемый такой системой, связан с частотой движения изображающей точки по предельному циклу. Возможны, однако, и более сложные режимы, когда процесс характеризуется двумя частотами. Образом в фазовом пространстве такого режима является тор, подобный изображённому на рисунке 3.6. С одной частотой связан обход вокруг начала координат, а со второй – «вращение» вокруг центральной линии тора. Сечение Пуанкаре тора является замкнутой кривой, по которой «прыгает» изображающая точка, после очередного обхода по поверхности тора (Рис. внизу). Ее называют *инвариантной кривой*. Аттракторы в виде инвариантных кривых соответствуют квазипериодическим режимам в поведении систем.

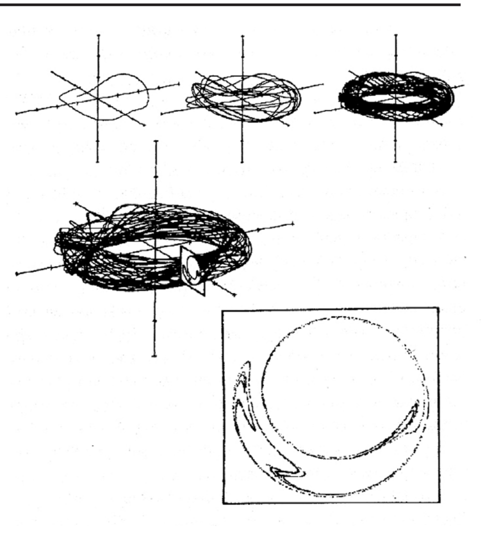


Рис. 3.6. Сечение Пуанкаре.

В случае такой простой линейной системы, как затухающий маятник, последовательность изменения его состояний во времени должна проявиться как затухающий цикл, вырождающийся в прямую, свидетельствующую о неизменности состояния системы во времени, неподвижности маятника. В фазовом пространстве, где отсутствует временная шкала, а оси координат – это параметры отражающие состояние маятника, скажем, его угол колебаний и скорость, амплитуда изменений этих параметров по мере затухания колебаний будет всё уменьшаться, фазовый портрет будет представлять собой спираль, сходящуюся к одной точке – точке неподвижности маятника и неизменности параметров, характеризующих его динамику, эта точка – *аттрактор* данной системы (рис. 3.7, a, b). Для незатухающей линейной системы, например, для маятника, стабильно качающегося взад-вперёд, траектория в фазовом пространстве напоминает петлю, закручивающуюся вновь и вновь, по мере того как система раз за разом проходит одни и те же состояния. На временном графике это отображается незатухающим циклом (рис. 3.8, a, b).

И, наконец, детерминировано хаотическая система даёт временной ряд, представляющийся исследователю совершенно хаотичным, в фазовом пространстве же она также порождает хорошо выявляемый аттрактор (рис. 3.8, c).

Но аттрактор, отражающий поведение детерминировано-

хаотической системы относится к аттракторам особого типа, так называемым странным (хаотическим, стохастическим) аттракторам. Странные аттракторы–это математический образ детерминированных непериодических процессов. Они отражают в своей геометрии главные особенности таких процессов:

1. Фазовые траектории, образующие странный аттрактор, никогда не накладываются, система никогда не проходит в точности по такому же пути, по которому прошла однажды. Кроме того, если мы увеличим какую-либо часть странного аттрактора, что будет соответствовать просчёту поведения системы при некоторых параметрах, взятых с большей точностью, мы заметим, что отдельные траектории распадаются на ряд дочерних траекторий, с промежутками между ними. Увеличив небольшой участок увеличенной области ещё раз, мы заметим следующий ряд траекторий, невидимых при меньшем разрешении. Например, если при значении переменной X=1,25 в данном участке фазового пространства (то есть при определённых значениях Y и Z параметров, соответствующих этой области фазового пространства) проходит одна траектория, свидетельствующая о возможности такого состояния системы, то при увеличении этого участка мы можем заметить, что эта траектория распадается на три траектории, соответствующие значениям переменной X равным 1,2513; 1,2547; 1,2579, тогда как промежуточные состояния между 1,2513 и 1,2547 или между 1,2547 и 1,2579 окажутся невозможны при данных Y и Z. Это интересная топологическая особенность характеризует ограниченную предсказуемость поведения системы, зависящую от точности начальных

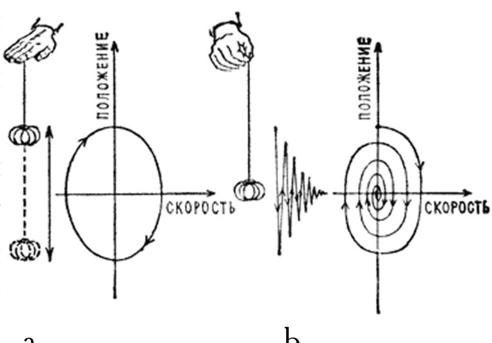
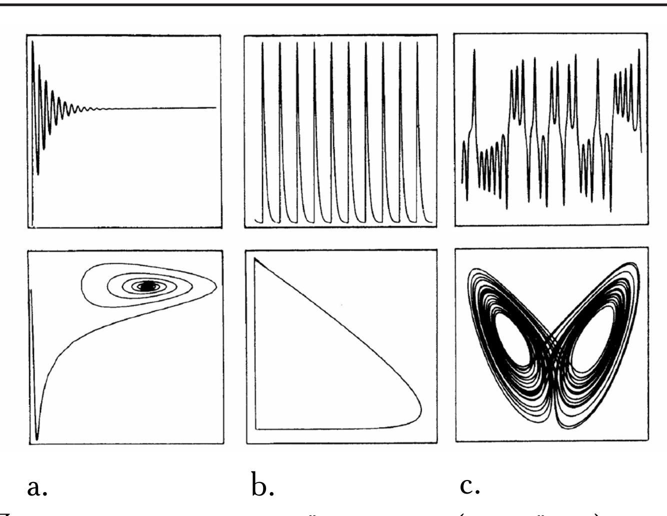


Рис. 3.7. Фазовое пространство — абстрактное математическое пространство, координатами в котором служат положения и скорости всех точек физической системы, очень удобно для наглядного описания ее эволюции. Например, движение шарика на упругой резинке, в которой нет трения, полностью определяется начальной скоростью и положением шарика (начальными условиями). Каждому мгновенному состоянию такого осциллятора — колебательной системы — отвечает точка на фазовой плоскости. Когда шарик колеблется вверх и вниз без трения, эта точка описывает замкнутую кривую (a), а если колебания постепенно затухают, то фазовая траектория сходится по спирали к предельной точке, соответствующей остановке шарика (b). Эта точка неподвижна: если шарик подтолкнуть, его фазовая кривая вернется в ту же точку, которая как бы притягивает все близлежащие траектории. Поэтому ее называют неподвижной притягивающей точкой, или фокусом. Такая притягивающая точка — простейший тип аттрактора.



a. b. c.

Рис. 3.8. Последовательность изменений во времени (верхний ряд) и фазовые портреты (нижний ряд) для трех различных систем: a — затухающий маятник; b — периодическая незатухающая линейная система; c — детерминировано-хаотическая система.

данных. Если помните, изменение погоды в модели Лоренца невозможно было предсказать на долгий срок, а графики динамики отдельных переменных выглядели хаотичными. При измерении параметров реальной детерминировано-хаотической системы мы получим облако точек, сгущающееся преимущественно в области странного аттрактора, что говорит о статистическом характере динамики системы.

Ограниченная предсказуемость поведения детерминировано-хаотической системы проиллюстрирована также рисунком 3.9, где отображено изменение положения 10 000 изначально близких друг к другу точек в системе аттрактора Лоренца с течением времени. За 6000 итераций точки, имевшие очень близкие начальные параметры буквально «размазались» по всему аттрактору, то есть небольшое отклонение в исходном состоянии системы (а точка и визуализирует состояние системы на какой-то момент времени) приводит к тому, что конечное состояние системы в пределах аттрактора изменится непредсказуемо сильно. Небольшие ошибки и неопределенность в таких системах, будь то климат земли или биоценоз, нарастают экспоненциально с течением времени. Э. Лоренц назвал это явление «эффектом бабочки»: бабочка, взмахивающая крыльями в Айове, может вызвать лавину эффектов, которые достигнут высшей точки в дождливый сезон в Индонезии.

2. С другой стороны такая неопределённость поведения системы, присутствие в ней собственного шума, сочетаются с устойчивостью к внешним шумам и воздействиям. Если мы отклоним начальное положение точки внутри странного аттрактора, то есть изменим исходное

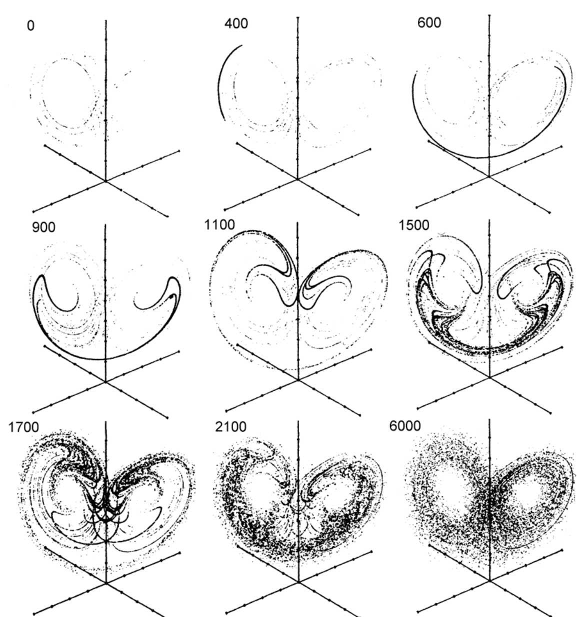


Рис. 3.9. Расхождение траекторий отдельных точек в системе аттрактора Лоренца.

состояние системы, уже через небольшой промежуток времени мы не найдём следов нашего воздействия под шумовой завесой собственных флуктуаций системы. В то же время сходное по силе воздействие на линейную систему, скажем, отклонение свободно движущегося маятника, или смещение шестерёнок механической машины, приведёт к значительному, наблюдаемому и после продолжительного периода времени изменению динамики, а возможно, и к полному разрушению системы. («Эффект бабочки» вызывает и ассоциацию с сюжетом рассказа Р. Бредбери «И грянул гром»: гибель бабочки в далеком прошлом изменяет мир будущего. Хотя эта фантазия скорее описывает полностью детерминированный мир, детерминированные хаотические системы устойчиво покоятся на основании собственного хаоса, они развиваются по статистическим законам, где изменение одного элемента никак не сказывается на структуре системы в целом, не меняет магистральных путей её развития, кроме редких ключевых моментов в развитии системы, подобных фазовым переходам). Таким образом, детерминированные хаотические системы сочетают чувствительность к малым воздействиям с устойчивостью.

Аттрактор Лоренца – устойчивая система, какие бы начальные значения переменных мы не взяли, решение системы нелинейных уравнений будет притягиваться к одному этому аттрактору. Но нелинейные системы не всегда столь устойчивы. Существуют системы нелинейных уравнений, небольшое изменение начальных значений

переменных которых приводит к фазовому переходу в фазовом пространстве. Одна такая система уравнений может порождать бесконечное разнообразие самых фантастических странных аттракторов (рис. 3.10). Трудно поверить, что подобные решения могут отражать динамику поведения реальных систем, но нет никаких оснований это отрицать.

Пример системы уравнений, генерирующей множество аттракторов:

$x_{n+1} = a_0+a_1x_n+a_2x_n^2+a_3x_ny_n+a_4y_n+a_5y_n^2$

$y_{n+1} = b_0+b_1x_n+b_2x_n^2+b_3x_ny_n+b_4y_n+b_5y_n^2$

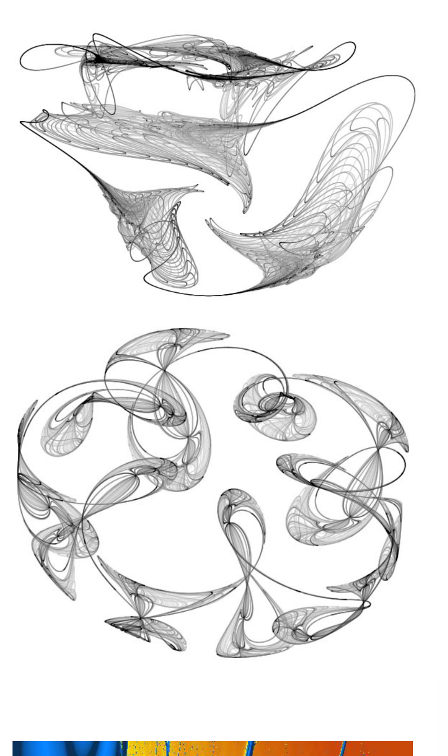
Стандартная единица измерения устойчивости нелинейной системы – экспонента Ляпунова, обычно выражаемая символом λ. Возьмём две близлежащие точки аттрактора на шаге итерации n: x_n и x_n+dx_n. На следующем шаге итерации они разойдутся (см. рис. 3.9: расхождение траекторий отдельных точек в системе аттрактора Лоренца). Обозначим их теперь как x_{n+1} и $x_{n+1}+dx_{n+1}$. (рис. 3.11). Экспонента Ляпунова будет отражать среднюю скорость их расхождения (или схождения). Иначе говоря, экспонента Ляпунова показывает, как быстро в системе теряется информация о начальных условиях. Величина экспоненты Ляпунова отражает чувствительность системы к начальным условиям. Если экспонента имеет положительное значение, две точки внутри аттрактора будут расходиться вне зависимости от того, как близко друг к другу они находились изначально, такая система детерминировано-хаотична. Если экспонента меньше нуля, система стремится к точечному аттрактору или стабильной периодической орбите.

С помощью функций Ляпунова можно оценить область притяжения, то есть многообразие всех начальных возмущений, исчезающих во времени, можно оценить и влияние постоянно действующих возмущений. Значение функции Ляпунова позволяет выявить перерегулирование, решить задачу общей устойчивости, то есть оценить область начальных возмущений, не выходящих с течением времени за пределы заданной ранее области. В некоторых случаях знание функции Ляпунова позволяет также определить, имеет ли система периодическое решение.

Число ляпуновских показателей в системе равно размерности фазового пространства. При этом, если один показатель положителен, то имеем хаос, если два – то *гиперхаос*.

Весьма информативным является представление ляпуновского показателя на плоскости параметров системы, когда каждая точка окрашивается в свой цвет, определяемый величиной показателя. На представленном примере градациями яркости отмечены области отрицательного и положительного показателей Ляпунова (рис. 3.12).

Рассмотрим структуру странного аттрактора. Главную роль в



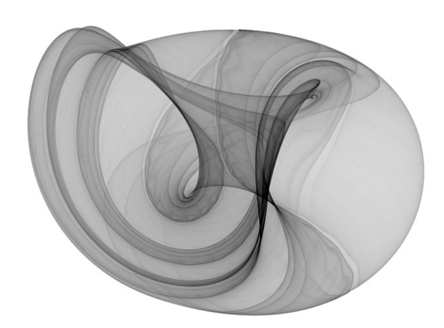


Рис. 3.10. Три аттрактора, из бесконечного множества, как примеры решений системы нелинейных уравнений.

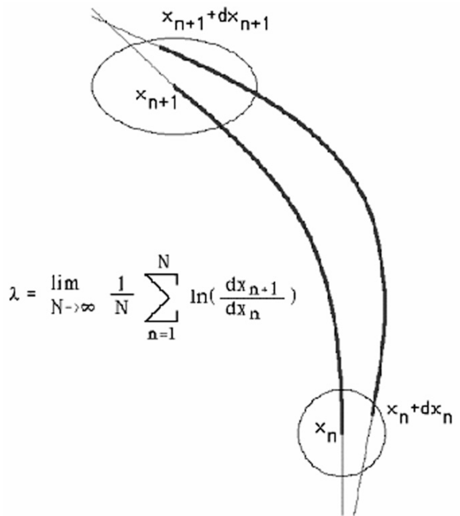


Рис. 3.11. Вычисление экспоненты Ляпунова.

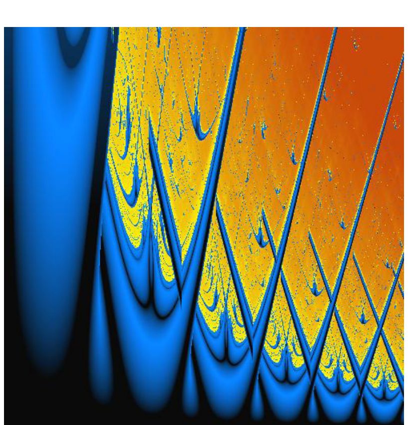


Рис. 3.12. Области отрицательного и положительного показателей Ляпунова.

описании структуры фазового пространства динамической системы играет разделение фазовых траекторий на *обыкновенные* и *особые*. К последним относятся особые точки, соответствующие состояниям равновесия системы (при которых длина вектора обращается в ноль, а направление становится неопределённым) или её стационарным движениям; изолированные замкнутые траектории, называемые придельными циклами, которые соответствуют периодическим движениям; сепаратисные кривые и поверхности, которые являются границами областей притяжения к различным устойчивым особым траекториям. Состояниям равновесия фазовых траекторий соответствуют состояния равновесия тех физических систем, которые описываются данными динамическими системами, а замкнутые траектории соответствуют периодическим движениям – колебаниям и автоколебаниям. Явление автоколебания проявляется в самых разнообразных формах, таких, как, например, гудение высоковольтных проводов, скрип открываемой двери, звучание человеческого голоса или смычковых и духовых музыкальных инструментов. Автоколебательными системами являются часы, ламповые генераторы электромагнитных колебаний, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, словом, все реальные системы, которые способны совершать не затухающие колебания при отсутствии периодических воздействий извне.

Особые элементы фазового пространства могут образовывать интегральные многообразия, которые разделяются на *устойчивые*, *неустойчивые* и *седловые*. Возможны разные интерпретации понятия устойчивости. Устойчивость по Ляпунову означает, что фазовые точки, расстояние между которыми в начальный момент не превышало δ, в дальнейшем будут находиться друг от друга на расстоянии, меньшем ε. Требование орбитной устойчивости слабее: если в начальный момент расстояние фазовой точки от замкнутой траектории было меньше δ, то в дальнейшем это расстояние не превысит ε. Орбитно устойчивое движение может быть не устойчивым по Ляпунову, однако периодическое движение, устойчивое по Ляпунову, всегда орбитно устойчиво.

Если рассматривать фазовое пространство, как бесконечную прямую, основными элементами, разбивающими фазовую прямую на траектории, являются состояния равновесия системы. Равновесные значения, обращающие функцию f(x) в нуль, представляют собой самостоятельные фазовые траектории. Остальные траектории состоят из отрезков фазовой прямой, заключённых между корнями уравнения f(x) = 0, или из полупрямых, образующих интервалы между одним из корней и бесконечностью. Направление движения изображающей точки по этим траекториям определяет знак функции f(x): при f(x) > 0 изображающая точка движется вправо, при f(x) < 0 – влево. Как нам уже известно, равновесие бывает трёх типов: устойчивое, не устойчивое

и безразличное. В фазовом пространстве эти состояния равновесия отображаются неподвижными точками трёх соответствующих типов: *притягивающими, отталкивающими* и *нейтральными*. Если, стартовав в непосредственной близости от неподвижной точки, мы будем в процессе итераций к ней неограниченно приближаться, то такая неподвижная точка называется притягивающей. Соответственно, стартовав в непосредственной близости от отталкивающей точки, мы будем от неё удаляться. Стартовав в достаточно малой окрестности нейтральной неподвижной точки, мы будем всё время находиться в этой окрестности, не приближаясь и не удаляясь от неё.

Во многих случаях для выяснения особенностей поведения нелинейной системы, нужно знать поведение не всех траекторий, а лишь особых: состояний равновесия, предельных циклов и незамкнутых траекторий, у которых хотя бы одна полутраектория является сепаратиссой какого-нибудь состояния равновесия. Если взаимное расположение этих особых траекторий известно, и, кроме того, определена устойчивость состояний равновесия и придельных циклов, то мы получаем полную качественную картину поведения системы.

Особые траектории разделяют фазовое пространство на конечное число ячеек. Граница каждой ячейки состоит из особых траекторий, причём точки одной и той же траектории могут быть границами нескольких ячеек. Все ячейки заполнены неособыми траекториями, поведение которых одинаково. Если все траектории, принадлежащие одной и той же ячейке, не замкнуты, то они имеют одни и те же придельные множества. Если же внутри ячейки есть хотя бы одна замкнутая траектория, то все траектории этой ячейки замкнуты, одна лежит внутри другой и между любыми двумя траекториями этой ячейки не могут лежать точки, не принадлежащие этой ячейке. Основной топологической характеристикой, отличающей одну ячейку от другой, является её связность. Если граница ячейки состоит из одного граничного континуума, то ячейка называется связной, если из двух, трёх и так далее, то ячейка является двухсвязной, трёхсвязной и так далее, соответственно. Ячейки, заполненные замкнутыми траекториями, всегда двусвязны. Один из граничных континуумов многосвязной ячейки называется внешним граничным континуумом, остальные – внутренними.

На рис. 3.13 - 3.14 приведены примеры односвязной и двухсвязной ячеек. Жирными линиями на этих рисунках обозначены особые траектории, входящие в границы ячеек. Ячейки с различным числом связности топологически различны.

Всякую ячейку можно рассмотреть как не более чем двухсвязную. Например, ячейки, заполненные замкнутыми траекториями всегда двухсвязны. Если двухсвязная ячейка заполнена

незамкнутыми траекториями, то один из её граничных континуумов является предельным множеством при $t \to + \infty$, а другой – предельным множеством при $t\to -\infty$ для траектории этой ячейки. Используя эту методологию, можно исчерпывающим образом описать все возможные границы ячеек и установить условия, при которых две ячейки имеют одинаковую топологическую структуру разбиения на траектории. Под топологической структурой принято понимать все те свойства, которые остаются инвариантными при топологическом (то есть взаимно однозначном и непрерывном) преобразовании плоскости в себя. Рассмотрим случай, когда характер движения в системе определяемый видом функции f(x) зависит от некоторого параметра γ. В реальных системах γ может быть коэффициентом затухания или коэффициентом трения. Для изучения влияния параметра γ на характер фазового портрета достаточно изучить поведение корней уравнения $f(x, \gamma) = 0$ в зависимости от изменения параметра γ. Уравнение $f(x, \gamma) = 0$ можно представить на плоскости x γ в виде кривой (рис. 3.14).

Точки пересечения прямой γ_0 и кривой $f(x, \gamma) = 0$ определяют значения $x = x_k$ в состояниях равновесия, число которых и характеризует качественную картину разбиения фазовой кривой на траектории. На рассматриваемом рисунке при значении γ_0 в интервале $\gamma_1 < \gamma_0 < \gamma_2$ система обладает тремя состояниями равновесия, а при значениях $\gamma_0 < \gamma_1$ или $\gamma_0 > \gamma_2$ – одним состоянием равновесия. Значения γ, при переходе через которые происходит качественное изменение фазового портрета системы, называют бифуркационными (γ_1 и γ_2). Устойчивость состояний равновесия определяется знаком производной по x: равновесие в точке $x = x_k$ устойчиво, если $f_x(x_k, \gamma_0) < 0$, и неустойчиво, если $fx(x_k, \gamma_0) > 0$.

При описании динамики систем в фазовом пространстве используют понятие «грубости» системы. Если при некотором значении γ система является грубой, то при небольшом изменении γ качественная картина в фазовой плоскости не меняется. Однако это условие выполняется не для всех γ даже в грубых системах. В связи с этим и вводится понятие бифуркационного значения параметра. Значение параметра $\gamma = \gamma_0$ называется бифуркационным, если при сколь угодно близких к γ_0 значениях $\gamma< \gamma_0$ и $\gamma> \gamma_0$ топологическая структура фазовой плоскости различна. При таких бифуркационных значениях система является негрубой. Возвращаясь к ячейкам фазового пространства, можно показать, что в случае грубых систем число различных типов ячеек конечно.

Классификация элементов фазового пространства может опираться на классификацию неподвижных точек, то есть устойчивых состояний системы. В случае, когда значения γ_1 и γ_2 – мнимые числа, фазовые траектории будут представлять собой замкнутые эллипсы, обращающиеся вокруг соответствующей неподвижной точки. Если,

напротив, γ_i (i = 1, 2) имеют действительную часть, то смещение в зависимости от знака будет возрастать или затухать экспоненциально, указывая, соответственно, на определённый тип устойчивости или не устойчивости. Существует ряд комбинаций, каждой из которых отвечает неподвижная точка определённого типа. Хотя тип устойчивости определяется собственными значениями γ_1 и γ_2, интерес представляют также собственные вектора D_1 и D_2 – их вид указывает направление локальных фазовых потоков. Ниже приведены основные типы неподвижных точек[1-4]:

1. $\gamma_1 < \gamma_2 < 0$ – как правило, называется устойчивым узлом. Локальный поток затухает в обоих направлениях к неподвижной точке, определяемых собственными векторами D_1 и D_2 (рис. 3.15, а).
2. $\gamma_1 > \gamma_2 > 0$ – неустойчивый узел. Локальный поток экспоненциально растёт в обоих направлениях от неподвижной точки (рис. 3.15, б).
3. $\gamma_1 < 0 < \gamma_2$ – гиперболическая точка (или «седловая» точка). Экспоненциальный рост в одном направлении и экспоненциальное затухание в другом. Именно к этому типу относятся точки неустойчивого равновесия маятника и нелинейных осцилляторов. Часто входящие направления называют устойчивым и неустойчивым многообразием (сепаратисы) соответственно (рис. 3.15, в).
4. $\gamma_{1,2} < 1$ – устойчивый фокус. Поток закручивается в спираль по направлению к неподвижной точке (рис. 3.15, а).
5. $\gamma_{1,2} > 1$ – неустойчивый фокус. Спираль раскручивается в направлении от неподвижной точки (рис. 3.15, б).
6. $\gamma_{1,2} = 0$ – элиптическая точка (или «центр») соответствует вращению локального потока вокруг неподвижной точки.
7. Если $D_2 = (0,0)$ (то есть нулевой вектор, при этом D_1 произволен), то линии потока будут представлять собой независимые, пересекающиеся прямые, образующие (а) устойчивую звезду при $\gamma < 0$ (рис. 3.16, а), (б) неустойчивую звезду при $\gamma > 0$ (рис. 3.16, б).
8. Если D_2 не нулевой вектор, то линии потока будут искривлены, образуя (а) устойчивый несобственный узел при $\lambda < 0$ (рис. 3.16, в), (б) неустойчивый несобственный узел при $\lambda > 0$ (рис. 3.16, г).

Мы шутим :)

:) Хаос не опасен, пока он не начинает выглядеть упорядоченным...

:) Чуствительность к начальным условиям:
– Алё, это Иван Иваныч?
– Нет, Это Аристид Аккордионович.
– Это 55-06-33?
– Нет, 55-06-34.
– Надо же, ошибка в шестом знаке и тааакой эффект!

[1] Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука. 1990. 312 стр.
[2] Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука. 1967. 472 стр.
[3] Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир. 1984. 528 стр.
[4] Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир. 1990. 312 стр.

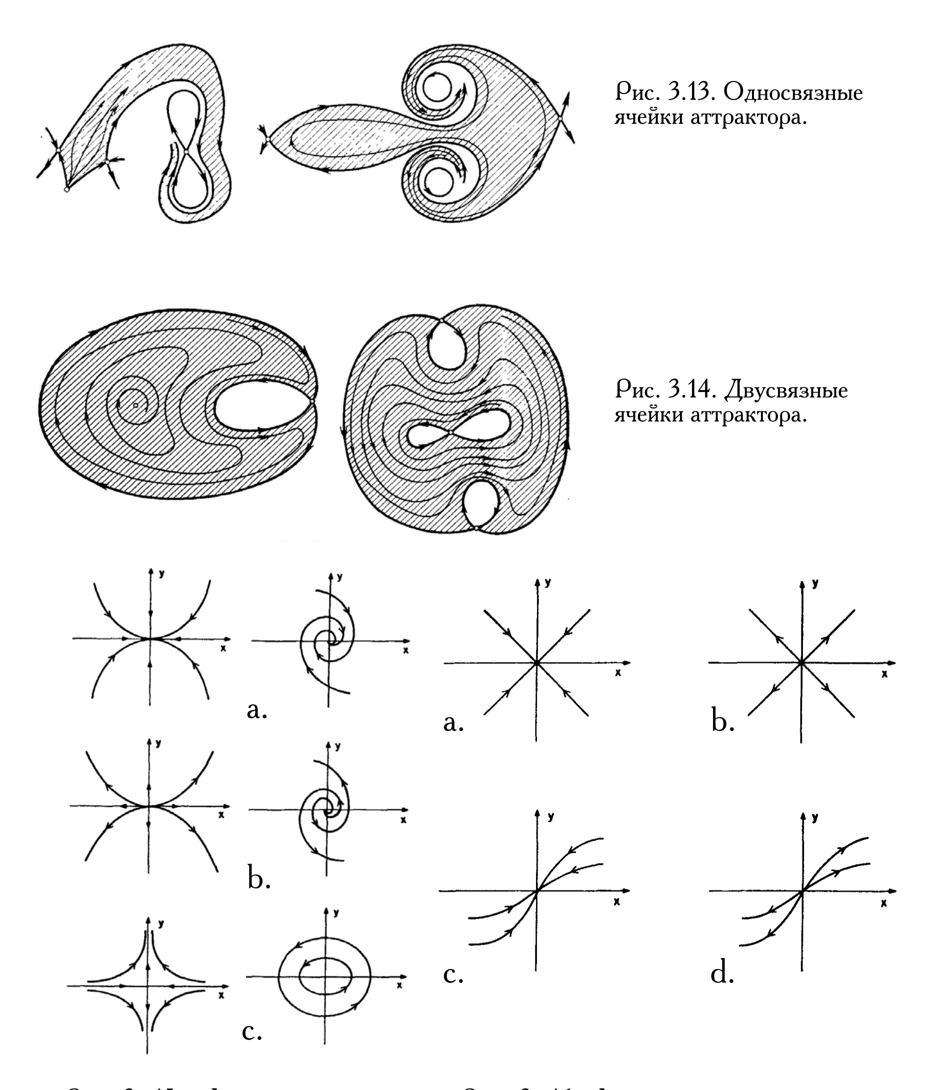


Рис. 3.13. Односвязные ячейки аттрактора.

Рис. 3.14. Двусвязные ячейки аттрактора.

Рис. 3. 15. Локальные фазовые потоки для: a — устойчивого узла и устойчивого фокуса; b — неустойчивого узла и неустойчивого фокуса; c — гиперболической точки и элиптической точки.

Рис. 3. 16. Локальные фазовые потоки для: a — устойчивой звезды; b — неустойчивой звезды; c — устойчивого несобственного узла; d — неустойчивого несобственного узла.

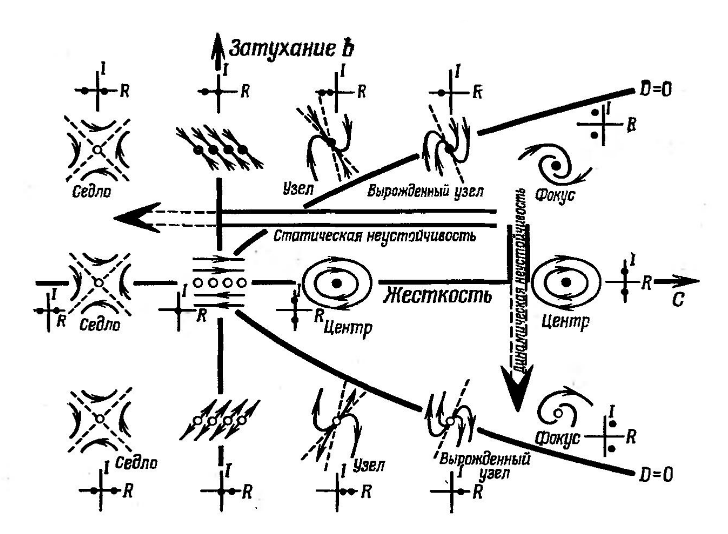


Рис. 3.17. Фазовый портрет и структура корней для линейного осциллятора.

В зависимости от того, положителен или отрицателен параметр D, линейный осциллятор, поведение которой описано уравнением: $\lambda^2+b\lambda+c = D$; $D = b^2-4c$; $D > 0 \rightarrow \lambda = R_1, R_2$; $D < 0 \rightarrow \lambda = R \pm I_i$ ведет себя по-разному. Если D положителен, у уравнения имеются два действительных корня (тёмные кружки) и решение ведёт себя экспоненциально, если же отрицателен, решение имеет два комплексно сопряжённых корня (светлые кружки) и даёт решение вида eRtsinIt. Осциллятор с демпфером становится неустойчивым, если хотя бы один из корней имеет положительную действительную часть. Если жёсткость велика и затухание мало, то корни комплексные и имеется устойчивый фокус. Если уменьшить жёсткость в направлении горизонтальной стрелки, то, как только пересекается парабола критического затухания D = 0, корни становятся действительными и фазовый портрет превращается в устойчивый узел. Нагрузка на упругую конструкцию может вызвать статическую потерю устойчивости, при которой эффективная жёсткость системы меняется с положительной на отрицательную. Эта статическая неустойчивость, характеризуемая появлением смежного положения равновесия, изображается горизонтальной стрелкой. Если же гибкая упругая конструкция подвергается силовому воздействию, скажем, ветра, то порыв ветра может вызвать галлопирование конструкции, при котором эффективное затухание становится отрицательным, как показано вертикальной стрелкой. При этой динамической неустойчивости устойчивый фокус переходит в неустойчивый, этому соответствует растущее колебательное движение. При движении вдоль каждой из стрелок перемещения линейной системы становятся

бесконечными в точке перехода к неустойчивому режиму, однако на поведение реальной системы обычно оказывают влияние нелинейные эффекты.

Остановимся более подробно на аттракторе Лоренца. Аттрактор типа Лоренца относится к классу аттракторов, называемых математической теорией динамических систем *квазигиперболическими*. Гиперболическими хаотическими являются аттракторы обладающие свойством структурной устойчивости («грубости»), которое заключается в нечувствительности структуры аттрактора к вариациям параметров в определяющих уравнениях. Это интересно с точки зрения технических приложений, различные шумы и прочие слабые внешние воздействия не будут влиять на тип генерируемого хаоса, из-за своей грубости, поскольку малые изменения параметров не приводят к значительным изменениям системы в целом. Гиперболические аттракторы должны удовлетворять следующим условиям: 1. Состоять из континуума «неустойчивых листов» или кривых, всюду плотных в аттракторе, вдоль которых близкие траектории экспоненциально расходятся; 2. В окрестности любой точки иметь геометрию произведения канторова множества на интервал; 3. Иметь окрестность в виде расщепленных устойчивых слоёв, вдоль которых близкие траектории сходятся к аттрактору. Три условия гиперболичности аттрактора не выполняются для реальных динамических систем, однако существуют динамические системы, аттракторы которых являются близкими к гиперболическим. Такие аттракторы, называемые квазигиперболическими, являются хаотическими, не включают устойчивых регулярных аттракторов и сохраняют эти свойства при возмущениях. С математической точки зрения, для таких систем нарушается, по крайней мере, одно из трёх условий гиперболичности, сформулированных выше. Кроме аттрактора Лоренца к квазигиперболическим относятся аттракторы Лози и Белыха. Для аттрактора Лоренца, как и для аттрактора Лози, нарушается второе условие гиперболичности. Аттрактор Лоренца включает только седловые траектории, при вариации параметров бифуркации в нём отсутствуют, устойчивые точки или циклы не возникают.

Свойства аттрактора Лоренца зависят от значения числа Рэлея. При $0 < r < 1$ все траектории постепенно закручиваются по спирали к началу координат, при $1 < r < 24{,}74$ траектории стягиваются к паре локальных притягивающих стационарных решений C и C_1. При $r > 24{,}74$ траектории начинают вести себя нетривиально, движение становится крайне неупорядоченным. Это является результатом того, что решение, раскручиваясь по спирали в окрестности одной из неподвижных точек (C и C_1) в течение произвольного промежутка времени, перепрыгивает затем в окрестность второй неподвижной точки и также некоторое время раскручивается по спирали, а затем перепрыгивает назад и так далее. Такое сочетание движения по спирали

(вдоль неустойчивого многообразия) и возврата (вдоль устойчивого многообразия) порождает обсуждавшийся выше механизм растяжений и складываний и приводит к чрезвычайно сложному многообразию, а именно, к странному аттрактору определённого типа. Интересно также, что происходит при очень больших значениях r. Исследования различных авторов свидетельствуют о существовании чередующихся режимов турбулентности и периодического поведения. При значениях r, превышающих 28, странный аттрактор превращается в периодический придельный цикл (примерно при r = 145 – 148). По мере дальнейшего возрастания r этот придельный цикл некоторое время сохраняется, но затем превращается снова в странный аттрактор. При ещё больших значениях r вновь происходит превращение в другой придельный цикл (при r = 210 – 234). При переходе от придельного цикла к хаотическому режиму наблюдается эффект, называемый *перемежаемостью*, то есть возникают «всплески» турбулентности на фоне периодического движения[1-2].

Оказалось, что система Лоренца может описывать не только конвекционные потоки жидкости или газа, но и функционирование ряда других физических систем:

– одномодового лазера, где x – амплитуда волн в резонаторе лазера, y – поляризация, z – инверсия населённостей энергетических уровней, b и σ – отношения коэффициентов релаксации инверсии и поля к коэффициенту релаксации поляризации, r – интенсивность накачки;

– электрической динамо-машины, предшественницы современных генераторов, где ток течёт через диск, вращающийся в магнитном поле. В определённых условиях динамо-машина может дать обратный ход.

– водяного колеса. Вода постоянно льётся с вершины колеса в ёмкости, закреплённые на его ободе, а из каждой ёмкости вытекает через отверстие в днище. Когда поток воды мал, вода быстрее выливается из сосудов, чем наливается в них, и колесо остаётся неподвижным. Если же скорость водяной струи велика, колесо начинает поворачиваться под воздействием веса жидкости и вращение становится непрерывным. Но при резком увеличении напора струи верхние черпаки, полные воды, разгонят колесо и минуют его низ, не успевая опустошаться, тогда как следующие за ними пустые черпаки не успевают наполниться, в результате, наполненные черпаки начинают стремиться в другую сторону, останавливают колесо и меняют направление движения на противоположное. Так колесо, войдя в нерегулярный режим движения, может сохранить его (рис. 3.18).

---

[1] Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Едиториал УРСС. 2001 г. 320 стр.

[2] Томпсон Д.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М.: Мир. 1985. 257 стр.

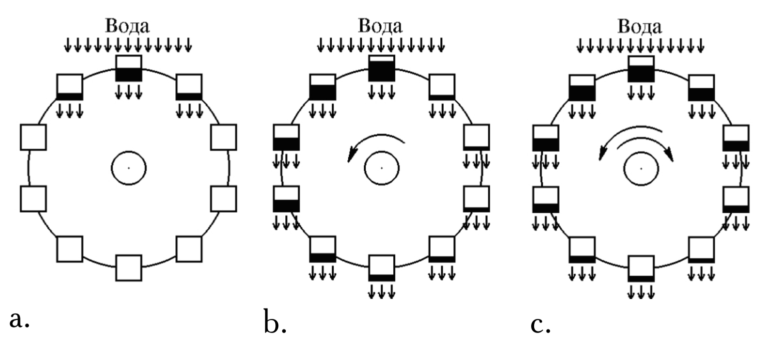


Рис. 3.18. Водяное колесо — механическая модель системы Лоренца. При малом потоке воды сверху колесо остается в покое (a), при большем вращается с постоянной скоростью (b), при очень большом — вращается хаотически, меняя время от времени направление вращения на противоположное (c).

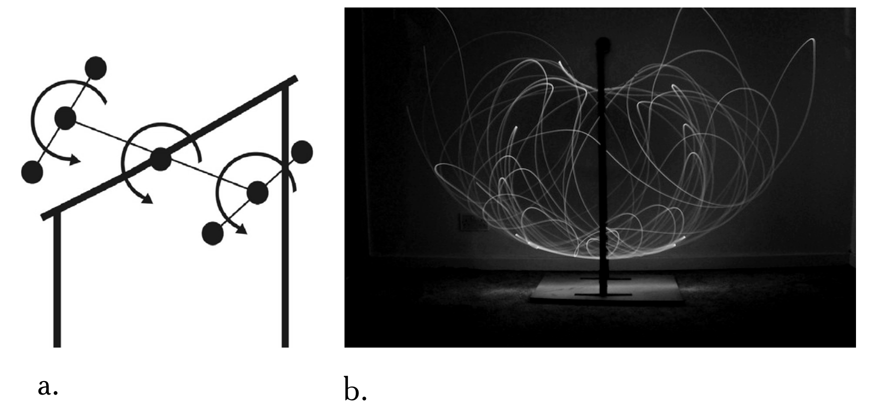


Рис. 3.19: a — Маятник с нерегулярной колебательной динамикой; b — Такие узоры рисует лампочкой на двойном маятнике художник Джордж Иоаннидис.

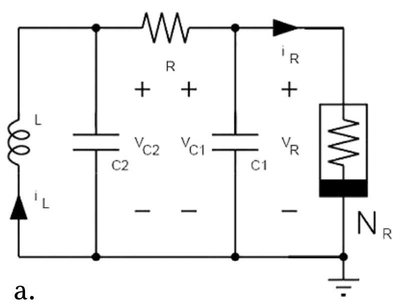
Непредсказуемую динамику могут проявлять самые простые не интегрируемые механические системы, наподобие качели с пружиной, которые могут раскачиваться с регулярной амплитудой, но возможно колебание из-за нелинейности потока энергии на входе и выходе: высокие взлёты, опосредованные накопленным напряжением пружины, чередуются с низкими из-за трения среды, паттерн иррегулярного движения не повторяется. Другой пример – маятник со свободно вращающейся осью, на концах которой также свободно вращаются подвижные элементы. Такая система не может долго поддерживать равномерное перераспределение центра тяжести и регулярное вращение очень скоро сменяется нерегулярным, оси вращаются то быстро, то медленно, в разных направлениях, замирают на мгновение и обращаются

в обратную сторону. Время от времени система уравновешивается, и движение на несколько колебаний становится вновь регулярным. Движение такого маятника зависит от малейших наклонов подвижных осей и определимо лишь на период в несколько колебательных циклов (рис. 3.19).

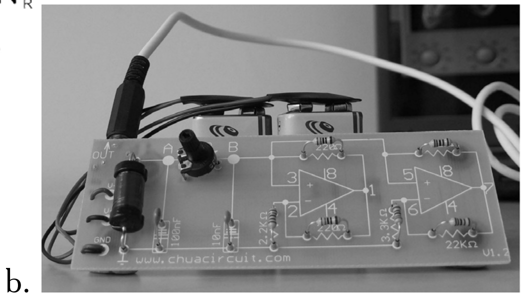
Классический пример системы, поведение которой детерминировано правилами, не включающими случайность, но с течением времени проявляющей непредсказуемость за счет нарастания, усиления малых неопределенностей, флуктуаций – это бильярд Я.Г. Синая: гипотетический бильярд, в котором соударяющиеся шары не останавливаются со временем. Достаточно большая последовательность соударений шаров неизбежно ведет к нарастанию малых отклонений от исчисляемых траекторий за счет невозможности с бесконечной точностью просчитать углы соударений. Нарастание эффекта малых воздействий происходит так быстро, что для того чтобы вычислить положение шаров уже через минуту их беспрерывных соударений, нужно учитывать такие сверхслабые отклонения, которые в реальном мире могут быть вызваны влиянием гравитации соседних галактик!

Мы можем воспроизвести динамику детерминированного хаоса не только с помощью простейших механических устройств, но и с использованием несложных электрических схем. Пример такой схемы – Цепь Чуа, простейшая электрическая цепь, демонстрирующая режимы хаотических колебаний, которая была предложена профессором Калифорнийского университета Леоном Чуа (Leon Ong Chua, 蔡少棠) в 1983 году (рис. 3.20, a). Цепь Чуа состоит из четырёх линейных элементов: двух конденсаторов, одной индуктивности и резистора, а также включает в себя диод Чуа – нелинейный локально активный элемент, на кусочно-линейной вольт-амперной характеристике которого присутствует область с негативным сопротивлением (рис. 3.20, b). Цепь представляет собой генератор, и диод Чуа является необходимой частью для достижения хаотических колебаний. Этот элемент несложно собрать, задействовав два операционных усилителя. Другие способы реализации этой нелинейности включают в себя встречно-параллельно подключенную пару инверторов или туннельный диод. Эта цепь может демонстрировать такие явления хаоса как бифуркации и странный аттрактор, регистрируемые на экране осциллографа. Для достижения хаотического поведения, между номиналами элементов должны соблюдаться определённые соотношения. Так, ёмкость конденсатора C2 должна быть примерно в 10 раз больше ёмкости C1. На осциллографе выбирается режим, когда одна ось соответствует напряжению на первом конденсаторе, другая – напряжению на втором. Выкрутив ручку потенциометра на максимальное значение, мы получим на экране осциллографа точку. Медленно уменьшая значение сопротивления, мы видим превращение точки в орбиту. Последующее уменьшение

сопротивления приводит к раздваиванию этой орбиты, мы начинаем наблюдать бифуркации (рис. 3.20, c). Удвоения периода орбиты будут происходить и дальше с уменьшением сопротивления, расстояния между последующими раздвоениями будут постоянно и планомерно уменьшаться. То есть разница сопротивлений между четверной и восьмерной орбитой будет меньше, чем между четверной и двойной. Скорость, с которой интервал между бифуркациями уменьшается, определяется константой Фейгенбаума.

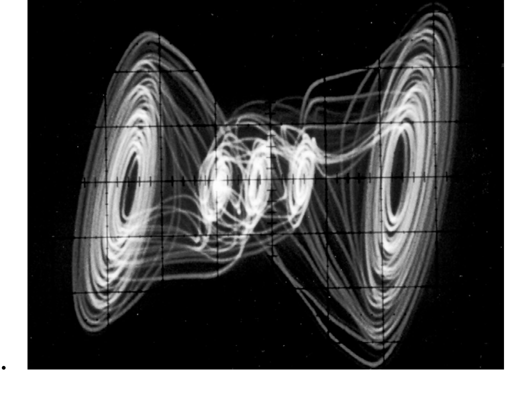


a.



b.

Рис. 3.20: a — Электрическая схема цепи Чуа; b — Цепь Чуа: R — резистор, C1 и C2 — конденсаторы, L — катушка индуктивности, Чуа диод и элемент питания; c — Сигналы, генерируемые цепью Чуа.



c.

Подобный генератор можно использовать для радиосвязи. Существует несколько типов модуляции хаотического сигнала, от простого маскирования информационного сигнала, до высокоуровневой цифровой модуляции. Высокая чувствительность хаотического генератора позволяет использовать его в качестве детектора слабых сигналов. Также на основе данной схемы был создан генератор случайных чисел. Кроме того, спектр данного генератора лежит в звуковом диапазоне, так что этой схемой не

преминули воспользоваться концептуальные музыканты.

Потенциальных сфер использования хаоса в технике становится всё больше. В качестве примера можно привести исследования использования шумов в передаче и хранении информации. Как правило, данные, передаваемые с помощью лазеров, кодируется изменением частоты или фазы светового сигнала. Поляризация света, то есть ориентация его магнитного поля, традиционно не используется для кодирования сигнала, поскольку, как правило, меняется спонтанно и непредсказуемо. Группа исследователей школы инженерии SUPELEC университета Жиф-сюр-Иветт (фр. Gif-sur-Yvette, Франция) нашла способ контролировать поляризацию, которая в конечном счете может быть использована для повышения пропускной способности передачи информации в существующих сетях. Исследователи обнаружили, что при добавлении шумов в электрический ток поляризация становится более регулярной, однако, при дальнейшем повышении уровня шума система возвращается к хаотическому состоянию. Исследователи на протяжении нескольких лет экспериментально демонстрируют увеличение предсказуемости системы при добавлении в неё шумов, однако до сих пор не нашли теоретического объяснения этого эффекта[1].

Так как транзисторы становятся все меньше и потребляемая ими мощность падает, повышается их чувствительность к шумам, с которыми становится все труднее бороться. Результатом является то, что производители микросхем вынуждены согласиться на более высокую частоту ошибок в вычислениях. Но в некоторых нелинейных системах, в частности биологических, как исследователям давно известно, шум, вместо разрушения сигнала, может играть противоположную роль, помогая усилить его. Это явление известно как стохастический резонанс и обнаружено, например, в работе нейронов. Феномен стохастического резонанса можно продемонстрировать, используя кольцо идентичных осцилляторов управляемых гармоническим сигналом. Гармонический сигнал генерирует бегущую по кольцу волну, которая исчезает после выключения сигнала. Однако, при добавлении шума к системе бегущая волна сохраняется гораздо дольше. Команда исследователей из Института технологий Буэнос-Айреса задалась вопросом, можно ли создать компьютерную память использующую явление стохастического резонанса. Идея состоит в том, чтобы построить резонатор, состоящий всего из двух осцилляторов. Исследователи показали, что такой резонатор способен хранить один бит информации даже в присутствии шумов, и даже после того, как частота возбуждения выключается. Однако, не ясно пока, как этот эффект будет проявлять себя в наномасштабе, в котором работают реальные устройства памяти[2].

---

[1] Kate Greene. Controlling Lasers with Chaos. // MIT Technology Review. 2007.

[2] Ibáñez S.A., Fierens P.I., Paterson G.A., Perazzo R.P.J., Grosz D.F. One-bit stochastic resonance storage device. // Cornell University Library. 2009. 12 p. arXiv:0911.0878.

Астрономические системы, так долго служившие объектами для открытия линейных законов механики, могут быть так же непредсказуемы, как и любая не интегрируемая система. Когда речь идёт о паре объектов, особых сложностей не возникает – Ньютон полностью разрешил эту проблему: каждое из пары тел, например Земля и Луна, описывает идеальный эллипс вокруг общего центра тяжести системы. Но добавьте хотя бы ещё один обладающий тяготением объект, и всё изменится. Задача, в которой фигурируют 3 тела, уже более чем трудна, как показал Пуанкаре, в большинстве случаев она неразрешима (рис. 3.21).

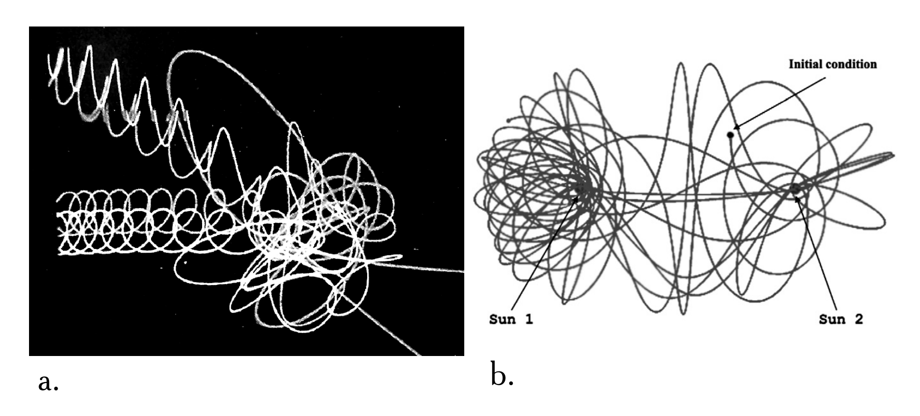


Рис. 3.21: а — Пример траекторий трех встретившихся небесных тел сопоставимой друг с другом массы; b — Вращение планеты вокруг двух солнц.

Можно просчитать орбиты небесных тел для некоторого временного интервала, но долгосрочный прогноз поведения системы выполнить невозможно. Вообще, в масштабе, близком к бесконечно малому, даже в астрономических системах описываемых уравнениями Ньютона наблюдается нелинейное поведение, например «торможение»: излучение звёзд, трение приливно-отливного характера истощает кинетическую энергию движущихся по орбитам небесных тел, а трение всегда привносит элемент нелинейности, который становится заметен на достаточно больших промежутках времени.

Вычисления такого рода для разных планет Солнечной системы уже давно были проделаны несколькими группами исследователей. Они, в частности, доказали, что движение Плутона становится хаотичным на временном отрезке 10-20 миллионов лет из-за специфического резонансного взаимодействия с другими планетами. Динамика внутренней Солнечной системы, которая включает первые четыре планеты от Солнца – Меркурий, Венеру, Землю и Марс, –

тоже хаотична на масштабе 4-5 миллионов лет. А вот выяснение этого вопроса для планет-гигантов во внешней Солнечной системе (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун) неожиданно зашло в тупик. Расчеты одной группы (движение четырех больших планет в них учитывалось точно, а вращение внутренних планет Солнечной системы просто усреднялось) показали, что хаоса нет, по крайней мере, в течение первого миллиарда лет. Вычисления другой группы – в них честно рассчитывалось движение всех планет –исправно «видели» хаос. Начальные данные для этих вычислений – положение и скорости дальних планет – берутся из астрономических наблюдений и известны сейчас с относительной погрешностью чуть лучше одной миллионной. Это может показаться очень высокой точностью, но, как выяснилось, даже в этих пределах встречаются и регулярные, и хаотические ситуации, и более того – они перемешаны. Для доказательства автор взял 31 набор параметров орбит, все из которых лежат в пределах наблюдательных погрешностей. В пределах интервала моделирования в 200 миллионов лет 21 из них оказались хаотическими, а 10 – регулярными. Совершенно непонятно, откуда возникает такая тонкая структура в хаосе – то есть такое тщательное перемешивание регулярных и хаотических ситуаций. Никакие известные резонансные явления в динамике внешних четырех планет объяснить это пока не могут[1].

Наиболее простой и доступный для понимания странный аттрактор был построен астрономом Мишелем Эноном (Henon M.). Пытаясь осмыслить траектории, описываемые звёздами в пространстве галактики, Энон сделал виртуальный срез галактики, отмечая орбиты в двумерной плоскости. Получившиеся в итоге образы зависели от общего количества энергии в системе (количества звёзд, их масс). При малом количестве энергии звёзды движутся по эллиптическим орбитам, при увеличении энергии орбиты начинают образовывать замысловатую кривую, чем больше мы добавляем энергии в систему, тем больше дробятся и замысловатей извиваются траектории орбит, и так до пределов разрешающей способности компьютера, когда орбиты визуально распадаются на хаотичный ряд точек, хотя, при увеличении разрешения эти точки вновь объединятся в сложную паутину запутанных орбит (рис. 3.22, а).

В нашей Галактике типичная звезда, к которым относится и Солнце, имеет ящикообразную орбиту (рис. 3.22, b), в трехмерном пространстве заполняющую тор (бублик). Исключение составляют траектории, попадающие в окрестности устойчивых периодических орбит (устойчивых резонансов). Тогда орбита является трубкообразной (рис. 3.22, с). Звезды гало могут иметь более экзотические орбиты (рис. 3.22, d).

---

[1] Wayne B. Hayes. Is the outer Solar System chaotic? // Nature Physics. 2007. Doi:10.1038/nphys728. astro-ph/0702179.

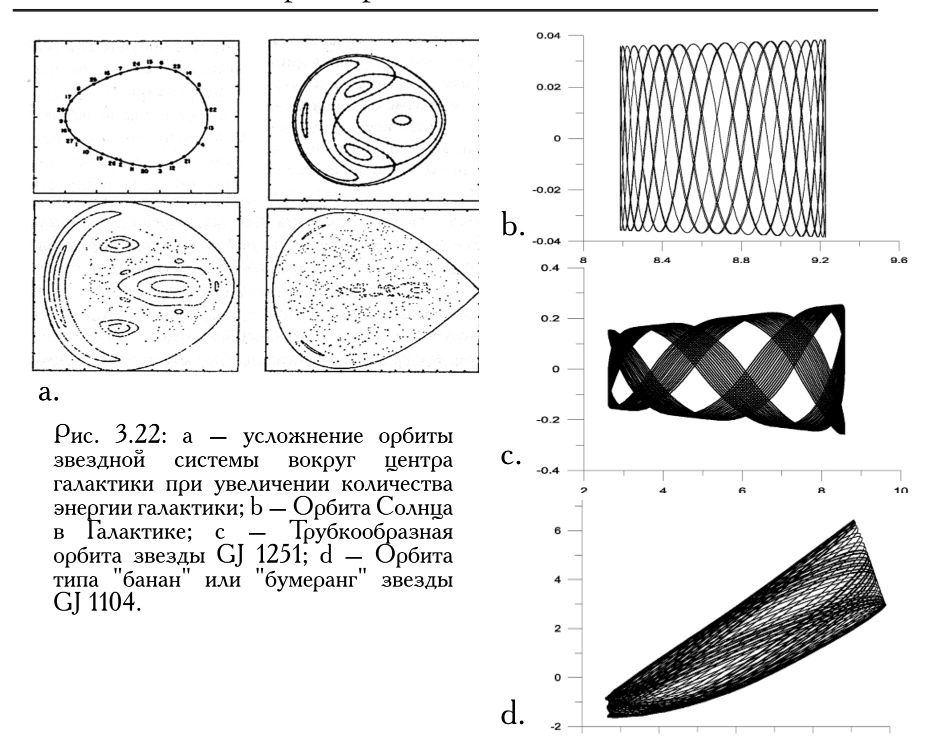


Рис. 3.22: a — усложнение орбиты звездной системы вокруг центра галактики при увеличении количества энергии галактики; b — Орбита Солнца в Галактике; c — Трубкообразная орбита звезды GJ 1251; d — Орбита типа "банан" или "бумеранг" звезды GJ 1104.

Глядя в космос, мы можем увидеть немало устойчивых порождений хаоса. На рисунке 3.23 показана чёрно-белая фотография Большого красного пятна (БКП) на Юпитере. Это пятно привлекает взоры людей уже не первое столетие. Официально Большое красное пятно было зарегистрировано в 1879 году. Тем не менее, изучение наблюдений итальянского астронома Джованни Доменико Кассини (Jean-Dominique Cassini, 1625–1712), позволило найти БКП в его рисунках от 1665 года. Деталь, отмеченная англичанином Робертом Гуком (Robert Hooke, 1635–1703) в 1664 году, также может быть идентифицирована как БКП. Если это так, то самый большой циклон наблюдается почти 350 лет. В докосмическую эру исследователи выдвигали множество идей о природе этого пятна, среди которых были: теория извержения лавы, теория зарождения луны, теория «яйца» – твёрдого острова плавающего в газообразной субстанции планеты, теория газового столба. Космический аппарат «Вояджер» смог сделать отчётливые снимки пятна, на них видна система кружащихся водоворотом течений. Поверхность Юпитера газообразна, это бушующий водородный океан толщиной 1000 километров, скорость течений в котором достигает 100 метров в секунду, гигантские электромагнитные вихри, собственные

гравитационные поля и воздействие других объектов солнечной системы заставляют вращаться потоки газа на поверхности планеты, между потоками возникает турбулентность, множество затухающих вихрей, но один вихрь, оказавшийся антициклоном, оказался столь стабилен в этой бурной климатической системе гигантской планеты, что радует глаз исследователей космоса уже не одно столетие. Распложенный на 8 километров выше верхнего слоя облаков, БКП – самый большой ураган в Солнечной системе. Его размеры составляют 25 × 40 тысяч километров, круговорот вещества (период вращения) достигает недели, а скорость ветра внутри этого урагана – 560 км/ч. По самым смелым предположениям ученых, БКП существует более тысячи лет. У БКП есть также устойчивый меньший собрат – циклон выглядящий на фотографии светлым пятном меньшего размера и расположенный рядом с БКП – Малое красное пятно (МКП), иначе именуемое Oval BA, астрономы предсказали их тесное сближение в середине 2006 года. Предсказание сбылось. Встреча двух стабильных атмосферных образований Юпитера, расположенных в южном полушарии планеты, произошла 13 июля 2006 года[1] (см. Приложение, рис. 1).

Столь долгое существование циклонов на поверхности Юпитера подтверждает вывод, который можно сделать из открытия метеоролога Лоренца: хаос и неустойчивость – разные понятия. Вполне детерминированная система может оказаться неустойчива, и хаос может быть устойчив. Мало того, абсолютно детерминированная система, скорее всего, и будет неустойчива, для устойчивости всегда необходим элемент хаоса, без которого невозможна самоорганизация, самобалансировка, устойчивость к внешним шумам, способность меняться в ответ на изменения окружающей среды.

Начало развитию планетной космогонии было положено гипотезой Канта-Лапласа. В своём труде «Allgemeine Naturgeschichte und Teorie des Himmels» И. Кант в 1755 году выдвинул идею о формировании планет из разреженного пылевого вещества, обращавшегося вокруг Солнца. Идея Канта, постоянно уточняясь и дополняясь деталями, осталась действующей до наших дней. Смена парадигмы, принёсшая в науку видение принципиальной неопределённости развития открытых динамических систем, изменило наш взгляд и на процесс самого формирования нашей солнечной системы.

В 1970-е гг. формирование планет считалось упорядоченным, детерминированным процессом – конвейером, на котором аморфные газово-пылевые диски превращаются в копии Солнечной системы. Но теперь нам известно, что это хаотичный процесс, предполагающий различный результат для каждой системы. Родившиеся планеты выжили в хаосе конкурирующих механизмов формирования и разрушения. Многие объекты погибли, сгорев в огне своей звезды, или были

[1] Gemini News Release. htp://www.universetoday.com/375/red-spots-brush-past-each-other

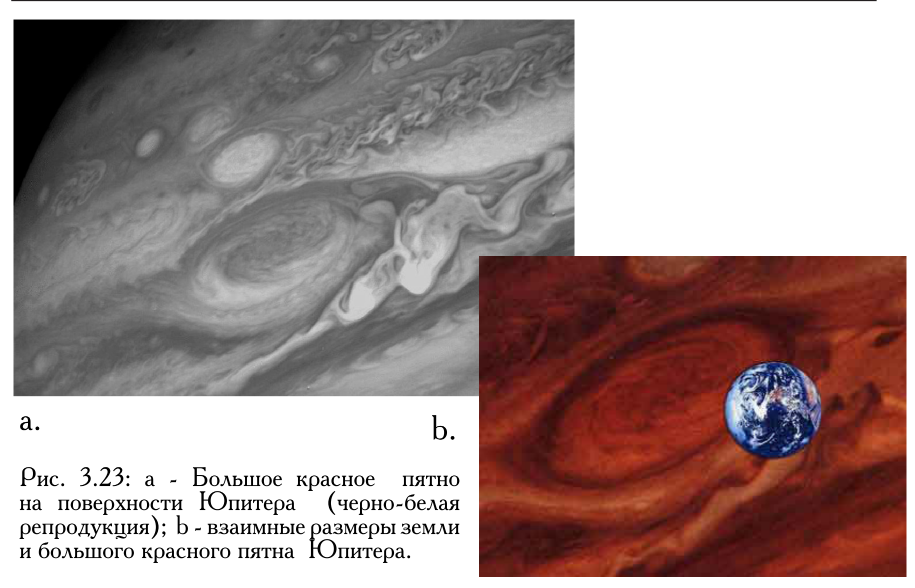


Рис. 3.23: a - Большое красное пятно на поверхности Юпитера (черно-белая репродукция); b - взаимные размеры земли и большого красного пятна Юпитера.

выброшены в межзвездное пространство. У нашей Земли могли быть давно потерянные близнецы, странствующие ныне в холодном космосе.

Процесс формирования солнечной системы начинается с того, что пылинки первичной газово-пылевой туманности собираются в тела километрового размера, называемые планетезималями, которые на последней стадии формирования планет собирают почти всю первичную пыль. Миллиарды километровых планетезималей на следующей стадии собираются затем в тела размером с Луну или Землю, называемые зародышами. Взаимные столкновения планетезималей могут стимулировать как их рост, так и разрушение. Баланс между коагуляцией и фрагментацией приводит к распределению по размерам, при котором мелкие тела в основном отвечают за площадь поверхности системы, а крупные определяют ее массу. Рост «олигархов» заполняет систему излишком тел, стремящихся стать планетами, но лишь немногим это удается. В нашей Солнечной системе планеты хотя и распределены по большому пространству, но они близки друг к другу насколько это возможно. Если между планетами земного типа поместить еще одну планету с массой Земли, то она выведет из равновесия всю систему. Вероятно, что планетные системы в начале своей жизни обладают большим количеством вещества, чем в конце. Некоторые объекты выбрасываются из системы прежде, чем она достигнет равновесия.

Формирование такого газового гиганта, как Юпитер, – важнейший момент в истории планетной системы. Если такая планета сформировалась, она начинает управлять всей системой. Но чтобы это произошло, зародыш должен собирать газ быстрее, чем он движется

по спирали к центру солнечной системы. Формированию гигантской планеты мешают волны, которые она возбуждает в окружающем газе. Действие этих волн не уравновешивается, тормозит планету и вызывает ее миграцию в сторону звезды. Планета притягивает газ, но он не может осесть, пока не остынет. А за это время она может довольно близко по спирали подойти к звезде. Гигантская планета может сформироваться далеко не во всех системах. Рост зародыша, его миграция и потеря газа из диска происходят почти в одном и том же темпе. Какой процесс победит – зависит от везения.

Второе поколение планет формируется из вещества, собранного для них первым газовым гигантом. Гравитационные поля планет второго поколения увеличивают в системе хаос. Если эти тела сформировались слишком близко, их взаимодействие друг с другом и с газовым диском может выбросить их на более высокие эллиптические орбиты. К моменту, когда планетная система уже почти сформировалась, продолжаются еще несколько второстепенных процессов: распад окружающего звездного скопления, способного своей гравитацией дестабилизировать орбиты планет; внутренняя неустойчивость, возникающая после того, как звезда окончательно разрушает свой газовый диск; и, наконец, продолжающееся рассеивание оставшихся планетезималей гигантской планетой. Такое количество неопределённостей, неустойчивостей, хаотических и конкурирующих процессов объясняет удивительное разнообразие масс, размеров, состава и орбит планет, обнаруженных за последнее десятилетие. Продукт столь динамичного процесса самоорганизации приводит к тому, что каждая звёздная система формируется практически уникальной[1-2].

Следующий пример находится в области исследования теории относительности. В классической теории относительности черная дыра не могла ничего излучать (астрономы находят дыры, например, по излучению падающей на них материи). В середине XX века Стивен Хокинг обнаружил, что квантовые эффекты вблизи горизонта событий приводят к тому, что дыра на самом деле излучает. Однако, спектр этого излучения оказался аналогичным спектру излучения абсолютно черного тела. С точки зрения квантовой механики, это означает, что черная дыра теряет информацию о том, что она поглотила. Этот эффект противоречит постулату о сохранении информации (в некотором смысле, далеко идущее обобщение закона сохранения энергии) и получил название информационного парадокса черных дыр. Всё, что уходит за горизонт событий окружающий чёрную дыру как бы исчезает для нашей вселенной навсегда. В схеме Хокинга, с другой стороны, со временем горизонт событий черной дыры может вообще исчезнуть.

[1] Hubert Klahr and Wolfgang Brandner (Ed.). Planet Formation: Theory, Observation, and Experiments. Cambridge University Press. 2006. 320 p.
[2] Витязев А.В., Печерникова Г.В., Сафронов В.С. Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. М.: Наука. 1990. 296 стр.

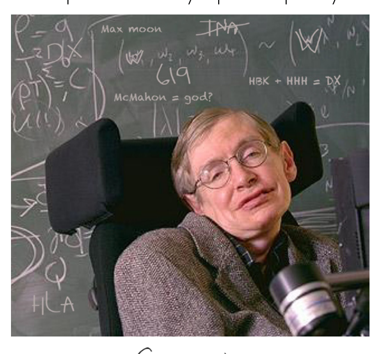
В результате, все, что в такой дыре было собрано, будет выброшено наружу.

В своей работе Хокинг пишет, что излучение дыры будет носить хаотический (в математическом смысле) характер. Это означает, что, несмотря на принципиальное сохранение информации, извлечь ее из излучения не представляется возможным. В работе физик сравнивает задачу извлечения информации с задачей предсказания погоды. Хаотичность в данном случае означает такую зависимость задачи от начальных условий, что малейшая неточность в определении этих условий приводит к принципиально различным решениям задачи. Физик признается, что строгую математическую реализацию его идей еще предстоит найти. Но уже в существующей форме теории Хокинга детерминированный хаос справляется с парадоксом чёрных дыр, не возвращая информацию, которую чёрная дыра поглотила. Детерминированный хаос становится космогоническим барьером в потоке информации, создаваемом релятивистским объектом[1].

Стивен Уильям Хокинг (англ. Stephen William Hawking, род. 8 января 1942, Оксфорд, Великобритания) — английский физик-теоретик и популяризатор науки. Один из наиболее влиятельных и известных широкой общественности физиков-теоретиков нашего времени.

В 1962 году Стивен окончил Оксфордский университет, в 1966 году в колледже Тринити-холл Кембриджского университета (Trinity Hall, Cambridge) получил степень Ph.D.

Основная область исследований Хокинга — космология и квантовая гравитация. Его главные достижения: применение термодинамики к описанию чёрных дыр; разработка в 1975 г. теории о том, что чёрные дыры «испаряются» за счёт явления, получившего название излучение Хокинга; в 1971 году Хокинг в рамках теории Большого взрыва предположил понятие малых чёрных дыр, масса которых могла бы составлять миллиарды тонн и при этом занимать объём протона. Эти объекты находятся на стыке теории относительности (из-за огромной массы и гравитации) и квантовой механики (из-за их размера). Хокинг является одним из основоположников квантовой космологии.



S. Hawking

Стивен Уильям Хокинг

Уже в начале 1960-х годов у Хокинга стали проявляться признаки бокового амиотрофического склероза, которые впоследствии привели к параличу. После диагностики заболевания в 1963 году врачи считали, что жить ему осталось лишь два с половиной года, однако болезнь прогрессировала не так быстро, и пользоваться коляской он начал только в конце 1960-х годов. В 1985 году Стивен Хокинг тяжело заболел, у него было воспаление лёгких. После серии операций ему

[1] Hawking S.W. Information Preservation and Weather Forecasting for Black Holes. // http://arxiv.org/pdf/1401.5761v1.pdf. arXiv:1401.5761v1 2014. 4p.

была проведена трахеостомия, и Хокинг утратил способность говорить. Друзья подарили ему синтезатор речи, который был установлен на его кресле-коляске. Некоторую подвижность сохранял лишь указательный палец на правой руке Хокинга. Впоследствии подвижность осталась лишь в мимической мышце щеки, напротив которой закреплён датчик. С его помощью физик управляет компьютером, позволяющим ему общаться с окружающими.

В британской политике Стивен Хокинг является давним сторонником лейбористов. В марте 1968 года он вместе с троцкистами писателем Тариком Али (Tariq Ali) и актрисой Ванессой Редгрейв (Vanessa Redgrave) участвовал в марше против войны во Вьетнаме. Он поддерживает ядерное разоружение, всеобщее здравоохранение и борьбу с изменениями климата; войну в Ираке 2003 года называл «военным преступлением», а также бойкотировал конференцию в Израиле из-за несогласия с политикой властей этой страны относительно палестинцев.

Труды:

Хокинг С., Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства-времени. Пер. с англ. Э. А. Тагирова. Под ред. Я. А. Смородинского. М.: Мир. 1977. 432 с.

Хокинг С. Краткая история времени: от Большого взрыва до чёрных дыр. Пер. с англ. Н. Я. Смородинской. СПб.: «Амфора». 2001. 268 с. ISBN 5-94278-564-3.

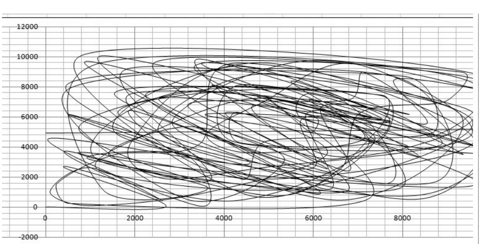
Хокинг С. и Пенроуз Р. Природа пространства и времени. Пер. с англ. А. Беркова, В.Лебедева. СПб.: «Амфора». 2007. 171 с. ISBN 978-5-367-00590-5.

Хокинг С. Теория всего. Пер. с англ. Н. Н. Иванова. Под ред. Г. А. Бурбы. СПб.: «Амфора». 2009. 160 с. ISBN 978-5-367-00991-0.

Детерминированный хаос всегда присутствует в самоорганизующихся системах. Для самоорганизации необходима изначальная неопределённость, хаотичность поведения отдельных элементов системы. Самоорганизация начинается со случайной флуктуации, ставшей критической, превратившейся в параметр порядка. Эти случайные флуктуации не исчезают в течение всего времени существования системы, и если внешние условия или изменившаяся природа элементов самой системы сделают существование системы неустойчивым, энергетически невыгодным, очередная флуктуация станет новым параметром порядка и перестроит организацию всей системы в целом. Поведение самоорганизующейся системы как целого упорядоченно и предсказуемо в определённых пределах, поведение же отдельных её элементов остаётся отчасти хаотичным. Этот микроскопический хаос и неустойчивость поведения отдельных элементов, эти постоянные внутренние флуктуации и порождают невозможность точного описания системы, дробление векторов странного аттрактора при увеличении разрешающей способности вычислительной машины, их прорисовывающей. Можно видеть упорядоченность макроскопических волн автокаталитической реакции или устойчивость ячеек Бенара, но расположение миллиардов отдельных молекул и направлений их импульсов всегда будут уникальны, можно предсказать социальные процессы на том уровне, где начинают действовать статистические закономерности социологии, но поведение отдельного человека всегда остаётся отчасти непредсказуемым, хотя эта непредсказуемость и не может изменить картины социума в целом. Динамика детерминировано хаотической системы может

быть исследована с использованием фазового пространства. Если правильно подобраны переменные, описывающие систему, фазовый портрет детерминировано хаотической системы будет представлять собой странный аттрактор, фазовый портрет линейной, полностью предсказуемой системы – регулярный аттрактор, свойства аттрактора позволят нам смоделировать и предсказать особенности поведения исследуемой системы[1-2].

Рисунки 3.24 – 3.34 демонстрируют примеры использования фазового пространства в исследовании динамики биологических, химических, экономических, геологических, социальных и математических систем.



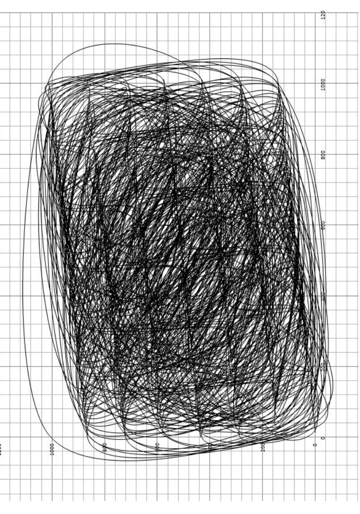


Рис. 3.24. Использование фазового пространства для отображения «случайности процесса» смоделированного методом линейной конгруэнтной генерации (ЛКГ) псевдослучайных чисел. Чем запутаннее (хаотичнее) клубок выглядит, тем более непредсказуем ряд чисел генерируемый ЛКГ. На изображении пример "хорошего" (хаотичного) и "плохого" портрета ЛКГ, в котором даже визуально наблюдаются периодичность.

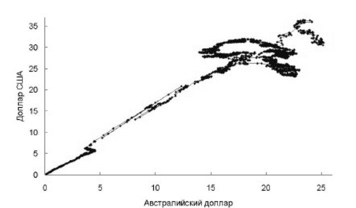


Рис. 3.26. Фазовый портрет флуктуаций курса австралийского доллара к американскому на фондовой бирже Forex.

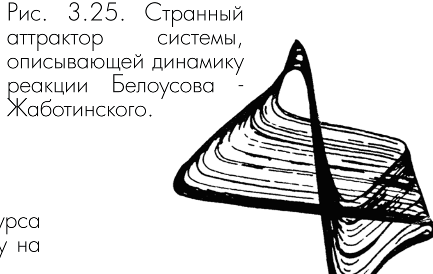


Рис. 3.25. Странный аттрактор системы, описывающей динамику реакции Белоусова - Жаботинского.

---

[1] Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику. 3-е изд. М.: Эдиториал УРСС. 2001. 256 стр. ISBN: 5-8360-0132-4.
[2] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука. 1988. 368 стр. ISBN 5-02-013822-3.

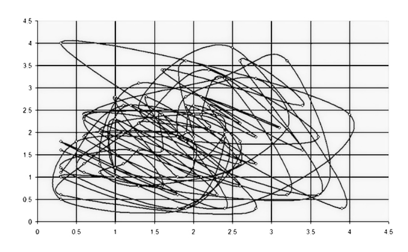


Рис. 3.27. Фазовый портрет объема поступления транспортных средств на остановку городского пассажирского транспорта (ост. Гоголевская, г. Тула)[1].

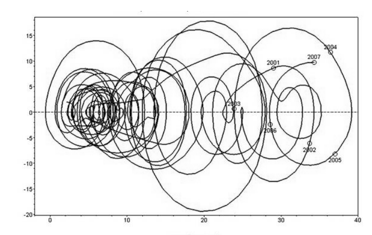


Рис. 3.28. Фазовый портрет динамики урожайности озимой пшеницы по Ставропольскому краю с 1870 по 2007 гг. Круговорот циклов, перемещающихся слева-направо к интегральному увеличению урожайности. Метрические характеристики циклов (амплитуды, радиусы) не сильно меняются за 138 прошедших лет.

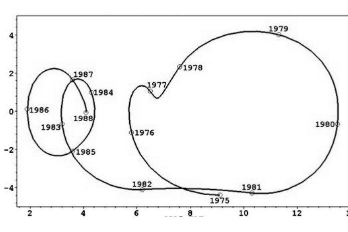
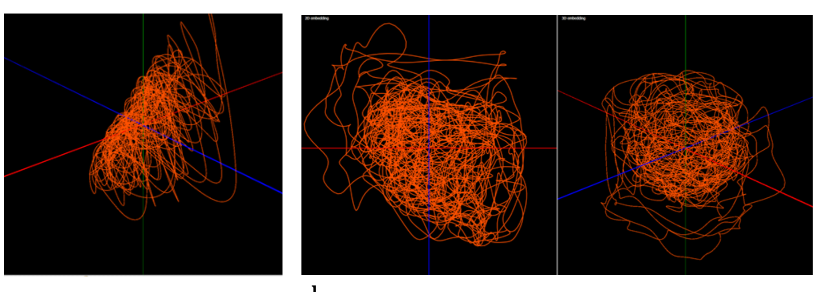


Рис. 3.29. Фазовый портрет сплайн-образов уровня инфляции и его первой производной в американской экономике в 1975-1988 гг. («поросенок»). «Большая инфляционная спираль» в 1975-1982 гг. и «малая» в 1982-1988 гг. Р. Рейган пришел к власти в ноябре 1980 г. «Рейганомика» визуально характеризуется переходом от «большой» к «малой» спиралям, она свела годовую инфляцию от ~14% к 2-4%[2].



a. b.

Рис. 3.30. Фазовые портреты изменения уровня моря (a) и уровня содержания изотопа ^{18}O (b) в эпоху плиоцена / плейстоцена[3].

---

[1] Денисов М.В. Фазовый анализ временного ряда транспортного процесса на пассажирской остановке. Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. 2011 г. ISSN 1991-3087 http://www.jurnal.org/articles/2011/trans1.html

[2] Яковенко В.С. Экономическая цикломатика: теория, методология, практика. Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора экономических наук. Ставрополь - 2008

[3] MSDN Blogs. Jim Galasyn's Learning Curve. Visualizing Climate Data in Phase Space. http://blogs.msdn.com/b/jgalasyn/archive/2008/08/01/visualizing-climate-data-in-phase-space.aspx

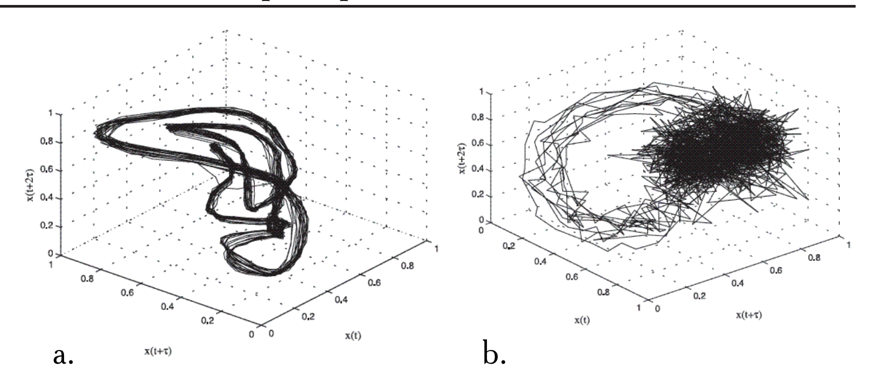


Рис. 3.31. Трёхмерный фазовый портрет голоса человека с нормальной речью (a) и с патологией речи (b) [1].

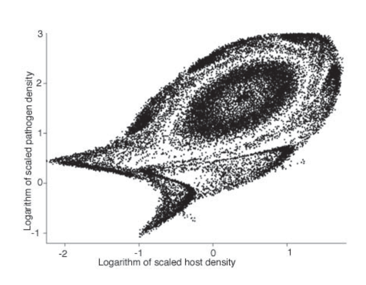
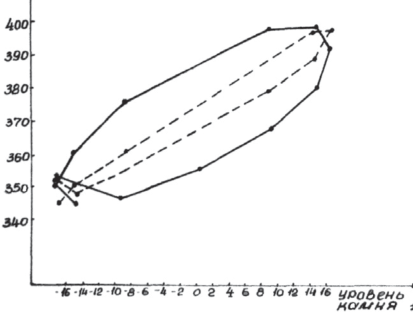


Рис. 3.32. Математическая модель вспышек инвазии непарного шелкопряда Lymantria dispar. В этой модели типа «хозяин-патоген-хищник» возникает стохастичность численности хозяина вокруг равновесного состояния поддерживаемого хищниками и циклов ведомых патогенном. В модели возникают продолжительные, но не регулярные циклы [2].



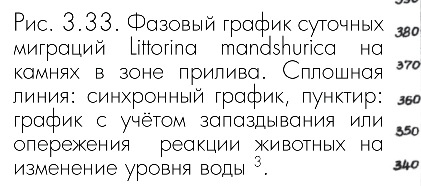


Рис. 3.33. Фазовый график суточных миграций Littorina mandshurica на камнях в зоне прилива. Сплошная линия: синхронный график, пунктир: график с учётом запаздывания или опережения реакции животных на изменение уровня воды [3].

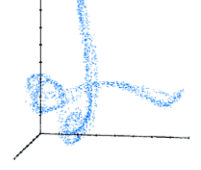


Рис. 3.34. Подтекающий водопроводный кран служит примером привычной системы, которая может претерпевать хаотические изменения. Соответствующий аттрактор был «реконструирован» путём откладывания на осях интервалов между двумя последовательными каплями.

[1] Londoco J.A., Llorente J.G., Garzyn J. J., Germбn Castellanos Domнnguez. Dissimilarity-based classification for stochastic models of embedding spaces applied to voice pathology detection. Rev.fac.ing.univ. Antioq. №.50. 2009

[2] Greg Dwyer, Jonathan Dushoff, Susan Harrell Yee. The combined effects of pathogens and predators on insect outbreaks. // Nature. 2004. Vol. 430: 341-345.

[3] Карманова И.В. Морфология, особенности экологии и возможности использования в лабораторных исследованиях моллюсков рода Littorina. Дипломная работа. ДВГУ. Кафедра зоологии биолого-почвенного факультета. Владивосток. 1973.

Глава 4. Теория бифуркаций и катастроф

«Вот здесь, в точке наивысшей неопределённости, не гарантированности и неподтверждённости впервые обретается известная ясность, просветляется мировая ночь. Реальность того, что смысл нашего бытия не в мире, а где-то между мирами, не в очерченном бытие, а в смущении и становлении...» «Гадкие лебеди» Реж. Константин Лопушанский

Являясь частью Теории хаоса и специальным разделом теории сингулярностей, *Теория катастроф* была разработана в конце 60-х математиком *Рене Томом* (Thom, René; 1923-2002), в 1972 году вышла его книга «Структурная устойчивость и морфогенез» с изложением основных философских и методологических идей теории хаоса. В основу ее была положена разработанная ранее теория особенностей *Уитни* (H. Whitney) и теория бифуркаций динамических систем математиков *А. Пуанкаре* и *А.А. Андронова*.

Отображение поверхности на плоскость – это сопоставление каждой точке поверхности точки плоскости. Если точка поверхности задана координатами (x_1, x_2) на поверхности, а точка плоскости координатами (y_1, y_2) на плоскости, то отображение задается парой функций $y_1 = f_1(x_1, x_2)$, $y_2 = f_2(x_1, x_2)$. Отображение называется гладким, если эти функции гладкие (т. е. дифференцируемые достаточное число раз, например многочлены).

Отображения гладких поверхностей на плоскость окружают нас со всех сторон. Действительно, большинство окружающих нас тел ограничено гладкими поверхностями. Видимые контуры тел – это проекции ограничивающих тела поверхностей на сетчатку глаза. Приглядываясь к окружающим нас телам, например к лицам людей, мы можем изучить особенности видимых контуров.

Уитни заметил, что в случаях "общего положения", (то есть для всех случаев, кроме некоторых исключительных), встречаются особенности лишь двух видов. Все другие особенности разрушаются при малом шевелении тел или направлений проектирования, в то время как особенности этих двух видов устойчивы и сохраняются при малых деформациях отображения.

Примером особенности первого вида – она названа *складкой* Уитни – является особенность, возникающая при проектировании сферы на плоскость в точках экватора (рис. 4.2). В подходящих координатах это отображение задается формулами $y_1 = x^2{}_1$, $y_2 = x_2$. Проектирования

поверхностей гладких тел на сетчатку в общих точках имеют именно такую особенность, и тут нет ничего удивительного. Удивительно то, что кроме этой особенности (складки) мы всюду встречаем еще одну особенность, но практически никогда ее не замечаем.

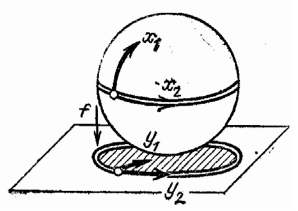


Рис. 4.2. Складка проектирования сферы на плоскость.

Эта вторая особенность названа сборкой Уитни, и получается она при проектировании на плоскость поверхности, изображенной на рис. 4.3. Эта поверхность задана формулой $y_1 = x^3_1 + x_1x_2$ в пространстве с координатами (x_1, x_2, y_1) и проектируется на горизонтальную плоскость (x_2, y_1). Таким образом, отображение задается в локальных координатах формулами $y_1 = x^3_1 + x_1x_2$, $y_2 = x_2$.

Рене Фредерик Том (фр. René Frédéric Thom, 2 сентября 1923, Монбельяр, Ду, Франция – 25 октября 2002, Бюр-сюр-Иветт, Эссонна, Франция) (рис. 4.1) – французский математик. Окончил Высшую нормальную школу, ученик Анри Картана. Преподавал в университетах Страсбурга и Гренобля. С 1964 года работал в Институте высших научных исследований.



Рис. 4.1. Рене Фредерик Том

Главные работы Тома лежат в области алгебраической и дифференциальной топологии. Уже в диссертации, посвященной расслоённым пространствам, были заложены основные идеи, которые позже были развиты Томом в теорию кобордизмов за создание которой в 1958 году он получил Филдсовскую премию.

Также Том занимался теорией особенностей, где создал самый известный её раздел – теорию катастроф, наиболее известную широкой публике по популярным книгам и которую Том старался применить к различным вопросам – от лингвистики до объяснения формы цветков, при этом, в отличие от своих последователей (Кристофера Зимана и других), Том был значительно более осторожен в своих предположениях.

Труды:

Рене Том. Структурная устойчивость и морфогенез. Москва: Логос. 2002. 280 стр.

René Frédéric Thom. Stabilité structurelle et morphogenèse. Reading (Mass.): Benjamin. 1972. 362 p. ISBN 2-7296-0081-7.

Теория особенностей Уитни.

В 1955 г. американский математик Хасслер Уитни (Hassler Whitney) опубликовал работу "Об отображениях плоскости на плоскость", заложившую основу новой математической теории – теории особенностей гладких отображений. Особенность, или сингулярность в математике – это точка, в которой математический объект (обычно, функция) не определён или имеет нерегулярное поведение (например, точка, в которой функция имеет разрыв или недифференцируема).

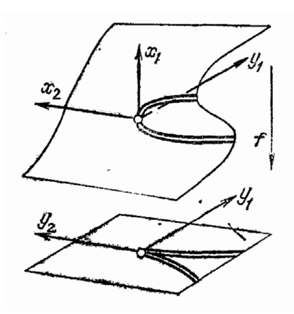


Рис. 4.3. Сборка проектирования поверхности на плоскость.

Теория катастроф *занимается математическим описанием резких качественных перестроек, скачков в поведении систем*, в частности, нелинейных динамических (то есть эволюционирующих во времени) систем. Эта теория связанна с методами решения дифференциальных уравнений, служащих для описания подобных систем. Переход в состояние детерминированного хаоса, самоорганизация, фазовые переходы не обходятся без резких качественных перестроек в развитии систем, в сущности, они и являются этими перестройками. Поэтому без Теории катастроф понимание синергетических процессов будет не полным. Важным достоинством этой теории является то, что она может описывать ситуации не только “количественно”, но и “качественно”, а ее результаты и выводы иллюстрируются простыми геометрическими образами. Такая “наглядность” теории катастроф привела в своё время к бурному росту числа посвящённых ей публикаций, работы Рене Тома издавались массовыми тиражами в карманной серии.

Основное, элементарное понятие из понятийного аппарата теории – бифуркация. ***Бифуркация*** *(раздвоение, образование вилки) или катастрофа – скачкообразная качественная перестройка системы при плавном изменении параметров*.

«Вдруг закипает вода. Начинает таять лёд. Сотрясаются земли и луны. Рушатся дома. Спина верблюда, как мы знаем, выдерживает груз в n соломинок и внезапно ломается под (n+1)- й. Происходят биржевые крахи». *Постон Т., Стюар И* [1-2].

Наглядный пример катастрофы – внезапный прогиб упругой колонны под воздействием плавно увеличивающегося давления (рис. 4.4). На рисунке 4.5 представлено графическое отображение бифуркации. До точки бифуркации система имеет один путь развития, её поведение полностью предсказуемо. *Точка бифуркации* – такой период в развитии системы, когда прежний устойчивый, линейный, предсказуемый путь развития системы становится невозможен, эта точка критической неустойчивости развития, в которой система перестраивается, выбирает один из двух возможных путей дальнейшего развития, то есть происходит некий фазовый переход. Особенность точки бифуркации в том, что точно предсказать выбор пути, по

[1] Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир. 1980. 607 с.
[2] Tim Poston, Ian Stewart. Catastrophe Theory and Its Applications (Dover Books on Mathematics). Publisher: Dover Publications; 1st edition. 2012. 512 pages. ISBN-10: 048669271X. ISBN-13: 978-0486692715.

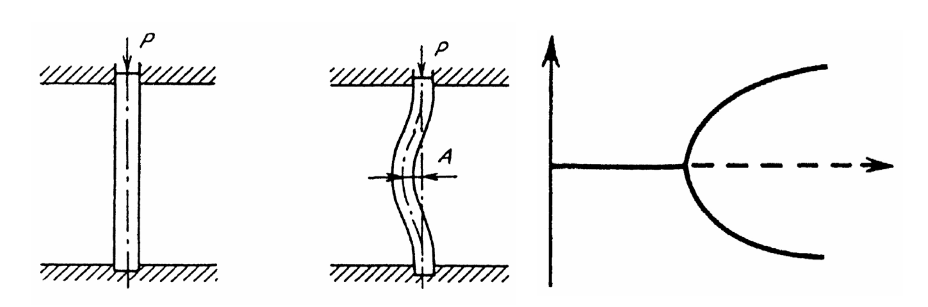


Рис. 4.4. Прогиб колонны при превышении критической нагрузки.

Рис. 4.5. Графическое представление бифуркации (катастрофы).

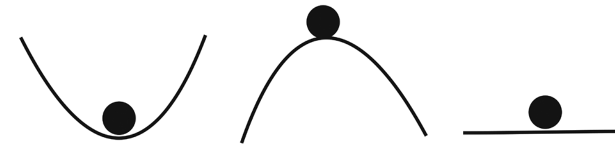


Рис. 4.6. Устойчивое равновесие можно условно изобразить в виде шарика, лежащего на дне лунки: если изменить его положение, он скатится назад, положение его можно изменить, вообще выкинув из лунки, для чего необходимо потратить значительное усилие; неустойчивое — в виде шарика, лежащего на вершине холма, любое внешнее воздействие, иногда бесконечно малое, приведет к тому, что шарик скатится вниз, предсказать заранее направление его падения невозможно, в случае с двумерной картиной мы и получаем бифуркацию — раздвоение возможного пути движения шарика: вправо или влево; безразличное равновесие отображается шариком, лежащим на ровной плоскости: он может бесконечно долго находиться как в текущем положении, так и в том, которое он займет, сместившись под воздействием внешнего импульса. Энергия, необходимая для изменения состояния такой системы (изменения положения шарика) пропорциональна весу шарика и расстоянию, на которое он смещается, то есть поведение системы линейно.

Теория бифуркаций динамических систем – это теория, которая изучает изменения качественной картины разбиения фазового пространства, в зависимости от изменения параметра (или нескольких параметров). Бифуркация – это приобретение нового качества в движениях динамической системы при малом изменении её параметров. Центральным понятием теории бифуркации является понятие (не)грубой системы. Берётся какая-либо динамическая система и рассматривается такое (много)параметрическое семейство динамических систем, что исходная система получается в качестве частного случая – при каком-либо одном значении параметра (параметров). Если при значении параметров, достаточно близких к данному, сохраняется качественная картина разбиения фазового пространства на траектории, то такая система называется грубой. В противном случае, если такой окрестности не существует, то система называется негрубой.

В механических системах, как правило, установившиеся движения (положения равновесия или относительного равновесия) зависят от параметров. Значения параметров, при которых наблюдается изменение количества равновесий, называются их бифуркационными значениями. Кривые или поверхности, изображающие множества

равновесий в пространстве состояний и параметров, называются бифуркационными кривыми или бифуркационными поверхностями. Прохождение параметра через бифуркационное значение, как правило, сопровождается изменением свойств устойчивости равновесий. Бифуркации равновесий могут сопровождаться рождением периодических и других, более сложных движений[1-2].

Ещё раз про прогиб колонны.

7 корпус Всемирного торгового центра (WTC 7) – здание, построенное в районе Нижний Манхэттен города Нью-Йорк, штат Нью-Йорк, США (рис. 4.7). Это второе здание с этим названием и адресом. Первое сооружение было построено в 1987 году и было разрушено в результате терактов 11 сентября 2001 года.

11 сентября 2001 года здание было повреждено падающими обломками Северной башни торгового центра. Внутри здания, на нижних этажах, начались пожары. Повреждение системы водоснабжения в результате падения башен нарушило работоспособность внутренней системы пожаротушения, и не позволяло пожарным эффективно бороться с огнём. Около 15:30 пожарным было приказано покинуть здание из-за опасности обрушения. Территорию вокруг строения оцепили в ожидании обрушения, которое произошло в 17:20 по местному времени.

Детальное расследование причин и последовательности обрушения здания ВТЦ 7 было проведено Национальным Институтом стандартов и технологий США (NIST) после окончания расследования причин и механизма обрушения башен ВТЦ 1 и 2. В августе 2008 года для изучения специалистами и другими желающими был опубликован черновой вариант отчета, на который было получено существенное количество комментариев, как от крупных строительных компаний, так и частных инженеров и просто



Рис. 4.7. Седьмой корпус Всемирного торгового центра (WTC 7).

Рис. 4.8. Колонна 79, предполагаемое место начала коллапса (NIST).

[1] Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М.: Наука. 1955. 176 стр.

[2] Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.М., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука. 1967. 488 стр.

интересующихся людей.

Согласно заключению NIST, причиной разрушения здания назван прогиб колонны 79 (рис. 4.8), которая не имела боковой поддержки на протяжении девяти этажей после того, как в результате многочасового пожара рухнули примыкающие к колонне межэтажные перекрытия. Прогиб колонны 79 вызвал вертикальное распространение разрушений вплоть до восточного пентхауса, и прогиб соседних колонн 80 и 81. После этого разрушение конструкции распространялось горизонтально, с востока на запад, и характеризовалось последовательным прогибом внутренних колонн, теряющих поддержку в результате обрушения межэтажных перекрытий и перераспределения нагрузки вследствие обрушения соседних колонн. С разрушением внутренних колонн внешние колонны начали испытывать дополнительную нагрузку, и, в конце концов, не выдержали напряжения и весь фасад здания рухнул вниз единым элементом, на тот момент практически не имея ни одной целой колонны внутри.

которому пойдёт дальнейшее развитие системы, проходящей через такую точку, невозможно. В этой точке система находится в состоянии неустойчивого равновесия (существует три типа равновесия: устойчивое, неустойчивое, безразличное, они образно показаны на рисунке 4.6) и становится чувствительна к пренебрежимо малым воздействиям, решающим её судьбу. В точке бифуркации в развитии системы появляется неустранимый элемент случайности, неопределённости, непредсказуемости. В ней «бог играет в кости». Наконец, пройдя через точку бифуркации, выбрав один из путей развития, система, устремляясь по нему, снова становится устойчивой, ход развития – линейным, как это видно из графика: каждый из двух возможных путей отображается одной непрерывной линией. Поведение системы снова становится полностью предсказуемым до точки следующей бифуркации. Таким образом, *развитие систем, содержащих периоды бифуркаций, имеет такие общие черты, как сочетание случайности и необходимости, детерминизма и непредсказуемости, возможность выбора из нескольких решений вблизи точки бифуркации, неожиданно сильного отклика на слабое воздействие (и наоборот, слабого отклика на сильное воздействие, когда точка бифуркации пройдена)*.

Рене Том описал семь элементарных катастроф, то есть, по Тому, критических точек (репетиций) потенциальной функции, точек, где не только первая производная функции, но и производные более высокого порядка равны нулю. Динамика развития таких точек может быть изучена при помощи разложения потенциальной функции в рядах Тейлора посредством малых изменений входных параметров. Если точки роста складываются не просто в случайный узор, но формируют структурированную область стабильности, эти точки существуют как организующие центры для особых геометрических структур с высоким и низким уровнями катастрофичности в окружающих их областях фазового пространства. Если потенциальная функция зависит от трёх или меньшего числа активных переменных, и пяти или менее активных

параметров, то в этом случае существует всего семь обобщённых структур описанных геометрий бифуркаций. Рассмотрим простейшие из них:

Катастрофа типа «Складка» (рис. 4.9)

V=x³+ax

При отрицательных значениях параметра *a*, потенциальная функция имеет два экстремума – один стабильный (устойчивое равновесие) и один нестабильный (неустойчивое равновесие). Если параметр *a* медленно изменяется, система может находиться в точке стабильного минимума, но если *a* = 0, стабильный и нестабильный экстремумы встречаются и аннигилируют, это – точка бифуркации. При *a* > 0 не существует стабильного решения. Если физическая система проходит через точку бифуркации типа «свёртка», и поэтому параметр *a* достигает значения 0, стабильность решения при *a* < 0 внезапно теряется, и система может осуществить внезапный переход в новое, весьма отличное от предыдущего состояние. Это бифуркационное значение параметра *a* иногда называется «точкой фиксации».

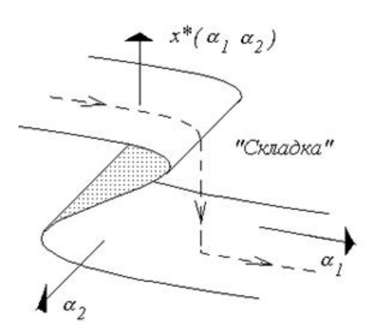


Рис. 4.9. Катастрофа типа «Складка»

Английский математик Кристофер Зиман (Christopher Zeeman) приводит пример катастрофы складки в модели процесса клеточной дифференцировки (Рис. 4.9а). Единственная переменная *Q* характеризует степень дифференцировки клетки. На ранней стадии *Q* непрерывно меняется по оси x от значения *m*, соответствующего клеткам – предшественникам мышечной ткани, до значения *b*, соответствующего предшественникам клеток костной ткани. В конце рассматриваемого периода, когда дифференцировка клеток окончилась, имеется скачок величины *Q* между значениями *M* и *B* (*M* соответствует мышечной ткани, *B* – костной). Клетки со значениями *x*, меньшими x_c, развиваются непрерывным

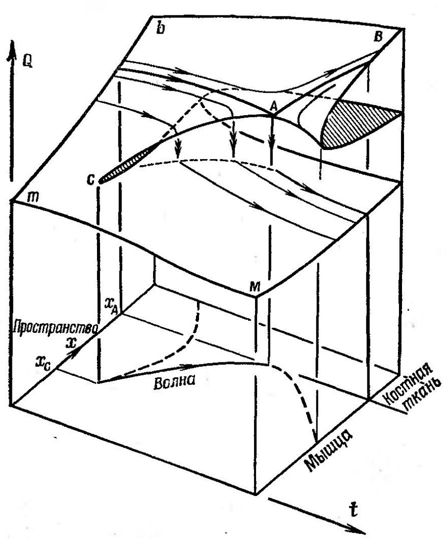


Рис. 4.9а. Дифференцировка клеток как катастрофа наклонной складки.

гладким образом и образуют мышечную ткань в точке *M*. Клетки со значениями *x* между x_c и x_A испытывают динамический скачок, связанный, возможно, с внезапными переключениями генетической программы, которые вызывают ступенчатое изменение *Q* (по направлению к образованию мышцы). Время скачка изменяется вместе с *x*, так что через тело проходит волна развития, скачки становятся всё более сильными, пока не остановятся в точке *A*. Здесь мы имеем асимметричную точку ветвления, разделяющую докритические клетки с *x*, меньшим, чем x_A, которые скачкообразно развиваются в мышцу, и закритические клетки с *x*, большим, чем x_A, которые не испытывают неустойчивость и плавно развиваются в костную ткань. Такая модель предсказывает, что волна развития зарождается с конечной скоростью и затем постепенно замедляется по параболическому закону. Конечным результатом является образование резкой пространственной границы между мускулом и костью в точке x_A. Бифуркация в точке *A* имеет характер существенного роста, хотя заметное действие основной волны может не проявляться в течении некоторого времени. Эта возможная задержка приводит к появлению вторичных волн, тормозящих проявление основной волны. Именно вторичная волна обладает физическим свойством, позволяющим ей подать сигнал о высвобождении химической энергии и образовании физической энергии для морфогенеза, создания пространственных форм. Интересно, что модель катастрофы складки, рождающая сходные явления вторичных волн использовалась для моделирования турбулентности между вращающимися цилиндрами[1].

Катастрофа типа «Сборка».

$V=x^4+ax^2+bx$

Когда в одной точке встречаются две складки, на поверхности возникает особенность типа «Сборка». На диаграмме (рис. 4.10) катастрофы «сборка» с точкой возврата показаны кривые по переменной *x*, для непрерывно изменяющегося параметра *b* при различных значениях параметра *a*. Вне геометрического места точек возврата (кривая, делающая на изображении петлю) для каждой точки (*a, b*) в фазовом пространстве существует только одно экстремальное значение переменной *x*. Внутри точек возврата существует два различных значения

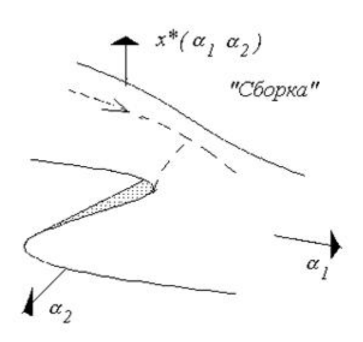


Рис. 4.10. Катастрофа типа «Сборка».

[1] Zeeman E.C. Primary and secondary waves in developmental biology. Some mathematical questions in biology, VI (Proc. Eighth Sympos. Mathematical Biology. San Francisco. 1974), 69-161, Lectures on Math. in the Life Sciences. 7. Amer. Math. Soc. 1974.

x, которые дают локальные минимумы функции *V(x)* для каждой пары (*a, b*). При этом указанные значения разделены локальным максимумом. Изменяя параметры, можно найти, что имеется кривая точек в пространстве (*a, b*) (кривая делающая на изображении петлю), на которой теряется стабильность, то есть на этой кривой стабильное решение может внезапно «перепрыгнуть» на альтернативное значение (также стабильное). Но в геометрии точек возврата кривая бифуркаций заворачивает назад, создавая вторую ветвь, на которой уже это второе решение теряет стабильность, а потому может совершить «прыжок» назад на исходное множество решений. При увеличении значения параметра *b* и последующем уменьшении его, можно наблюдать гистерезис в поведении петель, поскольку система следует по одному решению, «перепрыгивает» на другое, следует по нему и «перепрыгивает» назад на исходное.

Рассмотрим три типичные статические бифуркации, моделируемые механической системой типа шарика, катающегося по поверхности энергии, которая деформируется, если приложена нагрузка Λ (рис. 4.11). В первой асимметричной точке бифуркации, наблюдаемой при потере устойчивости рам, минимум и максимум сливаются и затем снова расходятся. Во второй устойчиво симметричной точке бифуркации, известной конструкторам по поведению эйлерова стержня (рис. 4.12), исходный минимум переходит в широкую яму с маленьким пиком в центре. Третья картина демонстрирует неустойчиво симметричную точку бифуркации, которая является обращением предыдущего случая и наблюдается при потере устойчивости арок и оболочек. В каждой из этих бифуркаций тривиальное равновесное

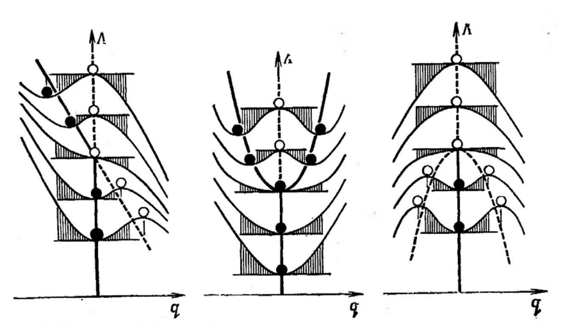


Рис. 4.11. Три типичные статические бифуркации, моделируемые механической системой типа шарика, катающегося по поверхности энергии, которая деформируется, если приложена нагрузка Λ.

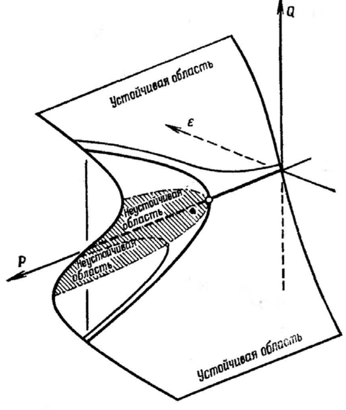


Рис. 4.12. Трехмерная картина траекторий равновесия эйлерова стержня. Показана зависимость перемещения Q от нагрузки P и параметра несовершенства ε.

состояние с нулевым перемещением q становится неустойчивым при пересечении со вторичной равновесной траекторией.

На рисунке 4.13 видно распределение деформаций поверхностей энергии трёх вышеописанных типов разделяемых сепаратриссой катастрофы сборки. Сепаратисса разделяет плоскость управляющих параметров на две открытые области, представляющие функции с одной и тремя критическими точками.

Можно лучше понять поведение системы в пространстве данной катастрофы, если рассмотреть пару классических моделей, описывающих на основе катастрофы «сборки» поведение собаки, которая в ответ на внешнее воздействие может испугаться или обозлиться (рис. 4.14), а также творческий процесс учёного (рис. 4.15).

Предложение первой модели заключается в том, что при умеренном воздействии ($a > 0$) собака будет проявлять плавное изменение отклика с испуга на злость в зависимости от того, как было проведено воздействие. Но более высокий уровень воздействия – это стресс, соответствующий переходу в область $a < 0$. В этом случае если собака изначально испугалась, она останется испуганной при увеличении уровня воздействия на неё, пока в конечном итоге она не достигнет точки возврата, где произойдёт спонтанный переход в режим злобы. При переходе в этот режим собака будет оставаться озлобленной даже в случае постепенного снижения воздействия на неё[1].

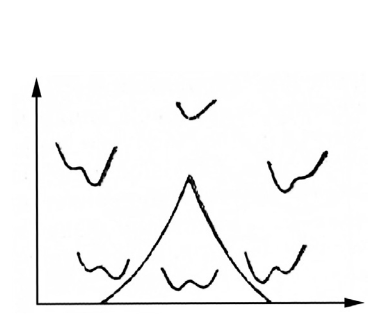


Рис. 4.13. Катастрофа сборки. Плоскость управляющих параметров.

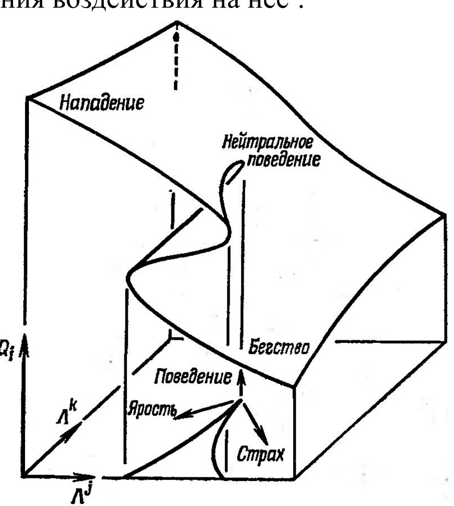


Рис. 4.14. Катастрофа сборки, иллюстрирующая поведение животного, которое испытывает одновременно ярость и страх.

[1] Томпсон Дж.М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М.: Мир. 1985. 256 стр.

Второй пример, принадлежащий Кристоферу Зиману приведен в популярной книге В. Арнольда "Теория катастроф"[1]. Речь идет об описании творческого процесса ученого, и величина Д характеризует его достижения в зависимости от увлеченности (параметр У на рис. 4.15) и владения техникой и навыками исследователя (параметр Т). Если увлеченность невелика, то достижения вяло и монотонно увеличиваются с ростом профессиональных навыков. Если же увлеченность высока, то наступают качественно новые явления: с ростом профессионализма достижения могут возрастать скачком. Такая "катастрофа" вполне желанна. Область высоких достижений в этом случае можно назвать словом "гении". На рис. 4.15 данная ситуация соответствует движению из точки 1 к точке 2. Если же рост увлеченности не подкреплен соответствующим ростом профессионализма, то происходит катастрофа в полном смысле этого слова: достижения скачком падают, и мы попадаем в область, обозначенную словом "маньяки" (это происходит при движении из точки 3 в точку 4). Интересно, что скачки из состояния "гении" в состояние "маньяки" происходят на разных линиях, и при достаточно большом значении увлеченности гений и маньяк при равной технике и увлеченности различаются лишь уровнем достижений.

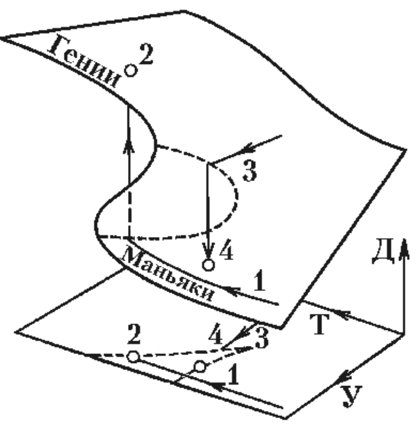


Рис. 4.15. Геометрическое описание творчества ученого в координатах его достижений (Д), увлеченности (У) и владения техникой исследований (Т).

Катастрофа типа «Ласточкин хвост».

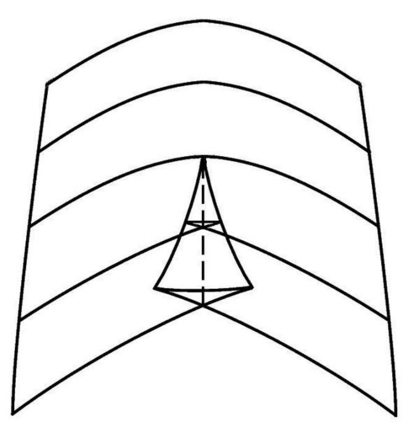
$V=x^5+ax^3+bx^2+cx$

Управляющее пространство в данном типе катастроф является трёхмерным. Каскад бифуркаций в фазовом пространстве состоит из трёх поверхностей бифуркаций типа «свёртки», которые встречаются на двух кривых бифуркаций с точками возврата, которые в конечном итоге встречаются в одной точке, представляющей собой бифуркацию типа «ласточкин хвост» (рис. 4.16).

По мере прохождения значений параметров по поверхностям областей бифуркаций типа «свёртка» пропадает один минимум и один максимум потенциальной функции. В области бифуркаций с точкой возврата два минимума и один максимум замещаются одним минимумом; за ними бифуркации типа «свёртка» исчезают. В точке ласточкиного

[1] Арнольд В.И. Теория катастроф. 3-е изд. доп. М.: Наука. 1990. 128с.

хвоста два минимума и два максимума встречаются в одном значении переменной x. Для значений $a > 0$ за ласточкиным хвостом существует либо одна пара (минимум, максимум), либо не существует вообще никаких бифуркаций. Это зависит от значений параметров b и c. Две поверхности бифуркаций типа «свёртка» и две линии бифуркаций с точками возврата встречаются при $a < 0$, а потому исчезают в самой точке ласточкиного хвоста, заменяясь одной поверхностью бифуркаций типа «свёртка». Последняя картина Сальвадора Дали под названием «Ласточкин хвост» создана под влиянием этого типа катастроф (рис. 4.17).


Рис. 4.16. Катастрофа типа «Ласточкин хвост».

Еще Дж. Максвелл указывал на существование ситуаций (которые он называл особыми точками), в которых поведение механической системы становится нестабильным, как, например, камень на вершине горы может вдруг сорваться, вызывая лавину. Максвелл предостерегал своих ученых коллег от недооценки роли таких ситуаций и считал, что если изучение особых точек сменит непрерывность и стабильность вещей, то успехи естествознания, возможно, позволят устранить предрасположенность к

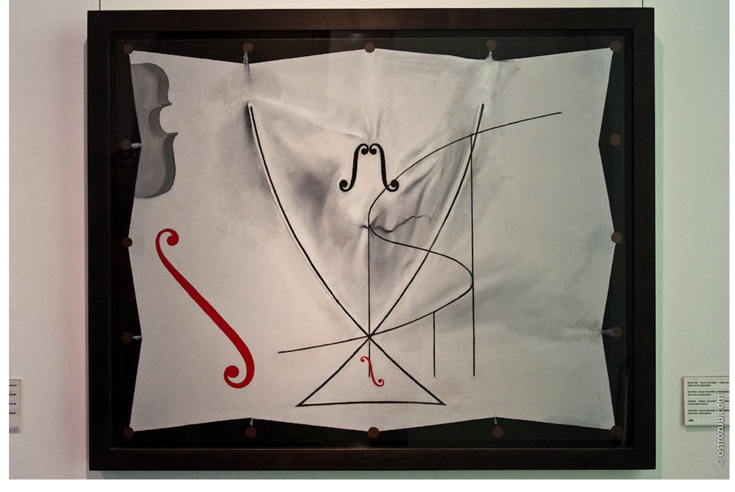


Рис. 4.17. Картина Сальвадора Дали «Ласточкин хвост».

детерминизму. Под подобные исследования в XX-м веке многие исследовательские институты и даже большие корпорации стали выделять гранты, на которые проводились необычные исследования, например, в качестве системы демонстрирующей критическую нестабильность использовали кучки песка. На основе этой модели в 1987 г. Пер Бак (Per Bak) в сотрудничестве с Куртом Визенфельдом (Kurt Wiesenfeld), работающим в Технологическом институте шт. Джорджия, и Чао Тангом (Chao Tang, 汤超) , сотрудником Института теоретической физики в Санта-Барбаре, разработали теорию самоорганизованной критичности, объясняющую поведение составных систем, то есть систем, содержащих миллионы элементов, взаимодействующих на малых расстояниях. Согласно этой теории, многие составные системы естественным образом эволюционируют к критическому состоянию, в котором малое событие вызывает цепную реакцию, способную повлиять на любое число элементов системы, цепные реакции всех масштабов являются неотъемлемой частью динамики таких систем. Как следует из теории критичности, малые события вызывает тот же механизм, что и крупные. Составные системы никогда не достигают равновесия, эволюционируя от одного метастабильного состояния к другому[1].

Песочная лавина, как выяснил Гленн Хелд (Glenn Held), является разновидностью цепной реакции, или ветвящегося процесса. В начале схода лавины одна песчинка соскальзывает вниз по склону в результате некоторой неустойчивости на поверхности кучи. Эта песчинка остановится только тогда, когда окажется в устойчивом положении, в ином случае она продолжит движение. Если она столкнется с песчинками, состояние которых близко к неустойчивому, она заставит их также катиться вниз. В ходе этого процесса каждая движущаяся песчинка может остановиться или продолжать падать, а также может вызвать падение других песчинок. Процесс прекратится, когда все «активные» песчинки остановятся или скатятся с кучи. Для измерения размеров лавины можно просто сосчитать общее число скатившихся песчинок. Куча сохраняет постоянную высоту и крутизну потому, что вероятность прекращения активности в среднем равна вероятности ветвления активности. Таким образом, цепная реакция поддерживает критическое состояние, критичность является глобальным свойством песочной кучи. Несмотря на то, что песок добавляется к куче с постоянной скоростью, количество песка, ссыпающегося с кучи, значительно меняется в каждую единицу времени. Если нарисовать график этой величины в зависимости от времени, то мы увидим хаотический сигнал со следами всех длительностей. Такие сигналы известны как «шум мерцания», или «фликкер-шум», или шум 1/f. Шум мерцания указывает

---

[1] Per Bak, Chao Tang, Kurt Wiesenfeld. Self-orgaanaized criticality. // Physical Review A. 1988. Vol. 38(1): 364-374.

на то, что на динамику системы влияют прошлые события, в отличие от «белого», или случайного шума, означающего отсутствие корреляции между текущей динамикой и прошлыми событиями. Шум мерцания чрезвычайно широко распространен в природе. Он наблюдается в активности Солнца, излучении галактик, токе, протекающем через резистор, потоке воды в реке. Вездесущность шума мерцания – одна из загадок физики. Теория самоорганизованной критичности предлагает достаточно общую интерпретацию: шум мерцания является суперпозицией сигналов всех амплитуд и длительностей – сигналов, возникающих, когда система, находящаяся в критическом состоянии, порождает цепные реакции всех амплитуд и длительностей.

Исследователи из университета Висконсин-Мэдисон (University of Wisconsin–Madison, США) построили компьютерную модель поведения песчинок в куче песка используя для расчётов мощные возможности параллельных вычислений современных компьютерных видеокарт. Оказалось, что видеокарты способны рассчитывать движения песчинок не хуже, чем наборы пиксельных текстур. Уже сейчас их расчетный комплекс затребован компаниями, создающими экскаваторы для добычи песка и угля. Ведь создавать компьютерные симуляции намного дешевле, чем проводить полевые испытания дорогостоящих прототипов (Приложение, рис. 2)[1].

Гленн Хелд (Glenn Held) с сотрудниками в Исследовательском центре им. Томаса Уотсона корпорации IBM (IBM Thomas J. Watson Research Center), создали устройство, которое медленно и равномерно – по одной песчинке – насыпает песок на круглую подложку (рис. 4.18). Когда на кучу, находящуюся в критическом состоянии, падает песчинка, она может вызвать лавину любого размера, включая «катастрофическое» событие. Однако большую часть времени песчинки падают так, что лавин не возникает. Исследователи обнаружили, что даже самые большие лавины захватывают лишь небольшую долю песчинок в куче, поэтому даже катастрофические лавины не могут привести к значительному отклонению крутизны склона от критического значения. Самой нетривиальной проблемой было создание устройства, которое медленно добавляло бы к куче по одной песчинке. Хелд и его сотрудники установили на лабораторном стенде мотор с регулируемой скоростью вращения вала и закрепили на валу 250 мл колбу, к которой была прикреплена капиллярная трубка длиной 23 см с внутренним диаметром 2 мм. Колбу заполняли песком и наклоняли примерно на 2° ниже горизонтали, чтобы песчинки проскальзывали в капиллярную трубку, но не пролетали сквозь нее. При вращении колбы вокруг оси со скоростью около 60 об/мин песчинки выстраивались в капиллярной трубке и двигались цепочкой к ее концу. Регулируя угол наклона колбы и скорость вращения мотора, можно было настроить аппарат так, чтобы каждые 15 секунд падала одна песчинка. Отверстие капиллярной трубки находилось примерно в 8-10 см над чашкой аналитических весов. Весы имели точность 0,0001 г и допускали взвешивание до 100 г., тогда как одна песчинка весила примерно 0,0006 г. Кучка с диаметром в основании 4 см весила около 15 г. В качестве подложки для песочных куч Хелд и его сотрудники брали

[1] Uncovering The Real Dirt On Granular Flow. University of Wisconsin-Madison. ScienceDaily. 2008. www.sciencedaily.com/releases/2008/12/081203185008.htm.

круглые пластины диаметром от 1 до 8 см. Каждая пластина была прикреплена к стержню длиной 2,5 см и диаметром 0,5 см. Стержень в свою очередь опирался на круг диаметром 4 см. Весь узел, напоминавший катушку, покоился на чашке весов. Стержень был окружен металлической юбкой, не дающей ссыпающемуся с кучи песку падать на чашу весов, тем самым весы измеряли только вес кучи. Сами весы были экранированы, чтобы песок не сдували воздушные потоки, а вся конструкция устанавливалась на массивном столе, гасящем вибрации. В первых экспериментах Хелд и его сотрудники использовали частицы оксида алюминия, но вскоре они обнаружили, что песок с пляжей Лонг-Айленда был не хуже. Хелд с сотрудниками держали систему включенной в течение двух недель, измеряя флуктуации массы при падении песка с краев пластины. Высыпав на 4-сантиметровую пластину в общей сложности более 35 000 песчинок, исследователи зарегистрировали лавины разных размеров, при добавлении от одной до нескольких тысяч песчинок изменение массы кучи колебалось в диапазоне от одной до нескольких сотен масс песчинок. Такой результат явно указывал на то, что куча песка самоорганизовывалась до критического состояния. Однако когда исследователи увеличили диаметр подложки песочной кучи, взяв пластину диаметром 8 см, обнаружилось, что куча порождает только большие лавины (массой около 4 г). Отсюда был сделан вывод, что кучи этого размера не обладают самоорганизованной критичностью. Пока остается неясным, почему только малые кучи естественным образом эволюционируют к критическому состоянию[1].



Рис. 4.18. Устройство для последовательной подачи песчинок в исследовательском центре им. Томаса Уотсона корпорации IBM.

В последние четыре года эксперименты и расчеты по моделям показали, что многие составные системы, стоящие в центре исследований в геологии, экономике, биологии и метеорологии, обнаруживают признаки самоорганизованной критичности. Эти открытия улучшили наше понимание эволюции земной коры, рынка акций, экосистем и многих других составных систем. Сможем ли мы предсказать песчинку вызывающую катастрофу в технологиях, в социологии, в политике, в психологии, в экологии, в метеорологии, в экономике? Кучки песка, по словам исследователей, раскрывают новый взгляд на мир: глобальные характеристики и эволюцию системы нельзя понять, анализируя составляющие ее части.

---

[1] Glenn A. Held el al. Experimental Study of Critical-Mass Fluctuations in an Evolving Sandpile. // Physical Review Letters. 1990. Vol. 65(9): 1120-1123.

Экология – биологическая дисциплина, имеющая дело с многокомпонентными, сложными, открытыми динамическими системами. Экологи одними из первых среди биологов, обратившись к математике, абстрагировались от реальной жизни сообществ животных и растений и стали рассматривать их как динамические системы. Модели процессов, происходящих в окружающем мире, могут строиться на основе непрерывной пространственно-временной матрицы, это континуальные модели, такие модели используют дифференциальные уравнения, решаемые достаточно сложно. Другой тип моделей – модели дискретные, реконструируют поведение системы в рамках отдельных временных интервалов. Они используют разностные уравнения, и решать их гораздо проще. Пример дискретных моделей – модель годовых циклов изменения численности популяции. В такой модели задаётся начальная численность популяции, находится формула, достоверно описывающая изменение численности популяции, начальная численность подставляется в формулу, высчитывается результат – это численность в конце годового цикла. Потом полученный результат снова подставляется в ту же формулу, решение её показывает численность популяции во второй год (закон регуляции численности по условию не изменился, поэтому используем ту же формулу; популяция обитает в той же среде, в смертности и воспроизводстве следующего года участвует то количество особей, которое осталось от года предыдущего, то есть получилось в результате предыдущего решения уравнения). Данные для третьего года выводятся из данных для второго и так далее. Благодаря такому итерационному процессу можно рассмотреть историю популяции на протяжении многих лет. Тут обнаруживается обратная связь, когда результат каждого года служит исходной величиной для последующего. Обратная связь может стать неуправляемой, как бывает, когда звук из громкоговорителя проходит обратно через микрофон, мгновенно усиливаясь до оглушительного свиста. С другой стороны, обратная связь способна породить и стабильность, как в случае с термостатом: любое увеличение температуры сверх определённого уровня ведёт к охлаждению, а за снижением следует нагрев.

Одним из первых биологов, использовавших в исследованиях дискретные итерационные модели с нелинейным поведением, стал Роберт Мэй (Robert May) (рис. 4.19), по образованию инженер, ставший физиком – теоретиком, а затем австралийским экологом, ныне профессор зоологии Оксфордского университета. Он предположил, что некоторые простые уравнения, используемые при изучении экосистем, могут давать более сложные результаты, чем считалось прежде. Когда Мэй более детально их проанализировал, то обнаружил, что даже простейшая модель популяции может проявлять хаотическое поведение. Помимо внедрения теории хаоса в экологию работа Мэя имела другие важные практические последствия. Благодаря ей стало

ясно, что биологические системы могут развиваться очень сложными путями, несмотря на следование простому набору правил. Мэй отмечал, что не только экологи, но и политики, и экономисты тоже должны иметь в виду, что простые системы не обязательно ведут себя просто[1].

Простейшая линейная функция, которой можно попытаться описать изменение численности популяции: $x_c = rx$, где x и x_c численность в предыдущий и последующий годы, соответственно, а r – коэффициент роста численности. Но, если r больше единицы, такая формула приведёт к быстрому, стремящемуся к бесконечности, росту численности, если же она меньше единицы, численность такой популяции будет стремиться к нулю. Такая функция была предложена священником и учёным Томасом Мальтусом (Thomas Robert Malthus, 1766-1834) (рис. 4.20) в его работе «Опыт о народонаселении» изданной в 1838 г.

Если рождаемость в этой модели превосходит смертность, то есть r больше единицы, размер популяции неограниченно и очень быстро возрастает. Мальтус, опираясь на предложенную им модель предложил теорию, согласно которой неконтролируемый рост народонаселения должен привести к голоду на Земле, теория была принята на вооружение социáл-дарвини́змом, социологической теорией, согласно которой закономерности естественного отбора и борьбы за существование, выявленные Чарльзом Дарвином в природе, распространяются на отношения в человеческом обществе. Мальтус считал, что богатые не несут ответственности за страдания бедных, ибо вымирание большей части человеческой популяции от голода, это естественный богом данный процесс. В экономике возник термин, названный в честь Томаса Мальтуса: Мальтузианская ловушка (Malthusian trap) – типичная для



Рис. 4.19. Роберт Мэй



Рис. 4.20. Томас Мальтус.

[1] May R.M. Simple mathematical model with very complicated dynamics // Nature. 1976.Vol. 261(5560): 459-467.

доиндустриальных обществ периодически повторяющаяся ситуация, в результате которой рост населения, в конечном счете, обгоняет рост производства продуктов питания.

Однако история человеческого общества и экологические данные мира животного говорят нам о том, что и человеческое общество в целом и популяции биологических видов способны существовать без постоянных гладоморов, уничтожающих большую часть популяции. Можно предположить, что реальности более бы соответствовала функция, резко возрастающая при малых размерах популяции, сводящая рост к нулю при средних размерах и снижающаяся при больших размерах популяции. Соответствующее уравнение предложил брюссельский исследователь Пьер Ферхюльст (фр. Pierre François Verhulst; 1804-1849) в 1848 году, через десять лет после выхода работы Мальтуса. Уравнение Ферхюльста описывающее динамику роста численности популяции представляет собой нелинейное уравнение следующего вида: $x_{n+1} = (1+r)x_n - r^*x_n^2$. Введенный Ферхюльстом в уравнение Мальтуса дополнительный отрицательный член, пропорциональный квадрату скорости роста, отражает уменьшение численности за счет ограниченности ареала обитания или же количества ресурсов.

Уравнение Ферхюльста можно упростить до вида: $x_c = rx(1-x)$, при этом член уравнения $(1-x)$ будет выполнять уравновешивающую функцию, пропорционально уменьшаясь при увеличении rx и, наоборот, увеличиваясь при уменьшении первого. Произвольно выберем значение параметра r, скажем, 2,7, и начальную численность популяции, к примеру, 0,02. Подставив эти значения в формулу $x_c=rx(1-x)$ получим 0,0529. Крошечная начальная численность популяции выросла более чем в 2 раза. Повторим процедуру, используя только что полученную численность особей в качестве исходных данных, и получим 0,1353. Численность увеличилась ещё более чем в 2 раза. При следующих итерациях популяция увеличивается до 0,3159, затем до 0,5835; 0,6562 – рост численности замедляется. Далее, по мере того, как смертность «догоняет» воспроизводство, численность достигает 0,6092; 0,6428; 0,6199; 0,6362; 0,6249. Значения в числовом ряду скачут: то возрастают, то уменьшаются. Впрочем, заканчивается он строго определённым значением: 0,6328; 0,6273; 0,6312; 0,6285; 0,6304; 0,6291; 0,6300; 0,6294; 0,6299; 0,6295; 0,6297; 0,6296; 0,6297; 0,6296; 0,6296… Итак, численность популяции стабилизировалась на значении 0,6296. Такая динамика на графике может быть отражена кривой с затухающими на определённом значении колебаниями (рис. 4.21). Когда все расчёты выполнялись вручную, и даже во времена механических счётных машинок с ручным вводом, дальше подобных вычислений дело не шло. В 1976 году Роберт Мэй обнаружил, что увеличение параметра r ведёт к возрастанию степени нелинейности в системе. При низких значениях система находится в устойчивом состоянии, выше – распадается на 2

фрагмента, численность колеблется между двумя величинами, при дальнейшем повышении поведение системы становится непредсказуемым. Мэй сосредоточил внимание на рубеже перехода от стабильного состояния к колебательному, он увеличивал значение параметра *r* так медленно, как только мог. Если это значение составляло 2,7, численность популяции равнялась 0,6292. По мере увеличения параметра конечный результат так же медленно увеличивался, образуя на графике кривую, плавно поднимающуюся слева на право. Неожиданно, когда значение параметра r превысило 3, линия раздвоилась. Численность стаи рыб, популяцию которой изначально описывало это уравнение, стала колебаться между двумя значениями, популяция перешла к 2-летнему колебательному циклу. При дальнейшем увеличении коэффициента воспроизводства 2-хлетний цикл сменился 4-хлетним, затем 8-летним, 16-летним и так далее, наконец, какая-либо периодичность в колебаниях численности перестала улавливаться глазом.

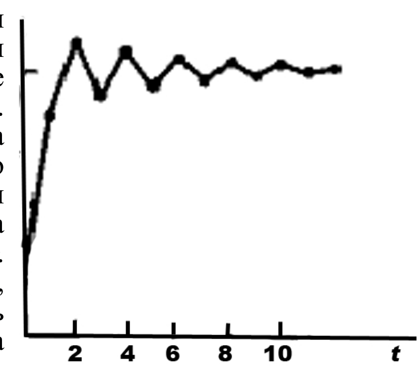


Рис. 4.21. Затухающие колебания численности популяции.

Более точно, зависимость поведения от параметра r выглядит следующим образом:

– если *r* больше 0 и меньше 1, популяция, в конце концов, вымрет, независимо от начальных условий.

– если *r* больше 1 и меньше 2, численность популяции быстро выйдет на стационарное значение *r –1/r*, независимо от начальных условий.

– если *r* больше 2 и меньше 3, численность популяции придёт к тому же стационарному значению *r –1/r*, но вначале будет несколько колебаться вокруг него. Скорость сходимости линейна везде, кроме значения *r* =3, при котором она крайне мала, меньше линейной.

– если *r* больше 3 и меньше 1+√6 (приблизительно 3.45), численность популяции будет бесконечно колебаться между двумя значениями, причем их величина не зависит от *r*, в границах данных параметров.

– если *r* больше 3.45 и меньше 3.54 (приблизительно), то численность популяции будет бесконечно колебаться между четырьмя значениями.

– при значении *r* больше 3.54, численность популяции будет колебаться между 8 значениями, потом 16, 32 и так далее. Длина интервала изменения параметра, при котором наблюдаются колебания

между одинаковым количеством значений, уменьшается по мере увеличения *r*.

– при значении *r* приблизительно равном 3.57, начинается хаотическое поведение, небольшие изменения в начальных условиях приводят к несопоставимым отличиям дальнейшего поведения системы во времени, что является основной характеристикой детерминировано-хаотического поведения. Большинство значений, превышающих 3.57 демонстрируют хаотическое поведение, однако существуют узкие, изолированные «окна» значений *r;* при которых система ведет себя регулярно, обычно их называют «*окнами периодичности*» или «*ласточками Милнора*». Закономерность возникновения «окон периодичности» была исследована украинским математиком А. Н. Шарковским в 1964[1].

К обяснению «окон периодичности» с другой стороны подошли американские физики Мэтью Фишмэн и Дэвид Эголф (Matthew Fishman, David Egolf). Используя ресурсоемкие компьютерные вычисления они показали, что хаос, для генерации которого было использовано уравнение Гинзбурга-Ландау, состоит из отдельных неделимых и слабо связанных строительных элементов. Несмотря на неопределенность «в долгосрочной перспективе», немало информации удалось почерпнуть из ляпуновских экспонент – величин, характеризующих то, как именно в системе развивается хаос. Их анализ показывает, что даже в одной и той же системе при изменении параметров возможны переходы от одного типа хаоса к другому. Хаос, в данном случае, можно рассматривать как некую физическую систему, как условный газ «элементов хаоса», в котором могут быть свои физические явления, например фазовые переходы. В качестве функции системной длины пространственно-временного хаотического состояния описываемого уравнением Гинзбурга-Ландау была выбрана фрактальная размерность. Число степеней свободы каждого элемента хаотической системы оказалось равно двум.

Математический расчет показал, что число хаотических степеней свободы растет пропорционально объему хаотической системы, словно в ней действительно в скрытом виде существуют «строительные блоки» хаоса определенного размера. Серией расчётов была однозначно доказана неделимость элементов хаоса. Более того, из вычислений следует, что весь хаос действительно можно рассматривать как «горячий газ слабо взаимодействующих элементов». «Окна периодичности» в такой хаотической системе возникают, когда в ней укладывается целое число элементов хаоса[2].

Вместо применения отдельных диаграмм для демонстрации

---

[1] Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Спивак А.Г., Федоренко В.В. Динамика одномерных отображений. Киев: Наукова думка. 1989. 216 стр.

[2] Matthew P. Fishman, David A. Egolf. Revealing the Building Blocks of Spatiotemporal Chaos: Deviations from Extensivity. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96: 054103.

изменений в популяциях Роберт Мэй использовал так называемую *разветвлённую диаграмму (логистическое отображение, квадратичное отображение, бифуркационная диаграмма)*, чтоб проследить все варианты развития популяции, все пути изменения численности на одном изображении. Значения *r* откладывались по горизонтальной оси; значения конечной численности – по вертикальной. В известном смысле рост параметра *r* знаменует увеличение в системе нелинейного элемента. Когда значение невелико, популяция угасает, по мере его роста популяция достигает равновесия. Затем, при дальнейшем увеличении параметра, равновесное состояние расщепляется на две ветви, подобно тому, как в процессе конвекции дальнейшее нагревание жидкости делает её нестабильной. Начинаются колебания численности между двумя, четырьмя, восемью и т.д. уровнями. Расщепления, или разветвления происходят всё быстрее и быстрее. Далее система становится хаотичной, и численность особей может приобретать бесконечное множество значений (рис. 4.22).

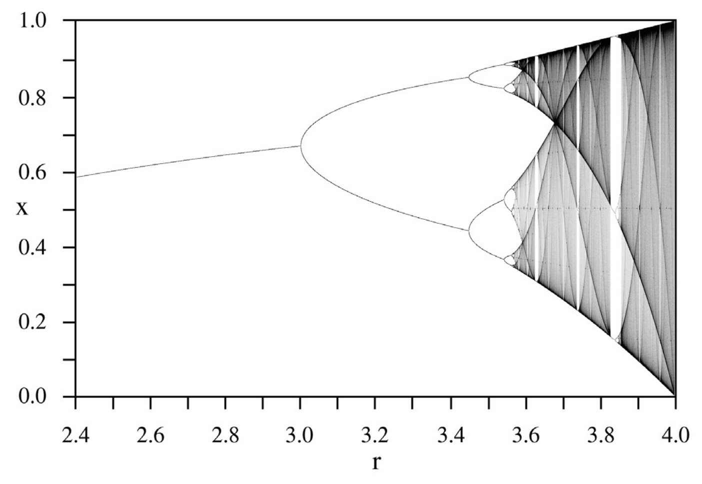
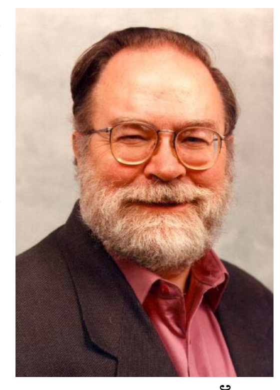


Рис. 4.22. Лавинообразное увеличение значений возможной численности популяции, «каскад бифуркаций».

В математике, особенно при изучении динамических систем, под понятием *бифуркационная диаграмма* подразумевают изображение на рисунке смены возможных динамических режимов системы (равновесных состояний, стационарных точек, периодических орбит и пр.) при изменении значения бифуркационного параметра.

Математический анализ результатов, полученных биологом Мэйм сделал его коллега, Джеймс Йорк (James A. Yorke) (рис. 4.23),


Рис. 4.23. Джеймс Йорк.

профессор математики и физики Института физических наук и технологий университета Мэриленда (University of Maryland, США), исследователь нелинейного поведения сложных систем, популяризатор открытия Лоренца, статья которого, опубликованная в малоизвестном среди математиков метеорологическом журнале, попала Йорку через третьи руки. Йорк с математической точностью проанализировав явления, описанные в работе Мэя, доказал, что в любой одномерной системе происходит следующее: если появляется регулярный цикл с тремя волнами, то в дальнейшем система неизбежно начинает демонстрировать как правильные циклы любой другой продолжительности, так и полностью хаотические колебания. То есть, система, повторяющая себя в 3-хволновых колебаниях без проявления хаоса невозможна[1].

Оказалось, что популяции, описываемые даже предельно простыми уравнениями, могут проявлять непредсказуемое поведение. Они могут быть нечувствительны к флуктуациям некоторых внешних или внутренних параметров, но лишь небольшой толчок определённого типа, направленный в нужном направлении в нужное время, может, дестабилизировав систему, привести к непредсказуемому, нелинейному эффекту увеличения или уменьшения численности популяции, либо даже к полному её исчезновению. На графике видно, что хотя хаотический режим проявляется именно при увеличении коэффициента воспроизводства r, и некоторые ветви этого режима снижают численность популяции практически до нуля.

Отображение поведения системы с лавинообразным нарастанием бифуркаций сегодня носит название ***каскада бифуркаций*** или ***последовательности Фейгенбаума***, по имени исследователя, открывшего в детерминированном хаосе каскада бифуркаций строгую закономерность, выраженную точной константой[2]. *Митчелл Файгенбаум* (Mitchell Jay Feigenbaum) (рис. 4.24) уроженец Нью-Йорка, профессор Рокфеллерского университета (Rockefeller University, США) сосредоточился в своём исследовании каскада бифуркаций на зоне перехода от предсказуемого поведения системы к детерминировано-хаотическому. Файгенбаум решил начать с подсчёта точных значений параметра, порождавшего расщепление. К открытию учёного привело

---

[1] Tien-Yien Li, James A. Yorke. Period Three Implies Chaos. // The American Mathematical Monthly. 1975. Vol. 82(10): 985-992.
[2] Feigenbaum M.J. Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. // J. Stat. Phys. 1978. Vol. 19: 25–52.

низкое быстродействие калькулятора. Ожидая очередного результата, который калькулятор на каждой ступени просчёта бифуркационного древа выдавал всё медленнее, Файгенбаум пытался угадать следующее значение. Тут он заметил закономерность: расстояния между очередными шагами бифуркации всё сокращались, и сокращались с постоянным коэффициентом. Числа приближались друг к другу, словно столбы высоковольтной линии, сходящиеся на горизонте в точку. Обычно такое проявление геометрической сходимости предполагает, что в определённом месте некий объект повторяет сам себя в различных масштабах. Файгенбаум рассчитал коэффициент конвергенции бифуркаций и получил число: 4, 669. То есть каждое новое удвоение наступает в 4,669 раз быстрее предыдущего. В явно неуправляемой системе масштабность свидетельствует, что определённое качество сохраняется, система не абсолютно хаотична, некоторые её черты строго и точно предсказуемы. Фейгенбаум стал исследовать другие функции порождающие каскад бифуркаций, например $x_{t+1} = r \, sin \, \pi \, x_t$. Все они давали тот же результат: 4, 669. Исследователь попытался найти связь между найденной константой и другими известными ему математическими и физическими константами, но не пришёл к успеху. Универсальность числовых характеристик каскада бифуркаций названа универсальностью Фейгенбаума, или универсальностью Фейгенбаума – Кулле – Трессера.

Струящиеся ручьи, качающиеся маятники, электронные осцилляторы и множество других систем различной природы в состоянии спонтанно и непредсказуемо переходить к хаотичному поведению. Физики знали уравнения, описывающие такие системы, но перебросить мост от уравнений различного вида к глобальному долгосрочному описанию поведения таких систем не удавалось. Открытие Фейгенбаума показало, что дело не в уравнениях, с появлением детерминированного хаоса вид уравнения терял свою значимость. Несмотря на то, что динамическая система может перейти в хаотический режим не только через каскад бифуркаций[1] *каскад бифуркаций оказался одним из универсальных путей перехода от детерминированного поведения системы к детерминированно-хаотическому*, а константа, найденная Фейгенбаумом и впоследствии уточнённая: 4.66920 16091 02990 67185 32038 20466 20161 72581 85577.... говорит о строгой детерминированности тех непредсказуемых

---

[1] После обратной касательной бифуркации динамическая система может перейти в хаотический режим без каскада бифуркации. С биологической точки зрения эффект интерпретируется резким включением на определенном этапе дополнительных факторов смертности. Модель с подобным поведением описывает волнообразную зависимость запаса и пополнения при воспроизводстве отдельных видов рыб, наблюдавшуюся в естественной среде[2].

[2] Переварюха А.Ю. Переход к устойчивому хаотическому режиму в новой модели динамики популяции в результате единственной бифуркации. // Вестник удмуртского университета. Компьютерные науки. 2010. Вып. 2: 117-126.

процессов, которые происходят в детерминировано хаотической системе и об универсальности законов, управляющих поведением таких систем. Кроме того, число-инвариант, полученное Фейгенбаумом, позволило предугадать, когда именно произойдёт следующий скачёк системы в состояние детерминированного хаоса.

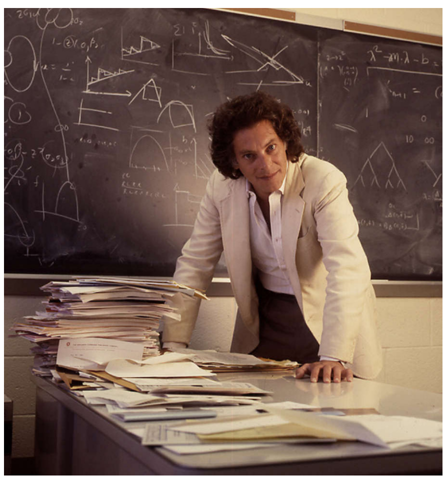


Рис. 4.24. Митчелл Файгенбаум.

На протяжении столетий умы мыслителей и художников волновала турбулентность, этот хаос, вдруг возникающий из порядка, (рис. 4.25, Приложение, рис. 3).

Над вопросом причин и механизмов возникновения турбулентности билось много известных физиков, им занималось огромное количество практиков – инженеров, государствами и частными корпорациями выделялись большие средства для борьбы с этим явлением. Действительно, в изолированной трубе нефтепровода вдруг, без видимых причин, ламинарное течение жидкости сменяется турбулентным, микроскопические возмущения возникают всегда, но

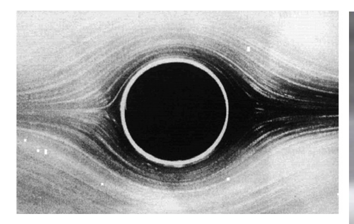


Рис. 4.25. Страница из записной книжки Леонардо да Винчи с изображением автопортрета и некоторых эскизов турбулентных водяных потоков. Из Королевской библиотеки (Royal Library) в Замке Виндзора (Windsor Castle), 12579.

они затухают быстро и незаметно, пока одна из флуктуаций не станет критической, распространившись и разрушив линейное течение жидкости. При возникновении турбулентности скорость течения резко падает, что приводит к большим потерям. Турбулентность же, внезапно возникшая в потоках воздуха, обтекающих крыло самолёта (рис. 4.26), может привести к потерям не только экономическим.

Бурлящий хаос водного потока, встречающего на своём пути препятствие (рис. 4.27), клубы поднимающегося вверх дыма, хаотическое вращение лёгких частиц несомых потоками нагревающейся жидкости, всем знакомые циклоны и антициклоны, и малознакомые атмосферные турбулентности типа воронкообразных улиц вон Кармана (рис. 4.28), всё это турбулентности, возникающие в потоке частиц жидкости или газа.

Рассмотрим цилиндр, ось которого перпендикулярна скорости V движущейся жидкости. На изображении 4.29 (a) схематически показаны линии тока жидкости при малой скорости её движения. Характер этих линий зависит не только от скорости, но и от кинематической вязкости $\nu = \mu/\rho$ (μ – вязкость жидкости, ρ – её плотность) и от диаметра d цилиндра. Эти числа объединяют в безразмерный комплекс Рейнольдса, $Re = Vd/\nu$, который более полно, чем только скорость описывает картину обтекания цилиндра жидкостью. Итак, при малых числах $Re \leq 20$ линии тока стационарны, то есть не меняются со временем. Но после того как скорость превысит некий порог, в следе за цилиндром появляются рециркуляционные вихри (b). Стационарный режим исчезает, уступая место цепочке вихрей, вращающихся попеременно то в одну, то в другую сторону. Это явление носит название вихревой дорожки Бенера-Кармана состоящей из вихреподобных образований – пафф-структур (от англ. puff – дуновение, выдох). Эксперименты показывают, что если взять ламинарный поток и постепенно увеличивать его скорость, то при числах Рейнольдса ≈1300 в спокойном течении время от времени вдруг возникают пафф-структуры, которые живут очень долго, смещаясь вместе с потоком жидкости на расстояния, в сотни раз превышающие диаметр трубы, а затем вдруг бесследно рассеиваются. Время жизни этих «отдельных кусочков турбулентности» зависит от числа Рейнольдса: чем больше Re, тем дольше они живут. При превышении критического значения (примерно 1750) пафф-структуры и вовсе становятся «бессмертными» и, объединяясь, порождают турбулентное течение. На описываемом рисунке изображена эволюция вихрей для различных значений $20 \geq Re \geq 10^6$. При $Re > 20$ появляется пара вихрей, при $Re > 10^2$ вихри осциллируют. При ещё более высокой скорости ($Re > 10^6$) появляется нерегулярная картина – турбулентный поток. В последней можно также усмотреть появление новой картины самоорганизации – порядка в хаосе.



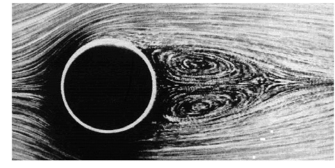
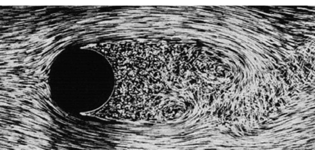






Рис. 4.26. Турбулентные потоки воздуха от крыльев самолета.



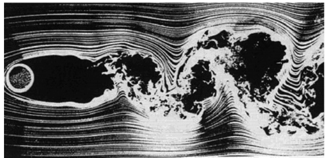
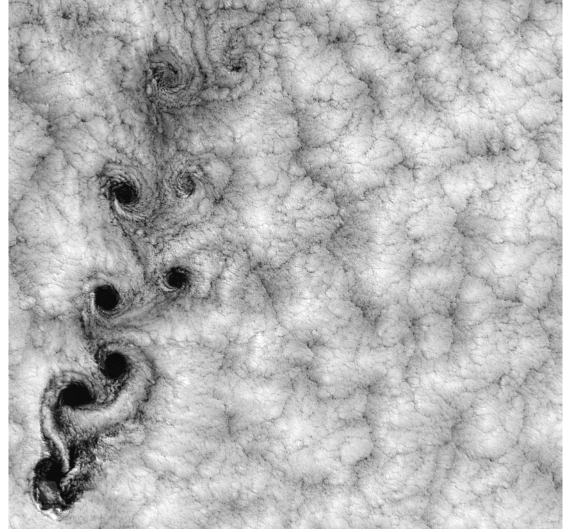


Рис. 4.27. Переход от ламинарного течения жидкости к турбулентному.



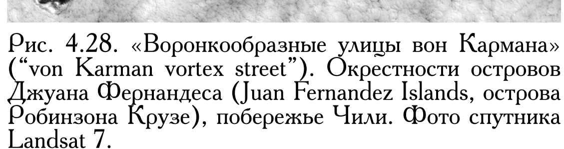


Рис. 4.28. «Воронкообразные улицы вон Кармана» (“von Karman vortex street”). Окрестности островов Джуана Фернандеса (Juan Fernandez Islands, острова Робинзона Крузе), побережье Чили. Фото спутника Landsat 7.

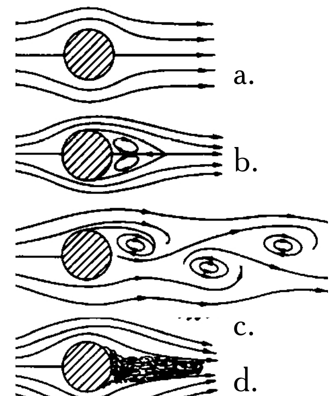


Рис. 4.29. Рождение турбулентности при обтекакании шара потоком жидкости:
а — ламинарное течение ($Re=10^{-2}$);
б — появление вихрей в кормовой части ($Re=20$);
в — развитие вихрей ($Re=10^2$);
г — развитая турбулентность ($Re>10^6$).

Теоретическое описание промежуточного этапа – перехода к турбулентности – одна из самых сложных, но вместе с тем и одна из самых интересных задач гидродинамики. Дело в том, что у одних и тех же исходных уравнений гидродинамики в одних и тех же условиях могут существовать как ламинарное, так и турбулентное решения. Природа «выбирает» наиболее устойчивое из решений; при медленном движении это ламинарное течение. В области промежуточных чисел Рейнольдса происходит «смена приоритетов» – ламинарные решения становятся неустойчивыми, и природа постепенно «переключается» на турбулентные. Если выводить ламинарные решения физики умеют, то с турбулентными пока остаются проблемы. Именно поэтому, изучая, как именно и почему течение меняет свой характер, физики надеются научиться описывать турбулентность. В численном моделировании Виллиса и Керсвела (A.P. Willis & R.R. Kerswell) показано, что вероятность распада пафф-структуры подчиняется экспоненциальному закону (то есть каждую секунду распадается не зависящий от времени процент паффов), среднее время его жизни растет при приближении к критическому числу Рейнольдса как $1/(Re_c - Re)$. Пафф не помнит своей предыстории, а вблизи Re_c жидкость становится критической системой. Отдельный пафф можно представить себе как некую точку, движущуюся в многомерном фазовом пространстве со сложной геометрией, и большое время его жизни означает, что он, запутавшись в геометрии, долго не может вернуться в исходное, «нулевое» состояние. При превышении Re_c та часть фазового пространства, которая отвечает «постоянно гуляющим» паффам, становится аттрактором – то есть притягивает к себе любые начальные течения. Всё это позволяет говорить о турбулентности как о термодинамическом процессе и построить ее диаграмму в фазовом пространстве координат[1].

Классическая экспериментальная модель для изучения перехода к хаосу в потоке жидкости, которой пользовались практически все физики двадцатого столетия, исследовавшие феномен турбулентности – цилиндр, наполненный жидкостью, внутри которого, в жидкости, находится цилиндр меньшего диаметра. Наружный и внутренний цилиндр вращаются в противоположные стороны вокруг своей оси. С увеличением скорости вращения в жидкости между ними возникает волна, которая вскоре дробится ряд более мелких волн и вскоре вся жидкость приходит в турбулентное состояние (рис. 4.30). Проследить и полностью проконтролировать переход жидкости в турбулентное состояние в такой системе оказалось невозможно. Более эффективную экспериментальную модель создал в 1978 году Альберт Дж. Либхабер (Albert J. Libchaber), профессор университета Чикаго и Принстонского университета, исследовавший сценарий удвоения периода с

[1] Willis A.P., Kerswell R.R. Critical behavior in the relaminarization of localized turbulence in pipe flow. // Physics Review Letters. 2007. Vol. 98: 1-4.

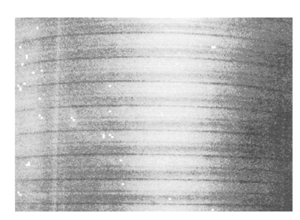
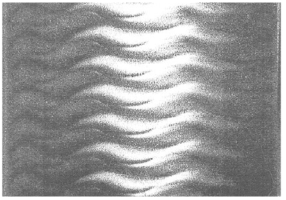
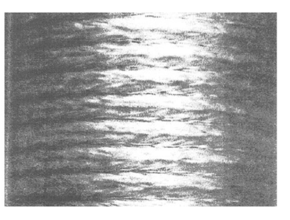




Рис. 4.30. Возникновение турбулентности в жидкости между двумя вращающимися цилиндрами.

конвекционными потоками нагреваемой жидкости, подобными тем, что рассмотрены нами во второй главе.

Ради создания максимально контролируемых условий Либхабер сделал ёмкость размером 2 миллиметра в периметре, в которой смогут уместиться только 2 валика конвектирующей жидкости. Под ёмкостью из нержавеющей стали лежала пластина чистейшей меди, сверху – другая, сапфировая. Эти материалы были выбраны ученым вследствие их теплопроводности. Все вместе располагалось в небольшом контейнере, внутри которого поддерживался вакуум. Сам контейнер, в свою очередь, был погружен в емкость с жидким азотом, что помогало стабилизировать температуру (рис. 4.31a). При медленном нагревании дна камеры нагретые потоки гелия начали подниматься вверх. Термодатчики показали плавное повышение температуры жидкости. И тут возникла первая флуктуация: графопостроитель, соединённый с термодатчиками, стал вычерчивать кривую периодического повышения и понижения температуры, это соответствовало вращению жидкости в образовавшейся паре ячеек. Теперь температура жидкости колебалась между двумя значениями. Температуру продолжали плавно увеличивать. Вскоре за первой флуктуацией появилась вторая, меньшая по амплитуде. Когда нагреваемая жидкость не может отдать всё тепло за один виток конвекционного вращения, в верхних слоях возникают вторичные, более мелкие завихрения. Температура стала колебаться между четырьмя значениями. С дальнейшим нагревом жидкости появился ещё один цикл, теперь температура колебалась между восемью значениями (рис. 4.31b), удвоение циклов продолжалось до тех пор, пока число периодов не стало столь велико, что начало восприниматься как хаотичные колебания температуры[1]. Нетрудно заметить, что увеличение числа циклов изменения температуры шло по принципу каскада бифуркаций, и стадия наступления детерминированного хаоса соответствовала возникновению турбулентности. Условно можно сказать, таким образом, что система, развивающаяся по принципу каскада бифуркаций, входит в турбулентный режим, и возникновение турбулентности, с другой стороны, подчинено законам

[1] Libchaber A., Mauer J. A Rayleigh Benard Experiment: Helium in a small box. // Proceedings NATO. Advanced Summer Institute on Nonlinear Phenomena. 1982. p. 259.

детерминированного хаоса, небольшие флуктуации, изменение параметров динамики системы могут подтолкнуть систему к переходу в турбулентный режим развития (коэффициент *r*, являющийся в экологии коэффициентом воспроизводства популяции, в физике характеризует параметры, ведущие к увеличению нелинейности в системе: силу трения, температуру и пр.)

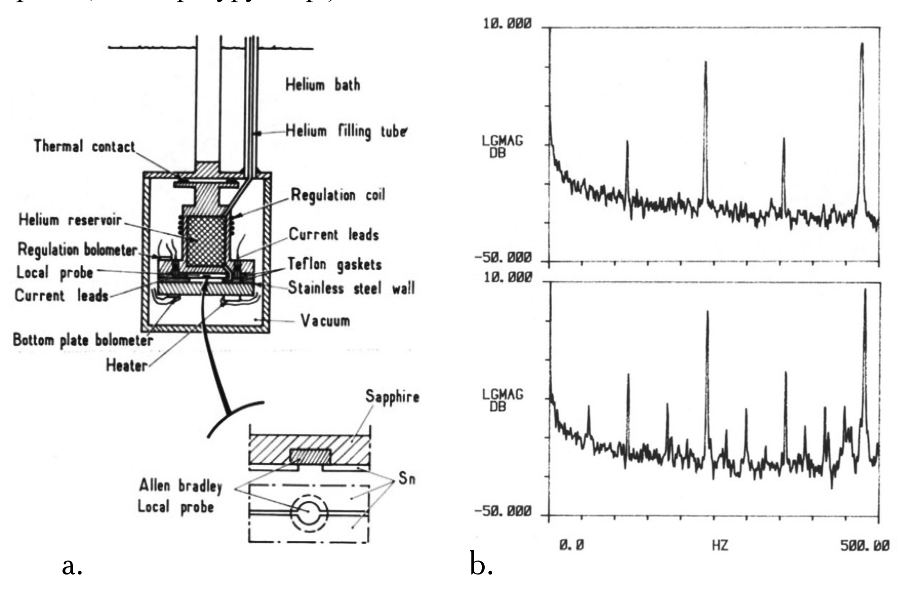


Рис. 4.31: a - Схема камеры эксперимента Либхабера; b - Удвоение циклов флуктуации температуры.

Глава 5. Биологическая самоорганизация

«И все-таки, где же у него кнопка?..»
Приключения Электроника.

Подумайте, чем отличаются биологические системы от искусственных систем, создаваемых человеком? Большинство систем, создаваемых человеком, ещё неспособны самореплицироваться, эволюционировать, приспосабливаться к хаотичной внешней среде. Они не имеют этих способностей, по-видимому, потому что ещё слишком примитивны сравнительно с живыми системами. Любая живая клетка устроена значительно сложнее большинства механических или электронных устройств, созданных человеком. Несмотря на огромное число теорий самозарождения жизни, остаётся нерешённым до конца вопрос качественного скачка, который должна была совершить химическая система, чтоб стать самоподдерживающейся и самореплицирующейся структурой, которую мы вправе назвать живой. Самой примитивной из современных бактерий необходимо не менее тысячи белков для самостоятельного существования и самовоспроизводства во внешней среде. Искусственной клетке, созданной в строго контролируемых лабораторных условиях, необходимо около 200 – 250 генов,[1-2] остальные ей заменяет вся научная индустрия, создавшая лабораторию со строго контролируемыми условиями, производящая реактивы, оборудование, труд людей, это всё поддерживающий.

А смогла бы работать машина, равная по сложности живой клетке, но состоящая из жёстко связанных друг с другом неизменными, линейными, абсолютно детерминированными связями элементов? Может ли живая система быть построена по принципу часового механизма или современного компьютера?

На сегодняшний день с проблемой сложности часто сталкиваются программисты. Сложность ИТ-систем местами превзошла человеческие возможности по их координации [3]. Хороший программист

---

[1] Koonin Eugene V. How many genes can make a cell: The Minimal-Gene-Set Concept. // Annual Review of Genomics and Human Genetics. 2000. Vol. 1: 99-116. Doi: 10.1146/annurev.genom.1.1.99

[2] Gil R., Silva F.J., Peretó J., Moya A. Determination of the core of a minimal bacterial gene set. // Microbiol Mol Biol Rev. 2004. Vol. 68(3): 518-37.

[3] http://www.computerra.ru/90039/downtime/

делает в среднем одну ошибку, которая остаётся незамеченной, на сто строк программного кода. В больших программных продуктах могут содержаться миллиарды строк программного кода и количество ошибок в таких системах уже становится критическим.

В среде биологов до сих пор господствует редукционизм, доставшийся нам от эпохи простых механических машин, от эпохи доминирования анализа над синтезом, эпохи механики с её линейными законами. Такой редукционизм предполагает жёсткую однозначную взаимосвязь между элементами живой системы, в частности, полную детерминированность всех процессов, происходящих в живом организме, его геномом. Кроме того, редукционизм сводит сложность живой системы к сложности её элементов, и предполагает, что, познав эти элементы по отдельности, можно будет воссоздать целое их простым сложением. Такой подход не признаёт присутствия самоорганизации, с её непредсказуемостью развития в точках бифуркаций, критическими флуктуациями, фазовыми переходами выводящими систему на новый уровень организации, способностью противостоять внешним шумам, меняясь вместе с меняющимися внешними условиями. Вопреки этим представлениям, накапливается все больше свидетельств самоорганизации (самосборки, эмерджентности) в разнообразных биологических системах всех уровней, от молекулярного и клеточного до популяционного, что меняет редукционистскую парадигму исследования живых систем на холистическую.

Если система состоит из столь колоссального числа элементов, связанных жёстко детерминированными связями, не способных к самобалансировке, самостоятельному изменению, самоорганизации своих связей и взаимодействий, такая система, скорее всего, не сможет самостоятельно существовать сколь-либо продолжительное время в неконтролируемых условиях внешнего мира. Такой системе, чтобы не выйти из строя, будут необходимы крайне строго контролируемые условия и постоянное вмешательство человека. Но большинство систем, созданных человеком, и не предназначались для самостоятельного существования.

Сам факт *само*зарождения жизни предполагает самоорганизацию материи. Под эволюцией мы понимаем также дальнейшую самоорганизацию, которая сопровождается снижением энтропии, появлением новой информации, усложнением эволюционирующих систем. Конечно, последнее верно, если мы предполагаем, что движущие силы эволюции – хаотичный перебор случайных мутаций с отбором тех из них, которые способствуют приспособлению к окружающей среде, то есть если мы не признаём внешнюю силу, энтелехию, организующую материю живого существа согласно собственному плану, что уже не являлось бы самоорганизацией. Самостоятельно возникшая и самостоятельно эволюционирующая структура есть структура

Редукционизм (от лат. *reductio* – возвращение, приведение обратно) – методологический принцип, согласно которому сложные явления могут быть полностью объяснены с помощью законов, свойственных явлениям более простым (например, социологические явления объясняются биологическими или физическими законами). Редукционизм абсолютизирует принцип редукции (сведения сложного к простому и высшего к низшему), игнорируя появление эмерджентных свойств в системах более высоких уровней организации. Хотя как таковая, обоснованная редукция может быть плодотворной (пример – планетарная модель атома).

Редукционизм как философский подход исторически потеснил холизм – систему взглядов, не выделяемую в тот период отдельно, но господствовавшую в европейском мышлении до XVII века. Первым последовательным выразителем редукционистского подхода к миру, продолжившим в Новое Время традицию античного философа Демокрита, был Рене Декарт (1596–1650). Вот пример его рассуждений: «…смерть никогда не наступает по вине души, но исключительно потому, что разрушается какая-либо из главных частей тела. <…> тело живого человека так же отличается от тела мертвого, как отличаются часы или иной автомат (то есть машина, которая движется сама собой), когда они собраны и когда в них есть материальное условие тех движений, для которых они предназначены… от тех же часов или той же машины, когда они сломаны и когда условие их движения отсутствует».

В социологии редукционизм существует в виде методологического натурализма и механицизма. В современной западной философии редукционизм вновь уступил свои позиции холизму, под которым понимают «философию целостности», разработанную южноафриканским философом Я. Смэтсом (Jan Christiaan Smuts) (1870–1950), который ввёл в 1926 году в философскую речь термин «холизм», как понятие, опирающееся на слова из «Метафизики» Аристотеля «целое больше, чем сумма его частей».

Холизм (от др.-греч. ὅλος – целый, цельный) – в широком смысле – позиция в философии и науке по проблеме соотношения части и целого, исходящая из качественного своеобразия и приоритета целого по отношению к его частям[1].

Онтологический принцип холизма гласит: целое всегда есть нечто большее, чем простая сумма его частей. С холистической позиции весь мир – это единое целое, а выделяемые нами отдельные явления и объекты имеют смысл только как часть общности. В связи с этим, многими холистическими мыслителями религиозной и трансцендентальной ориентации делался вывод, что развитие мира должна направлять некая внешняя по отношению к нему сила, хотя, например, такой выраженный имманентист, как Г. Гегель, тоже был последовательным холистом.

В гносеологии холизм опирается на принцип: познание целого должно предшествовать познанию его частей.

Холизм господствовал в европейской философской мысли с древности до XVII столетия. Пример холистического утверждения из трудов Гиппократа: «человек есть универсальная и единая часть от окружающего мира», или же «микрокосм в макрокосме». Представитель классического немецкого идеализма Г. В. Ф. Гегель говорил: «только целое имеет смысл».

Однако с развитием в XVII–XIX веках науки и распространением в философии и естествознании механистических и редукционистских идей возобладал взгляд на любую систему как на производное частей, и окрепло убеждение, что свойства любого объекта могут быть выведены из анализа его составляющих элементов. Соответственно, холистический принцип стал восприниматься как не имеющая практической ценности философская концепция и оказался оттеснённым

---

[1] Никифоров А. Л. Холизм. // Новая философская энциклопедия. Том 4. М.: Мысль. 2001. ISBN 5-244-00961-3.

на периферию общественного сознания.

Интерес к идеям холизма снова возрос в XX веке в связи с кризисом классической картины мира и расцветом герменевтики. Собственно, в это время и появился термин – в «философии целостности» Я. Смэтса.

В настоящее время холизм разрабатывается в общей теории систем. Из холистических представлений исходит часто используемое понятие синергии. Практическим воплощением идеи холизма является возникшее в синергетике понятие эмерджентности, то есть возникновения в системе нового системного качества, несводимого к сумме качеств элементов системы.

самоорганизующаяся, и её организация должна изначально опираться на принципы, отличные от тех, на которые опираются не эволюционирующие, не самовосстанавливающиеся и не самовоспроизводящиеся системы, создаваемые человеком.

Переход от детерминировано хаотического состояния к упорядоченному, и обратно, совершается через фазовые переходы, феномен которых прослежен во всех формах движения материи, от организации Вселенной в целом[1], (например, Большой взрыв, породивший нашу Вселенную, может рассматриваться как фазовый переход вселенского масштаба)[2], до явлений квантового уровня[3-4] и движения простых молекул, что уже затрагивает процессы, протекающие в живых организмах. К примеру, предсказан фазовый переход в воде при температуре 42^0С. При этой температуре происходит существенное изменение характера теплового движения молекул воды, что проявляется в особенностях квазиупругого некогерентного рассеяния тепловых нейтронов, поведении изотермической сжимаемости, диаметра кривой энтропия-температура на линии сосуществования парообразной и жидкой фаз, сдвиговой вязкости и других свойствах. Предполагается, что динамический фазовый переход происходит также во внутриклеточной воде, где он стимулирует денатурацию белковых цепей и смерть теплокровных организмов[5].

Фазовые переходы исследованы в динамике живой клетки[6-7], в том числе как фазовый переход рассматривается смена клеточных

---

[1] Loll R. The Emergence of Spacetime, or, Quantum Gravity on Your Desktop//arXiv:0711.0273v2

[2] Quach James et al. Domain structures in quantum graphity. // Phys. Rev. 2012. D 86, 044001. Doi: 10.1103/PhysRevD.86.044001.

[3] Kenji Fukushima, Sasaki Chihiro. The phase diagram of nuclear and quark matter at high baryon density. // arXiv:1301.6377v3.

[4] Cejnar Pavel, Jolie Jan, Casten Richard F. Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. // Rev. Mod. Phys. 2010. Vol. 82: 2155.

[5] Булавин Л.А., Маломуж Н.П. Динамический фазовый переход в воде как важнейший фактор провоцирования денатурации белков в теплокровных организмах. // Физика живого. 2010. Т. 18(2): 16-22.

[6] Editors: Pollack Gerald H., Chin Wei-Chun. Phase Transitions in Cell Biology. Springer. 2008. 184 p. ISBN-10: 1402086504. ISBN-13: 978-1402086502.

[7] Loïc Le Goff and Thomas Lecuit. Phase Transition in a Cell. // Science. 2009. Vol. 324(5935): 1654-1655. Doi: 10.1126/science.1176523.

циклов[8], фазовые переходы описаны в динамике липидных мембран[9], формировании внутриклеточных органелл[10], образовании структур нуклеиновых кислот и белка[11-14], последовательности ДНК[15-16]. Тканевой уровень организации также демонстрирует фазовые переходы, наблюдаемые in vivo[17] и in vitro[18] (рис. 5.1).

Развитие патологии ткани рассматривается как фазовый переход при описании динамики образования опухоли[19]. Фазовые переходы также описаны в индивидуальном развитии растений[20-21].

Фазовые переходы обнаружены в динамике популяций и в макроэволюционных преобразованиях живого мира[22-25]. В теории

---

[8] Ohtsubo M., Theodoras A.M., Schumacher J., Roberts J.M., Pagano M. Human cyclin E, a nuclear protein essential for the G1-to-S phase transition. // Mol Cell Biol. 1995. Vol. 15(5): 2612-24.

[9] Gautier J., Passot S., Pénicaud C., Guillemin H., Cenard S., Lieben P., Fonseca F. A low membrane lipid phase transition temperature is associated with a high cryotolerance of Lactobacillus delbrueckii subspecies bulgaricus CFL1. // J Dairy Sci. 2013. Vol. 96(9): 5591-602. Doi: 10.3168/jds.2013-6802.

[10] Brangwynne Clifford P. Phase transitions and size scaling of membrane-less organelles. // JCB Vol. 203(6): 875-881. Doi: 10.1083/jcb.201308087.

[11] Waterman M.S., Gordon L., Arratia R. Phase transitions in sequence matches and nucleic acid structure. // Proc Natl Acad Sci USA. 1987. Vol. 84(5): 1239-43.

[12] Douglas Poland and Harold A. Scheraga. Occurrence of a Phase Transition in Nucleic Acid Models. // J. Chem. Phys. 1966. Vol. 45: 1464. http://dx.doi.org/10.1063/1.1727786.

[13] Pilong Li, Sudeep Banjade, Hui-Chun Cheng, Soyeon Kim, Baoyu Chen, Liang Guo, Marc Llaguno, Javoris V. Hollingsworth, David S. King, Salman F. Banani, Paul S. Russo, Qiu-Xing Jiang, B. Tracy Nixon & Michael K. Rosen. Phase transitions in the assembly of multivalent signaling proteins. // Nature. 2012. Vol. 483: 336–340. Doi:10.1038/nature10879.

[14] Peter G. Vekilova. Phase transitions of folded proteins. // Soft Matter. 2010. Vol. 6: 5254-5272. Doi: 10.1039/C0SM00215A.

[15] Azbel M.Ya. Phase transitions in DNA. // Phys Rev A. 1979. Vol. 20: 1671.

[16] Garima Mishra, Poulomi Sadhukhan, Somendra M. Bhattacharjee, Sanjay Kumar. Dynamical phase transition of a periodically driven DNA. // arXiv:1204.2913v3.

[17] Seiler T., Müller-Stolzenburg N., Wollensak J. Phase transitions in ocular tissue – NMR and temperature measurements. // Graefes Arch Clin Exp Ophthalmol. 1983. Vol. 221(3): 122-5.

[18] Szabó B., Szöllösi G.J., Gönci B., Jurányi Zs., Selmeczi D. and Vicsek Tamás. Phase transition in the collective migration of tissue cells: Experiment and model. // Phys Rev E. 2006. Vol. 74: 061908.

[19] Davies Paul C.W., Demetrius Lloyd and Tuszynski Jack A. Cancer as a dynamical phase transition. // Theor Biol Med Model. 2011. Vol. 8: 30. Doi: 10.1186/1742-4682-8-30. PMCID: PMC3177875.

[20] Ciannelli L., Bailey K.M., Chan K.S., Belgrano A., Stenseth N.C. Climate change causing phase transitions of walleye pollock (Theragra chalcogramma) recruitment dynamics. // Proc Biol Sci. 2005. Vol. 272(1573): 1735-43.

[21] Eiji Nambaraa, Ryousuke Hayamaa, Yuichiro Tsuchiyaa, Mari Nishimuraa, Hiroshi Kawaideb, Yuji Kamiyab, Satoshi Naitoa. The Role of ABI3 and FUS3 Loci in Arabidopsis thaliana on Phase Transition from Late Embryo Development to Germination. // Developmental Biology. 2000. Vol. 220(2): 412–423.

[22] Koonin Eugene V. The Biological Big Bang model for the major transitions in evolution. // Biol Direct. 2007. Vol. 2: 21. Doi: 10.1186/1745-6150-2-21. PMCID: PMC1973067.

[23] Kovalev Oleg V. Phase transition in biological systems and the evolution of biodiversity. // St. Petesburg: Nuclear Physics Institute Publishing House. 196 pp. ISBN: 5-86763-200-8.

[24] Bartlomiej Waclaw, Rosalind J. Allen, Martin R. Evans. A dynamical phase transition in a model for evolution with migration. // arXiv:1008.0724v1 .

[25] Kowalski, Jakub; Waga, Wojciech; Zawierta, Marta; Cebrat, Stanisław. Phase Transition in the Genome Evolution Favors Nonrandom Distribution of Genes on Chromosomes. // International Journal of Modern Physics C. 2009. Vol. 20(08): 1299-1309. Doi: 10.1142/S0129183109014370.

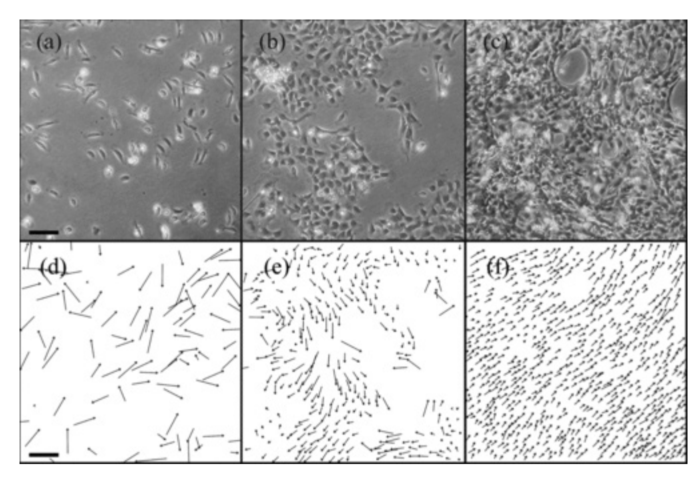


Рис. 5.1. Типичное поведение клеток при трех уровнях плотности заселенности в культуре: a, d – 1.8; b, e – 5.3; c, f – 14.7 клеток/100x100 μm^2. При достижении определенной плотности происходит самоорганизация клеток, их поведение претерпевает фазовый переход. Распластывание одиночных клеток выше, чем распластывание их же, но движущихся в когерентной организованной группе.

эволюции существует теория "прерывистого равновесия", согласно которой длительные периоды малых эволюционных перемен прерываются короткими всплесками внезапных и быстрых изменений, что даёт возможность рассматривать эволюцию как ряд чередующихся фазовых переходов, сменяющихся периодами устойчивого линейного развития. Моделирование индивидуального развития животного с помощью континуальных моделей показывает, что если один из параметров реакционно-диффузной модели, например, константа скорости реакции, непрерывно меняется, то реакционно-диффузионный механизм переходит от состояния, в котором не могут возникать никакие структуры, к состоянию, в котором структуры генерируются, и, наконец, обратно к состоянию без структур. При этом, значительные изменения в конечной структуре, например, в окраске животного, могут быть вызваны очень небольшими изменения параметра около бифуркационной точки, что говорит об этом процессе, как о фазовом переходе.

Рассмотрим несколько примеров самоорганизации на различных уровнях организации живых систем.

Клеточный уровень.

Многие макромолекулы входящие в состав живой клетки способны приобретать свойственную им третичную структуру, самоупорядочиваться, формируя сложные мультимолекулярные комплексы, проявлять динамику, приводящую к появлению

упорядоченных пространственно-временных паттернов даже вне клетки и без участия её генетического контроля.

Липиды в водном коагуляте образуют шарообразные мицеллы, содержащие бислойную липидную стенку, подобную таковой у живых клеток (рис. 5.2, a). Самостоятельное приобретение белковой молекулой вторичной и третичной конформации также можно отнести к процессу самоорганизации полимерных биомолекул. Формирование β-структуры может протекать как фазовый переход первого рода. «Переходным», то есть самым нестабильным состоянием по ходу образования β-структуры является β-шпилька с последующим изгибом. Пристыковка к инициирующей β-шпильке последующих β-тяжей стабилизирует β-лист (рис. 5.2, b). β-шпилька здесь – параметр порядка вторичной структуры белковой молекулы.

Самоорганизация белковых структур относится, с физической точки зрения, к классу явлений «возникновение порядка из порядка» (по классификации Пригожина): трёхмерный «апериодический кристалл» структуры белка порождается заранее фиксированным порядком звеньев в его цепи. Следует отметить, что самоорганизация трёхмерной структуры белков возникает из стремления молекул к термодинамическому равновесию, что принципиально отличается от самоорганизации типа «порядок из беспорядка», которую обычно имеют в виду, говоря о самоорганизации в неравновесных, работающих в потоке энергии системах.

Белок («апериодический кристалл», по определению Шредингера) ведёт себя как кристалл при изменении внешних условий (например, при повышении температуры), то есть он остаётся нативен до определённой критической точки, а потом плавится разом, а не теряет своей формы и твёрдости постепенно, как стекло. Это фундаментальное свойство белков тесно связано с надёжностью их работы, белки денатурируют по принципу «всё или ничего», а не постепенно. Это качество белки приобрели в процессе естественного отбора, поскольку частичное разрушение привело бы к ненадёжности их работы – к распластыванию специфичности и прочее. Твёрдо установлено, что денатурация малых белков является кооперативным переходом с одновременным и резким, «S-образным» изменением многих характеристик молекулы. Узость S-образных кривых свидетельствует о кооперативности перехода, то есть о том, что он охватывает сразу много аминокислотных остатков[1]. Способность олигопептидов и белков самостоятельно приобретать заданную их первичной структурой третичную конфигурацию и соединяться в макромолекулярные комплексы используется для создания искусственных белков

[1] Финкельштейн А.В., Птицын О.Б. Физика белка. Изд-во: КДУ. 2012. 523 стр. ISBN: 978-5-98227-834-0.

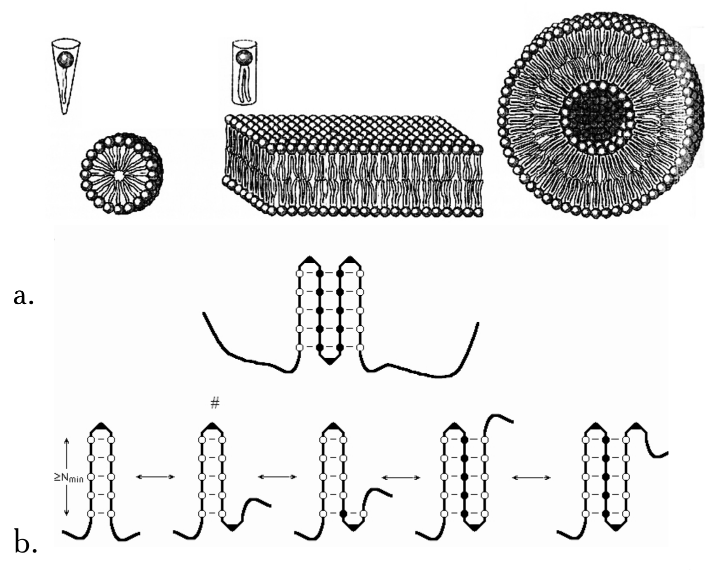


Рис. 5.2: а — Самоорганизация липидов в водном коагуляте; b — Рост β-листа белка. Самая нестабильная структура помечена значком #.

самоорганизующихся в трёхмерные структуры нужной формы [1-5].

Биологам хорошо известна способность большинства полимерных элементов цитоскелета (микротрубочек, микрофиламентов) самособираться и саморазбираться, динамически поддерживая уровень своей полимеризации в клетке. Процесс самосборки белков цитоскелета можно наблюдать и вне клетки.

Используя белки цитоскелета в качестве строительных блоков, был создан самодвижущийся гель, имитирующий работу внутриклеточных молекулярных моторов. Для получения геля исследователи из Университета Брандейса (Brandeis University, США) добавили к микротрубочкам небольшой полимер, способствующий образованию тубулярных ансамблей и, в итоге, даже целой движущейся

---

[1] Zhang S., Holmes T., Lockshin C., Rich, A. Spontaneous assembly of a self-complementary oligopeptide to form a stable macroscopic membrane. // Proc Natl Acad Sci USA. 1993. Vol. 90: 3334–3338.
[2] Zhang S. Fabrication of novel biomaterials through molecular self-assembly. // Nature. Biotechnol. 2003. Vol. 21: 1171–1178.
[3] Fletcher J.M. et al. Self-assembling cages from coiled-coil peptide modules. // Science. 2013. Vol. 340: 595–599.
[4] Huang P.S. et al. High thermodynamic stability of parametrically designed helical bundles. // Science. 2014. Vol. 346: 481–485.
[5] King N.P. et al. Computational design of self-assembling protein nanomaterials with atomic level accuracy. // Science. 2012. Vol. 336: 1171–1174.

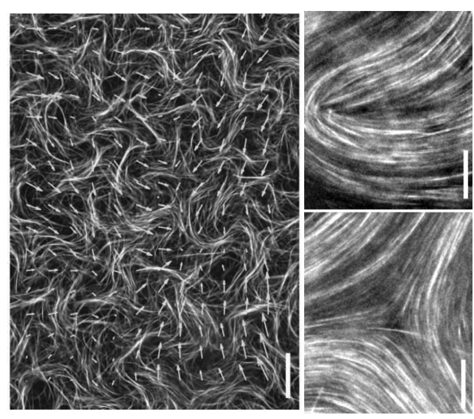


Рис. 5.3. Самодвижущийся микротрубочковый гель in vitro.

сети (рис. 5.3). Капля воды, содержащая такой гель, может находиться в состоянии постоянного движения на масляных или просто плоских поверхностях без каких-либо внешних сил[1].

Процесс внеклеточной самоорганизации цитоскелета можно наблюдать и на примере актиновых филаментов. Самосборка актиновой сети опосредуется действием моторных белков связывающих актиновые филаменты и перемещающих их друг относительно друга. Группа израильских учёных[2] показала в своём экспериментальном исследовании, что на малых пространственно-временных шкалах для смеси актина с миозиновыми молекулярными моторами свойственно очень хаотичное поведение; при рассмотрении в большем масштабе эта же система эволюционирует с появлением нескольких хорошо различимых структур, таких как связки, звёздчатые структуры и сети. Эти паттерны характеризуются соединениями с высоким уровнем связности, видимо, вследствие организации миозиновых моторов в «олигокластеры» (агрегаты среднего размера). Компьютерные симуляции показывают, что самоорганизация актин-миозинового комплекса проходит через серии иерархических шагов, начинающихся локальными микроскопическими перемещениями макромолекул и заканчивающихся на макроскопических шкалах формированием устойчивых макроскопических структур (рис. 5.4).

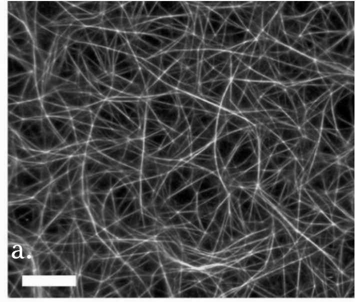
Актиновая сеть в ламелоподиях движущейся клетки также рассматривается как самоорганизующаяся система в критическом состоянии[3], в которой механическое напряжение дальнего действия опирается на взаимодействие с плазматической мембраной, обеспечивающей организующее избирательное давление на сеть.

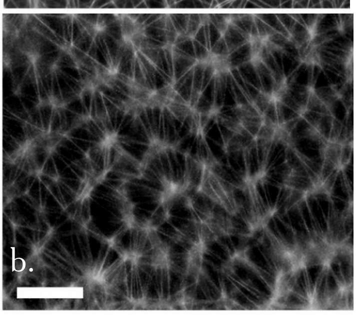
---

[1] Tim Sanchez, Daniel T.N. Chen, Stephen J. DeCamp, Michael Heymann, Zvonimir Dogic. Spontaneous motion in hierarchically assembled active matter. // Nature. 2012. Vol. 491: 431–434.

[2] Gordon Daniel, Bernheim-Groswasser Anne, Keasar Chen, Farago Oded. Hierarchical self-organization of cytoskeletal active networks. // Phys Biol. 2012. Vol. 9: 026005. Doi:10.1088/1478-3975/9/2/026005.

[3] Naoki Watanabe1, Timothy J. Mitchison. Single-Molecule Speckle Analysis of Actin Filament Turnover in Lamellipodia. // Science. 2002. Vol. 295(5557): 1083-1086. Doi: 10.1126/science.1067470.





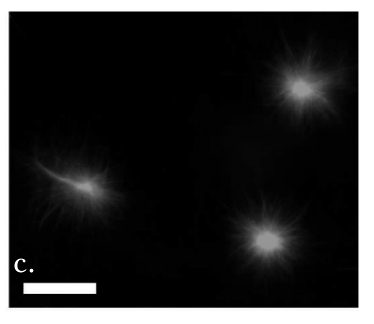


Рис. 5.4. (a-c) Устойчивые структуры в системах с разной концентрацией миозиновых моторов. При низкой концентрации миозина (a — концентрация 0.64 μM) мы видим сеть связных филаментов. Образование звездчатых структур начинается при средней концентрации миозина (b — концентрация 1.0 μM), однако при этой концентрации звездчатые структуры все еще соединены друг с другом. При высокой концентрации миозина (c — концентрация 2.8 μM), сеть распадается на ряд отдельных крупных звездчатых образований. Шкала = 20 μm[1].

Поведение актиновой сети здесь хорошо описывается простой моделью, воспроизводящей стохастическую природу образования выступов ламелоподии (периодов роста сменяющихся быстрыми втягиваниями), и согласующейся с экспериментальными наблюдениями над формированием конусов роста отростков нейронов in vivo.

Примеры самоорганизации можно обнаружить, исследуя и полимерные молекулы на основе нуклеиновых кислот. По концепции РНК-мира, первые молекулы РНК выполняли одновременно и наследственную, и каталитическую функции, участвуя в процессах молекулярной самоорганизации без участия белковых ферментов. В современных клетках транспортная РНК самопроизвольно приобретает свою вторичную крестообразную конфигурацию, рибозимы также демонстрируют, как РНК может участвовать в каталитических реакциях, в том числе и реакциях автокатализа, например, самосплайсинга РНК, происходящего без участия каких-либо белков.

Способность нуклеиновых кислот самособираться в структуры заданной формы используется для сборки ДНК-наноконструкций. Технологию складывания ДНК называют ДНК оригами. Число форм, созданных с помощью ДНК оригами и областей использования этой технологии растёт с каждым днём. Сегодня биотехнологии создают

[1]Gordon Daniel, Bernheim-Groswasser Anne, Keasar Chen, Farago Oded. Hierarchical self-organization of cytoskeletal active networks. // Phys Biol. 2012. Vol. 9: 026005. Doi:10.1088/1478-3975/9/2/026005.

Мир РНК – гипотетический этап возникновения жизни на Земле, когда функцию хранения генетической информации и катализ химических реакций выполняли ансамбли молекул рибонуклеиновых кислот. Впоследствии из их ассоциаций возникла современная ДНК-РНК-белковая жизнь, обособленная мембраной от внешней среды. Идея мира РНК была впервые высказана Карлом Вёзе (Carl Woese) в 1967 году[1], позже развита Лесли Орджелом (Leslie E. Orgel) и окончательно сформулирована нобелевским лоуреатом по химии 1980 года Уолтером Гильбертом (Walter Gilbert) в 1986 году.

В начале 1980-х годов в лаборатории нобелевских лауреатов по химии 1989 года, американских исследователей Т. Чека (Thomas Robert Cech) и С. Олтмана (Sidney Altman) была открыта каталитическая способность РНК. По аналогии с ферментами РНК-катализаторы были названы рибозимами. Более того, оказалось, что активный центр рибосом содержит большое количество рРНК. Также РНК способны создавать двойную цепочку и самореплицироваться[2].

Таким образом, РНК могли существовать полностью автономно, катализируя «метаболические» реакции, например, синтеза новых рибонуклеотидов и самовоспроизводясь, сохраняя из «поколения» в «поколение» каталитические свойства. Накопление случайных мутаций привело к появлению РНК, катализирующих синтез определённых белков, являющихся более эффективным катализатором, в связи с чем эти мутации закреплялись в ходе естественного отбора. С другой стороны возникли специализированные хранилища генетической информации – ДНК. РНК сохранилась между ними как посредник.

Абиогенный синтез РНК из более простых соединений не продемонстрирован экспериментально в полной мере. В 1975 году Манфред Сампер (Manfred Sumper) и Рудигер Льюс (Rudiger Luce) в лаборатории Эйгена продемонстрировали, что в смеси, вообще не содержащей РНК, а содержащей только нуклеотиды и Qβ-репликазу, может при определённых условиях спонтанно возникнуть самореплицирующаяся РНК[3].

В 2009 году группе учёных из университета Манчестера под руководством Джона Сазерленда (John Sutherland) удалось продемонстрировать возможность синтеза уридина и цитидина с высокой эффективностью и степенью закрепления результата реакции (а также с возможностью накопления конечных продуктов) в условиях ранней Земли[4].

---

[1] Woese C.R. The genetic code: The molecular basis for genetic expression. Harper & Row. 1967. 186 p.

[2] Johnston W., Unrau P., Lawrence M., Glasner M., Bartel D. RNA-catalyzed RNA polymerization: accurate and general RNA-templated primer extension. // Science. 2001. Vol. 292(5520): 1319–25. Doi:10.1126/science.1060786. PMID 11358999.

[3] http://www.pnas.org/content/72/1/162.full.pdf

[4] Matthew W. Powner, Béatrice Gerland, John D. Sutherland. Synthesis of activated pyrimidine ribonucleotides in prebiotically plausible conditions. // Nature. 2009. Vol. 459: 239-242. Doi:10.1038/nature08013.

двухмерные смайлики из ДНК, трехмерные фигуры, кристаллы из ДНК с запрограммированной структурой, ДНК-«коробочки» (DNA box) с крышкой, способные нести молекулы нужных веществ и выпускать их после сигнала об открытии крышки, и, наконец, динамические структуры типа ДНК-шагохода (walker), гуляющего по подложке[1-4].

Методологический прорыв сделал в 2006 году автор термина «ДНК-оригами» Пол Ротемунд (Paul Rothemund) из Калифорнийского Технологического Института, предложивший способ конструирования плоских ДНК структур любой формы. Принцип, предложенный им, достаточно прост: длинная «опорная» одноцепочечная молекула ДНК скрепляется с помощью коротких ДНК-скрепок, образующих двухцепочечные области с опорной молекулой, сгибая при этом опорную ДНК в нужную нам двухмерную структуру (рис. 5.5)[5].

Пионером конструирования трёхмерных ДНК объектов стала исследовательская группа из Института Скриппса (The Scripps Research Institute, Ла-Холья, северо-западный район Сан-Диего, США), которые в 2004 году создали ДНК нано-октаэдр. Хотя эта работа сделана на

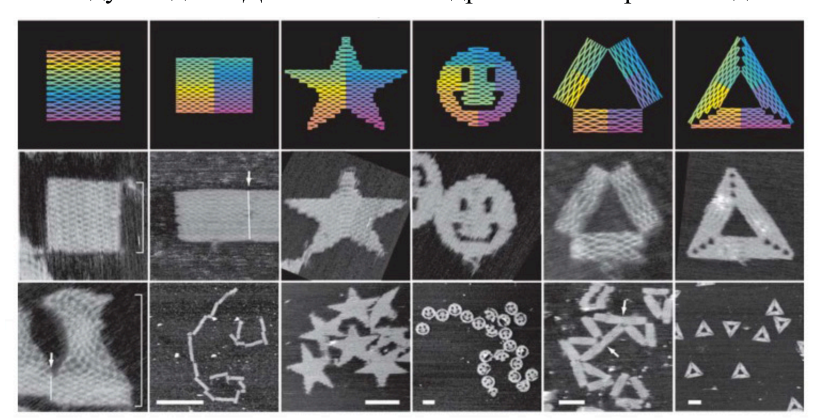


Рис. 5.5. Двумерные объекты сложенные с помощью технологии «ДНК-оригами».

[1] Rothemund Paul W. K. Folding DNA to create nanoscale shapes and patterns. // Nature. 2006. Vol. 440(7082): 297–302. Doi:10.1038/nature04586. ISSN 0028-0836. PMID 16541064.
[2] Qiao Jiang, Chen Song, Jeanette Nangreave, Xiaowei Liu, Lin Lin, Dengli Qiu, Zhen-Gang Wang, Guozhang Zou, Xingjie Liang, Hao Yan, Baoquan Ding. DNA Origami as a Carrier for Circumvention of Drug Resistance. // J. Am. Chem. Soc. 2012. Vol. 134(32): 13396–13403. Doi: 10.1021/ja304263n.
[3] Zadegan M., Reza et al. Construction of a 4 Zeptoliters Switchable 3D DNA Box Origami. // ACS Nano. 2012. Vol. 6(11): 10050–10053. Doi:10.1021/nn303767b.
[4] Amir Y., Ben-Ishay E., Levner D., Ittah S., Abu-Horowitz A., Bachelet I. Universal computing by DNA origami robots in a living animal. // Nature Nanotechnology (Nature). 2014. Vol. 9(5): 353–357. Doi:10.1038/nnano.2014.58.
[5] Paul W.K. Rothemund. Folding DNA to create nanoscale shapes and patterns. // Nature. 2006. Vol. 440: 297-302. Doi:10.1038/nature04586.

2 года раньше плоского ДНК-оригами, исследователи из института Скриппса предложили лишь частное решение получения октаэдра из ДНК, в работе же по ДНК-оригами был предложен общий способ создания объектов любых очертаний, поэтому именно работа 2006 года считается основополагающей.

Октаэдр диаметром 22 нанометра был сделан из одноцепочечной молекулы ДНК длиной примерно 1700 нуклеотидов, имеющей комплементарные области и скрепленной пятью 40-нуклеотидными ДНК-адаптерами[1].

В 2009 году ученые из Бостона и Гарвардского Университета написали программу с открытым исходным кодом caDNAno (http://cadnano.org) для конструирования трехмерных структур ДНК (она работает на Autodesk Maya). С этой программой даже неспециалист может собрать нужную структуру из готовых блоков с использованием простенького графического интерфейса, программа рассчитает необходимую последовательность ДНК, в эту структуру сворачивающуюся. Сами создатели программы используют её для изготовления из ДНК сложных трехмерных объектов с контролируемым искривлением (рис. 5.6)[2].

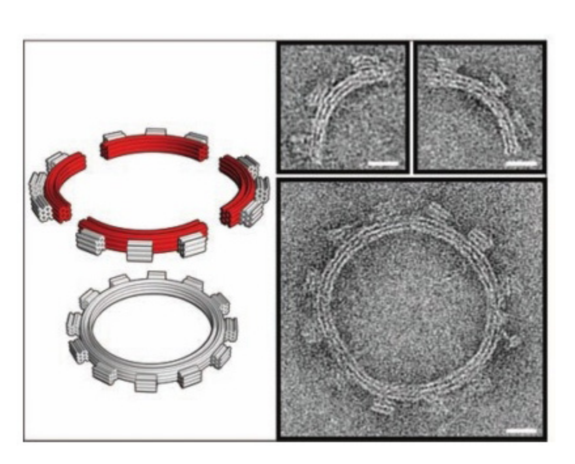


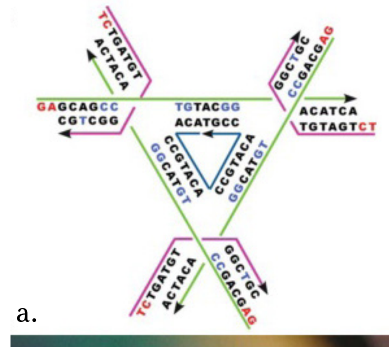
Рисунок. 5.6. ДНК полимеры с заданной степенью изогнутости созданные с использованием программы caDNAno.

[1] William M. Shih, Joel D. Quispe, Gerald F. Joyce. A 1.7-kilobase single-stranded DNA that folds into a nanoscale octahedron. // Nature. 2003. Vol. 427: 618-621. Doi:10.1038/nature02307.

[2] Shawn M. Douglas, Hendrik Dietz, Tim Liedl, Björn Högberg, Franziska Graf, William M. Shih. Self-assembly of DNA into nanoscale three-dimensional shapes. // Nature. 2009. Vol. 459: 414-418. Doi:10.1038/nature08016.

Самособирающуюся макроскопическую структуру в 2010 году воплотили на практике ученые из Нью-Йорка, созданная ими ДНК последовательность сформировала трехмерную решетку, ДНК-кристалл размером до пол миллиметра, структура которого была проверена с помощью рентгеноструктурного анализа (рис. 5.7)[1].

Следующий шаг в конструировании трехмерных нанообъектов – создание динамических структур. Самый простой ДНК-шагоход был сделан в 2008 году командой из Калифорнийского Технологического института. Работает такой шагоход по достаточно простому принципу. На подложке закреплены молекулы одноцепочечной ДНК, из раствора приходит молекула-шагоход, имеющая комплементарные зоны к двум соседним цепям на подложке и связывается с ними. При добавлении в раствор другой ДНК, имеющей большее сродство к первой цепи на подложке, она вытесняет одну ногу шагохода, после чего эта нога связывается со следующей (третьей) цепью ДНК на подложке. Добавляя новые вытесняющие ДНК можно продвигать шагоход все дальше по подложке. Обратный ход невозможен, так как предыдущие цепи на подложке уже инактивированы связыванием с более длинной молекулой ДНК[2].



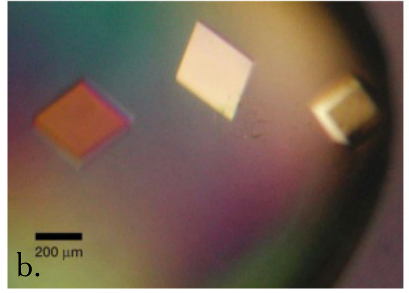


Рис. 5.7: a — Последовательность ДНК макроскопической структуры; b — ДНК кристаллы под микроскопом.

Конструкция шагохода была доработана учеными из Нью-Йорка. Их шагоход имел несколько «рук» и «ног», к которым при помощи комплементарных ДНК был прикреплён «груз» (золотые частицы диаметром 5 и 10 нм). Шагоход «запрограммировали» таким образом, чтобы он прошел по подложке и собрал груз – три маленькие и одну большую золотые частицы[3].

[1] Jianping Zheng, Jens J. Birktoft, Yi Chen, Tong Wang, Ruojie Sha, Pamela E. Constantinou, Stephan L. Ginell, Chengde Mao, Nadrian C. Seeman. From molecular to macroscopic via the rational design of a self-assembled 3D DNA crystal. // Nature. 2009. Vol. 461: 74-77. Doi:10.1038/nature08274.

[2] Peng Yin, Harry M. T. Choi, Colby R. Calvert, Niles A. Pierce. Programming biomolecular self-assembly pathways. // Nature. 2008. Vol. 451: 318-322. Doi:10.1038/nature06451.

[3] Hongzhou Gu, Jie Chao, Shou-Jun Xiao, Nadrian C. Seeman. A proximity-based programmable DNA nanoscale assembly line. // Nature. 2010. Vol. 465: 202–205. Doi:10.1038/nature09026.

Одним из последних достижений ДНК-робототехники можно назвать «наноробот для молекулярного транспорта» молекулярных биологов из Бостона. Фактически, из ДНК самособирается «коробочка», закрывающаяся на «замок», который может быть открыт по уже известному нам принципу вытеснения одной ДНК другой, как в шагоходах. Внутри коробочки с помощью химически модифицированных ДНК закреплён груз – частицы золота либо молекулы иммуноглобулина. При добавлении молекулы, открывающую коробочку, она открывается и груз, спрятанный внутри, выходит из неё (рис. 5.8). Конструкция была проверена на живых раковых клетках: в коробочку внедрили антитела, блокирующие ключевые белки клеточного цикла, комплекс вводили в раковые клетки и после добавления открывающего коробочку активатора раковые клетки правда переставали делиться. Таким образом, была показана принципиальная возможность использования подобных конструкций для направленной доставки лекарств в организме и их выделения в нужное время по сигналу от молекулы-активатора[1].

Химические модификации ДНК, при которых к нуклеиновым кислотам добавляются химические группы, обеспечивающие их

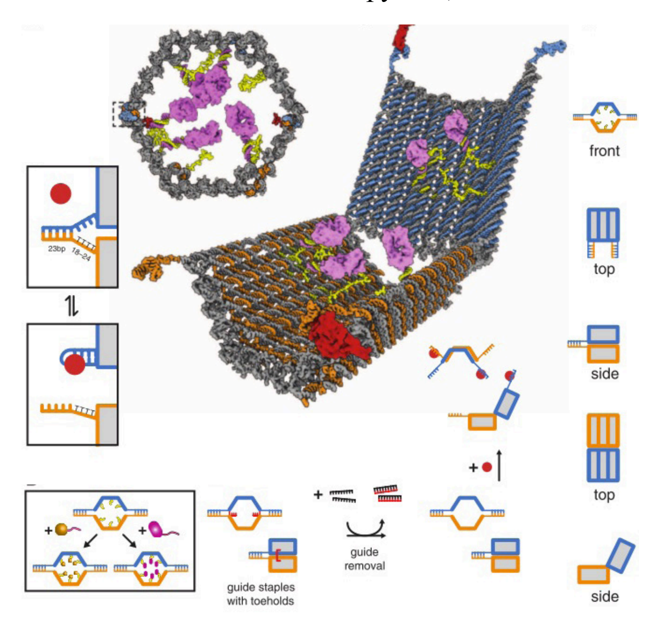


Рис. 5.8. Наноробот для молекулярного транспорта.

[1] Shawn M. Douglas, Ido Bachelet, George M. Church. A Logic-Gated Nanorobot for Targeted Transport of Molecular Payloads. // Science. 2012. Vol. 335(6070): 831-834. Doi: 10.1126/science.1214081.

связывание с другими молекулами позволяет использовать ДНК как подложку для построения сложных структур из других молекул. Например, если удастся сделать адаптер, связывающийся одним концом с ДНК, а другим – с нанотрубкой, тогда структуры из ДНК можно использовать для соединения нанотрубок. С другой стороны, уже есть сообщения о контролируемой металлизации ДНК, что открывает перспективы конструирования электронных устройств на базе структур из металлизированной ДНК[1].

Преимущество ДНК конструкций перед белковой самосборкой в том, что строение белковых молекул гораздо сложнее, чем молекул ДНК, их трехмерная структура задается неочевидным образом множеством нековалентных взаимодействий и получение белка с произвольной структурой до сих пор является достаточно нетривиальной задачей. С другой стороны, самосборка ДНК основана на том, что как только в последовательности ДНК появляются комплементарные зоны, они соединяются и образуют двухцепочечный участок, а сегодня мы можем быстро и дешево синтезировать ДНК любой желаемой последовательности. Компьютерное моделирование помогает проверять получившуюся последовательность ДНК на потенциальное наличие паразитных взаимодействий (когда части созданных нами областей оказываются способными взаимодействовать с образованием ненужных нам паразитных структур), кроме того структура должна отвечать другим критериям, например, иметь температуру плавления выше некоторой заданной величины. ДНК состоит всего из четырёх типов нуклеотидов, проявляющих не такое разнообразие свойств и способов взаимодействий, как двадцать нуклеотидов в составе белковой молекулы, поэтому число степеней свободы, то есть вариантов, которые нужно просчитать для создания ДНК конструкции с заданными свойствами сравнительно не велико.

При развитии технологии создания белковых и ДНК конструкций появляется возможность конструирования гибридных структур, содержащих и ДНК и белки. В опубликованной в Nature работе 2015 года описана технология создания ДНК-белковых самособирающихся наноматериалов, в которых самосборка опосредована нековалентными взаимодействиями. За основу конструкции взят гомеодомен тренскрипционного фактора Дрозофилы Engrailed, в котором белковый димер связывается с двуцепочечной ДНК молекулой. При различных соединениях сайтов связывания белка с ДНК формируется масса различных частиц и волокон толщиной в одну молекулу. Исследование механизмов формирования гибридных частиц заданной формы и

[1] Ulrich Simon. DNA as future electronic components conducting nanostructures based on metallized DNA. // Angewandte Chemie International Edition. 2012. Doi: 10.1002/anie.201202401.

С 2013 года при поддержке института Висса Гарвардского университета (Wyss Institute at Harvard University) среди студенческих команд проводится конкурс BIOMOD по дизайну конструкций из биомолекул. Победители предыдущих этапов конкурса создали с использованием ДНК, РНК и белков в качестве строительных материалов автономных роботов, молекулярные компьютеры, а также прототипы для нанотерапии. Студенты ведут проекты каждое лето и, затем, в ноябре приезжают в Гарвард для представления своих работ и участии в конкурсе. http://biomod.net/

свойств открывает возможность их направленного синтеза[1].

На уровне поддержания структуры и функций органоидов клетки процессы самоорганизации играют не менее важную роль, чем на уровне самосборки отдельных макромолекул и их комплексов.

Самоорганизация играет свою роль в организации и динамике структурирования хроматина. Многие структурные белки и транскрипционные факторы находятся в состоянии постоянного обмена с цитоплазмой. На структурную организацию хроматина влияет ряд ремоделирующих агентов. Комплекс хроматина и ассоциированных с ним белков динамичен, конфигурации белковых структур на хроматине создаются с участием комбинаторных взаимодействий, что соответствует принципам самоорганизации[2].

Внутриклеточные мембранные органоиды, особенно те из них, которые участвуют в экспорте мембранных компонентов, также могут рассматриваться как самоорганизующиеся структуры. Белки, предназначенные для секреции или встраивания в плазматическую мембрану транспортируются сначала в эндоплазматический ретикулум, а затем в комплекс Гольджи, компоненты сети которого сливаются с плазматической мембраной. Отслеживанием *in vivo* резидентных и переносимых молекул экзоцитозного пути было выяснено, что во внутриклеточных мембранных компартментах быстро и беспрерывно идёт обмен составляющего их и содержащегося в них материала[3]. Дезинтегрированный на множество отдельных вакуолей аппарат Гольджи способен к самосборке in vitro, что демонстрирует присущий этой структуре потенциал к самоорганизации, подтверждая концепцию динамической самосборки мембранных комплексов внутри живой клетки[4-5].

---

[1] Yun Mou, Jiun-Yann Yu, Timothy M. Wannier, Chin-Lin Guo, Stephen L. Mayo. Computational design of co-assembling protein–DNA nanowires. // Nature. 2015. Vol. 525: 230–233. Doi:10.1038/nature14874.

[2] Tom Misteli. Self-organization in the cell nucleus. // J Cell Biol. 2001. Vol. 155(2): 181–186. Doi: 10.1083/jcb.200108110. PMCID: PMC2198832.

[3] Lippincott-Schwartz J., Roberts T., Hirschberg K. Secretory protein trafficking and organelle dynamics in living cells. // Annu Rev Cell Dev Biol. 2000. Vol. 16: 557–589.

[4] Rabouille C., Levine T., Peters M., Warren G. An NSF-like ATPase, p97 and NSF mediate cisternal regrowth from mitotic Golgi fragments. // Cell. 1995. Vol. 82: 905–914.

[5] Dundr M., Misteli T., Olson M.O.J. The dynamics of postmitotic reassembly of the nucleolus. // J Cell Biol. 2000. Vol. 150: 433–446.

Самоорганизация наблюдается и при структурировании молекулярных элементов плазматической мембраны. Жидкостно-мозаичная модель мембраны предполагает подвижность, "текучесть" её отдельных элементов при постоянстве общей структуры. Липиды в некоторых биологических мембранах с довольно большой частотой мигрируют с одной стороны мембраны на другую, т.е. совершают "флип-флоп" (flip-flop) перескоки, более крупные белковые и гликопротеиновые молекулы сравнительно медленно дрейфуют в липидном бислое. Постоянная миграция отдельных молекул в мембране может выглядеть хаотической, но комплексы таких молекул уже формируют устойчивые паттерны и могут быть описаны статистически (процент липидов определённого типа вокруг тех или иных рецепторов или различие липидного состава в наружной и внутренней слоях мембраны). Рецепторы хемотаксиса *E. coli*, к примеру, агрегируют в крупные сенсорные комплексы, которые локализуются на полюсах бактерии. Эти рецепторы не транспортируются активно и не прикрепляются к какой-либо области на клетке. Движения отдельных рецепторов хаотичны и лишь взаимодействия между отдельными рецепторами приводят к образованию наблюдаемых сложных упорядоченных паттернов[1].

Работа генетического аппарата клетки – сложнейший многокомпонентный динамический авторегуляторный процесс, на который влияет очень большое число факторов, как внешних, так и внутренних. Рассмотрение динамики генетического аппарата с точки зрения синергетической парадигмы оказывается эффективным для понимания процессов в нём происходящих.

Значительная схожесть транскриптомов различных типов клеток является следствием существования очень небольшого числа аттракторов в пространстве генной экспрессии, которые соответствуют различным клеточным типам. Потенциальное разнообразие экспрессии 30 тысяч генов, уровень которой может колебаться в десятки тысяч раз, сужается до 200 – 300 клеточных типов встречающихся у многоклеточных metazoans. Такое сужение числа вариантов связано с работой сети генных регуляций выбирающих ограниченное число вариантов генных экспрессий являющихся «энергетическими минимумами» или «дозволенными состояниями» соответствующими различным клеточным типам. Ответ на внешние стимулы не меняет глобальной организации аттрактора, затрагивая лишь небольшое число ответственных за клеточную реакцию генов. После реализации ответа клетка вновь возвращается в своё «устойчивое состояние» благодаря связям между генами в сети генной экспрессии. Рассматривая временную

---

[1] Derek Greenfield, Ann L. McEvoy, Hari Shroff, Gavin E. Crooks, Ned S. Wingreen, Eric Betzig, Jan Liphardt. Self-Organization of the Escherichia coli Chemotaxis Network Imaged with Super-Resolution Light Microscopy. // PLoS Biol. 2009. Vol. 7(6): e1000137. Doi: 10.1371/journal.pbio.1000137. PMCID: PMC2691949.

структуру генной экспрессии можно выделить локальные ответы на то или иное воздействие и глобальную динамику экспрессии, изменения которой связаны более со сложными взаимодействиями между рядом генов внутри системы генных регуляций, чем с активностью отдельных генов. Глобальная динамика экспрессии генов отражает неравновесное состояние всей генной сети в целом[1].

Элементы, формирующие регуляторные структуры генной сети способны самоорганизоваться, формируя связную сеть, чему способствует перевес в соотношении числа генов к числу транскрипционных факторов. Короткий период жизни большинства мотивов транскрипционных факторов (ТФ) может рассматриваться как общий принцип дизайна ТФ, одно из движущих сил формирования масштабоподобной топологии сети, а также способности сети быстро адаптироваться к изменениям. Сеть генной регуляции возникает при самоорганизации элементов сети, которые разделяют общие ТФ или гены. При моделировании сети из случайно выбранных в геноме *E. coli* 116 ТФ и 321 оперонов эти элементы структурируются с образованием 496 раздвоений (bi-fans), 58 циклов подачи вперёд (FFLs) и 13 простых входящих модулей (SIMs) (рис. 5.9). Такое же число раздвоений было найдено в естественной сети, содержащей данные элементы. Самоорганизация происходит в виду ограниченного числа ТФ относительно числа раздвоений созданных в симуляции. В клетке эта ситуация соответствует случаю, когда один ТФ регулирует множество генов, но в то же время один ген регулируется многими ТФ. Все геномы кодируют ограниченное число ТФ, однако имеют гораздо большее число регулируемых генов, поэтому для генома оказывается

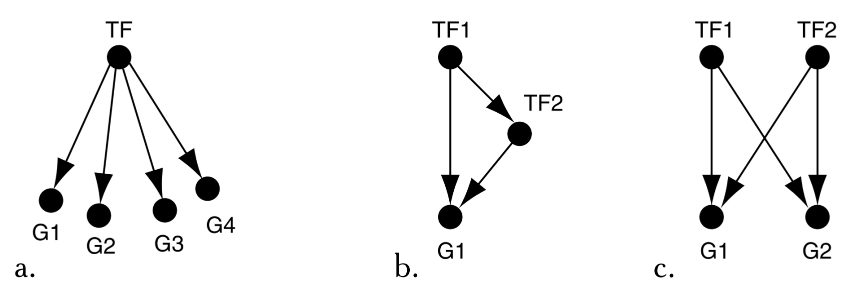


Рис. 5.9. Элементы сети генных регуляций E. coli: a — простой входящий модуль (SIM): ТФ регулирует группу генов (G1, G2, G3 и G4); b — цикл подачи вперед (FFL): ТФ (TF1) регулирует второй ТФ (TF2), оба TF1 и TF2 регулируют целевой ген (G1); c — раздвоение (bi-fans): оба ТФ — TF1 и TF2 регулируют оба целевых гена (G1 и G2).

[1] Kumar Selvarajoo1, Alessandro Giuliani. Finding self-organization from the dynamic gene expressions of innate immune responses. // Front. Physiol. 2012. Vol. 3: 192.doi: 10.3389/fphys.2012.00192.

совершенно естественно иметь больше раздвоений, чем ТФ, что ведёт к самоорганизации элементов в большую сеть. Кроме того, что сеть генных регуляций *E. coli* самоорганизованна, она также масштабно инвариантна (рис. 5.10)[1].

Координированная экспрессия различных генов в организме абсолютно необходима для поддержания функциональности организма при различных случайных внешних пертурбациях. Изменчивость внешних условий заставляет глобальную динамику генетической сети соответствовать двум основным свойствам: 1. Она должна быть достаточно прочна, чтоб гарантировать стабильность в широком спектре внешних условий; 2. Она должна быть достаточно гибка, чтоб распознавать и интегрировать специфические внешние сигналы, которые могут помочь организму измениться и адаптироваться к различным условиям. Этот компромисс между прочностью и адаптивностью можно наблюдать в динамических системах, функционирующих на границе фазового перехода между упорядоченностью и хаосом и называющимися критическими. Критичность есть измеримое и хорошо описываемое свойство динамических систем, делающее живые организмы способными к адаптациям. Из анализа сотен экспериментов с использованием микроматриц, сделанного на основе Булеановой модели, эмпирически доказано, что сети генной транскрипции *Saccharomyces cerevisiae*, *Escherichia coli*, *Bacillus subtilis*, сеть генов полярности сегментов *Drosophila melanogaster* и сеть развития цветка *Arabidopsis thaliana* близки к состоянию критичности[2]. Динамика

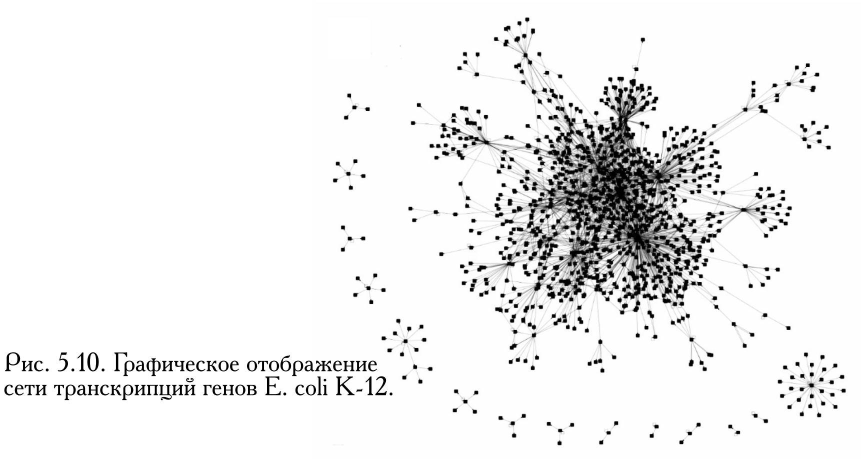


Рис. 5.10. Графическое отображение сети транскрипций генов E. coli K-12.

[1] Edwin Wang, Enrico Purisima. Self-organization of gene regulatory network motifs enriched with short transcript's half-life transcription factors. // arxiv.org/pdf/q-bio/0504025.
[2] Balleza E., Alvarez-Buylla E.R., Chaos A., Kauffman S., Shmulevich I., Aldana M. Critical dynamics in genetic regulatory networks: examples from four kingdoms. // PLoS One. 2008. Vol. 3(6): e2456. Doi: 10.1371/journal.pone.0002456.

генной экспрессии совокупности регуляторных генов самоорганизается в повторяющиеся периоды повышения и понижения генной активности. Из множества взаимодействий активирующих и репрессирующих друг друга генов складываются «генетические контуры» (genetic circuits), в которых экспрессия генов то снижается, то повышается создавая генетические осцилляции[1].

Приведённые выше примеры очень наглядные. Но сама способность клеточных систем к эволюционной адаптации на биохимическом уровне: выработка бактериями резистентности к антибиотикам или способность восстанавливать утраченную способность к синтезу необходимой аминокислоты, недостаток которой в питательном субстрате становится критичным для выживания, всё это свидетельствует о способности к самоорганизации и поддержании стабильности системы в меняющихся внешних условиях.

В Мичиганском университете вот уже четверть века продолжается долгосрочный эволюционный эксперимент на бактериях, начатый Ричардом Ленски (Richard E. Lenski) в 1988 году. Выяснилось, что по прошествии 50 000 поколений (столько поколений сменилось к февралю 2010 года) подопытные бактерии всё еще продолжают накапливать полезные мутации, неуклонно повышая свою приспособленность к условиям, в которые их поместили экспериментаторы. Рост приспособленности постепенно замедляется, но, судя по всему, не собирается выходить на плато (рис. 5.11). В шести из двенадцати подопытных популяций закрепились мутации, резко повысившие темп мутагенеза, что способствовало более быстрому росту приспособленности[2].

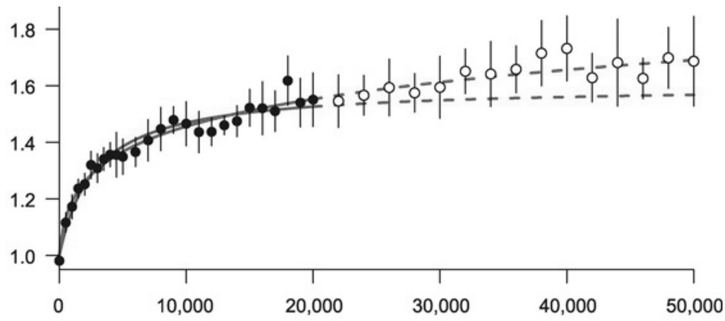


Рис. 5.11. Рост приспособленности бактерий в течение 50 000 поколений. Показаны усредненные значения по всем 12 подопытным популяциям. По вертикальной оси: относительная приспособленность (скорость роста по сравнению с предковым штаммом). По горизонтальной оси: время в поколениях.

[1] Potvin-Trottier L., Lord N.D., Vinnicombe G., Paulsson J. Synchronous long-term oscillations in a synthetic gene circuit. // Nature. 2016. Vol. 538: 514–517. Doi:10.1038/nature19841

[2] Michael J. Wiser, Noah Ribeck, Richard E. Lenski. Long-Term Dynamics of Adaptation in Asexual Populations // Science. 2013. V. 342: 1364–1367.

Существует довольно простой эксперимент, моделирующий эволюцию биомолекул *in vitro*, в котором в раствор РНК добавляется АТФ и РНК-репликаза, после чего в пробирке начинается интенсивный синтез РНК. Когда дочерние РНК заполнят субстрат, небольшое количество молекул переносится в новую пробирку, в которой продолжается их синтез. Делается около двадцати переносов, в процессе которых успевает смениться огромное число генераций РНК, ошибки копирования производят мутантные РНК, различающиеся по своим свойствам, в частности, по скорости репликации. Так как наиболее быстро копирующиеся РНК скорее заполняют своими потомками весь доступный субстрат, они статистически чаще оказываются в образце, переносимом в новую пробирку и, в результате, вытесняют родительскую РНК. За 3 суток каталитическая активность молекул за счёт всего 11 мутаций увеличивается в 90 раз. Говоря языком синергетики, наиболее быстро реплицирующаяся РНК есть самый оптимальный параметр порядка в данных условиях, вытесняющий как прежнюю форму организации системы (родительская РНК), так и случайные флуктуации (случайно возникающие мутантные РНК с другими типами мутаций). Появление быстро реплицирующегося мутанта есть критическая флуктуация, перестраивающая по своему подобию всю систему[1-2].

Лесли Оргел (Leslie E. Orgel) и его группа из Солковского института биологических исследований в Сан-Диего (Salk Institute for Biological Studies) провели следующий эксперимент: они добавляли к пробирке с РНК яд – бромид этидия, ингибирующий синтез РНК. Сначала темп синтеза был замедлен ядом, но примерно после девяти «пробирочных поколений» эволюции в процессе естественного отбора появилась новая цепь РНК, стойкая к яду. Путём последовательного удвоения доз яда была выведена РНК, стойкая к очень высоким его концентрациям. Всего в эксперименте сменилось 100 пробирочных поколений (и намного больше поколений РНК, т.к. поколения сменялись и внутри каждой пробирки). Хотя в этом эксперименте РНК-репликаза добавлялась в раствор самими экспериментаторами, Оргел обнаружил, что молекулы РНК способны и к спонтанному самокопированию, без добавления фермента, правда, намного медленнее. Нить РНК может служить шаблоном для синтеза второй, комплементарной РНК без участия ферментов, такой феномен был назван *неферментативным матричным синтезом*. РНК неоднократно возникала эволюционным путём во множестве аналогичных экспериментов, один из которых был проведён в лаборатории немецкой школы Манфреда Ейгена. Ейген обнаружил спонтанное самозарождение молекулы РНК в пробирке с

[1] Brian M. Paegel, Gerald F. Joyce. Darwinian Evolution on a Chip. // PLoS Biology. 2008. V. 6(4): e85. Doi:10.1371/journal.pbio.0060085.

[2] Burke J. M., Berzal-Herranz A. In vitro selection and evolution of RNA: applications for catalytic RNA, molecular recognition, and drug discovery. // FASEB J. 1993. Vol. 7: 106-112.

субстратом и РНК-репликазой.

Ирен Чен (Irene Chen) из Гарварда обнаружил, что полимеризация нуклеотидов возможна, если в их смесь добавить имидазол. Прикрепленный к одному из концов мономера, он активизирует процесс полимеризации. Другие исследователи показали, что реакцию может облегчить и наличие субстрата из липидов или глины, например, в Политехническом институте Ренслера (Rensselaer Polytechnic Institute) химик Джеймс Феррис (James P. Ferris) индуцировал сборку мономеров аденина в короткие (длиной в 40–50 нуклеотидов) полимерные РНК на субстрате, подобном минеральной глине, которая, вполне возможно, была распространена в пребиотическом мире[1].

Спонтанная достройка второй нуклеотидной цепи описана и для молекулы ДНК с недореплицированным 15-нуклеотидным хвостом. После помещения молекулы внутрь мембранных пузырьков, помещённых, в свою очередь, в среду, оптимальную для неферментативного синтеза ДНК (pH 8,5, температура 4°C, два простых органических соединения, которые могли присутствовать в первичном бульоне и 2'-амино-2',3'-дидеоксигуанозин-5'-фосфоримидазол, служащий материалом для формирования новых нуклеотидов). На репликацию 15 нуклеотидов второй цепи, комплементарных первой, у макромолекулы ушло 24 часа, по 96 минут на нуклеотид. В настоящих живых клетках благодаря ферментам репликация ДНК осуществляется в десятки миллионов раз быстрее[2].

Эволюция *in vitro* молекул РНК обладающих ферментативными свойствами исследована на примере рибозима Azo, выделеного из самовырезающегося интрона группы I (Group I catalytic intron) бактерии *Azoarcus*. Этот интрон-рибозим находится в гене изолейциновой тРНК-бактерии. Его функция в бактериальной клетке состоит в том, чтобы самостоятельно вырезать самого себя из молекулы тРНК, то есть осуществить само-сплайсинг (self-splicing). *In vitro* этот рибозим умеет осуществлять «обратный сплайсинг», то есть разрезать в определенном месте «субстрат» – короткую молекулу РНК с определенной последовательностью нуклеотидов, причем «обрезки» остаются прикрепленными к рибозиму. По этим прикрепленным обрезкам можно отличить рибозим, успешно выполнивший свою функцию, что позволяет осуществлять их искусственный отбор. Две подопытные популяции рибозима (*A* и *B*) размножались в течение 10 поколений, при этом в каждом поколении проводился отбор на способность разрезать субстрат (короткую молекулу РНК). Те рибозимы, которым это удалось, отбирались и размножались при помощи мутагенной

---

[1] Richard Dawkins. The blind watchmaker. New York : Norton, 1986. 496 p. ISBN-10: 0393315703. ISBN-13: 978-0393315707.

[2] Sheref S. Mansy, Jason P. Schrum, Mathangi Krishnamurthy, Sylvia Tobé, Douglas A. Treco, Jack W. Szostak. Template-directed synthesis of a genetic polymer in a model protocell // Nature. 2008. Vol. 454: 122-125. Doi:10.1038/nature07018.

полимеразной цепной реакции. Скорость мутирования составляла в среднем одну мутацию на «особь» на поколение. Чтобы следить за эволюционными изменениями, секвенировалось по 2–3 тысячи «особей» (индивидуальных молекул рибозима) из каждого поколения. Обе популяции за 10 поколений накопили изрядное количество мутаций. Исходных, не мутантных, молекул «дикого типа» почти не осталось. Большинство особей отличались от исходного рибозима тремя-шестью мутациями. Приспособленность популяций *A* и *B* (то есть их усредненная каталитическая активность) за 10 поколений практически не изменилась. Они не стали справляться со своей функцией лучше, чем исходный рибозим Azo. По-видимому, Azo уже был максимально оптимизирован для выполнения этой функции. Далее вместо стандартного олигонуклеотида исследователи предложили рибозимам его производное, в котором один из остатков фосфорной кислоты (расположенный как раз в том месте, где рибозим должен разрезать цепочку РНК) был заменен на фосфоротиоат. «Дикий» рибозим Azo справляется с таким субстратом, но с очень большим трудом (с низкой эффективностью). После смены субстрата эволюционный эксперимент продолжался еще 8 поколений, но теперь в нём участвовали уже не две, а три популяции. К прошедшим 10 поколений искусственной эволюции линиям *A* и *B* добавилась третья, контрольная линия, состоящая из рибозимов «дикого типа» (*WT*) и не имеющая запаса скрытой изменчивости. Все три популяции за 8 поколений в той или иной степени «приспособились» к новому субстрату, то есть стали разрезать его эффективнее, чем вначале. Однако популяции *A* и *B* приспосабливались быстрее и достигли в итоге большей эффективности, чем линия *WT*. Оказалось, что после 10 поколений очищающего отбора в популяции уже были рибозимы с одной, двумя и даже тремя мутациями из четырех, необходимых для повышения эффективности работы фермента на новом субстрате (рис. 5.12). Эти мутации по отдельности не дают никакого преимущества ни в старых, ни в новых условиях. Для

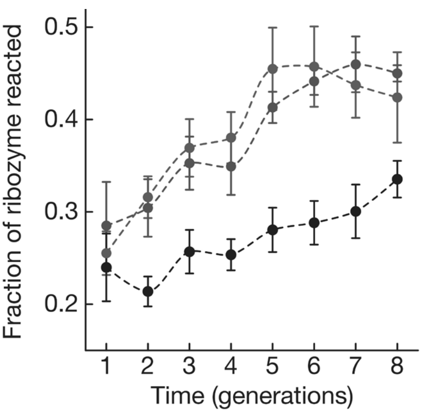


Рис. 5.12. Приспособление популяций A, B и WT к новому субстрату. По горизонтальной оси — поколения, по вертикальной — приспособленность, измеряемая долей рибозимов, которым удалось разрезать субстрат. Рис. из обсуждаемой статьи в Nature[1].

[1] Eric J. Hayden, Evandro Ferrada, Andreas Wagner. Cryptic genetic variation promotes rapid evolutionary adaptation in an RNA enzyme. // Nature. 2011. V. 474: 92–95.

эффективного разрезания нового субстрата нужны все четыре мутации вместе. Наличие у некоторых рибозимов в популяции *B* отдельных мутаций из этого комплекса резко повысило вероятность возникновения удачного генотипа Azo. Таким образом, мы видим что эффект скрытого накопления мутаций приводящий в результате к естественному отбору форм имеющих селективное преимущество возможен в популяциях отдельных биомолекул *in vitro*.

Известно, что геном дрозофилы содержит 13 767 генов, геном человека – 20-25 тысяч. При таком кардинальном различии в сложности организации, какое существует между человеком и дрозофилой, число генов в их геномах различается всего в 2 раза. Вероятно, это можно объяснить тем, что гены лишь формируют начальное поле для запуска самоорганизующихся биохимических процессов, синтезируют набор начальных катализаторов, морфогенетических, биохимических градиентов первичных реагентов, которые уже запускают биохимические процессы, производящие значительно более высокий уровень сложности, значительно большее количество информации, по сравнению с информацией, закодированной в ДНК. Действительно, ДНК человека содержит лишь около 800 мб информации, то есть в заархивированном виде она вместится на одну CD матрицу. Трудно представить себе, чтобы такое количество информации исчерпывающе описывало всю сложность человеческого организма, особенно учитывая, что 90 % ДНК человека – сателлитная ДНК[1].

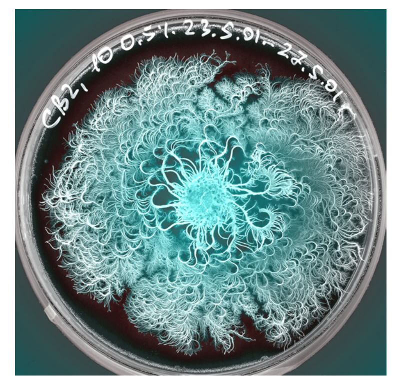
Надклеточный уровень.

В качестве примера самоорганизации на уровне клеточных популяций можно привести процесс образования пространственных паттернов колоний бактерий различных видов (рис. 5.13, а-с).

За счёт координированного перемещения, отмирания и деления клеток формируются кольцевидные, спиральные, разветвлённые клеточные потоки. В течение колониального развития бактерии образуют паттерны некоторые из которых напоминают таковые в абиотических системах (рис. 5.14). Каждая бактерия способна передавать в той или иной форме информацию и наделена определённой свободой в выборе ответа на информацию приходящую извне. Информационный обмен делает возможным ограничение индивидуальной свободы особей с усилением кооперации между ними. Кооперация приводит к самоорганизации колонии с возникновением иерархического пространственно-временного паттернообразования. Сложность колонии обеспечивает высокий уровень пластичности и гибкости, которые необходимы для лучшей адаптации колонии в динамичной окружающей среде.

---

[1] International Human Genome Sequencing Consortium. Finishing the euchromatic sequence of the human genome. // Nature. 2004. Vol. 431(7011): 931-45. PMID 15496913.



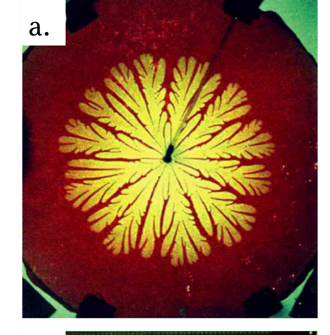
a.



c.

b.

Рис. 5.13. Колонии бактерий: a — *Paenibacillus dendritiformis*; b — *Bacillus subtilis*; c — *Burkholderia pseudomallei*.



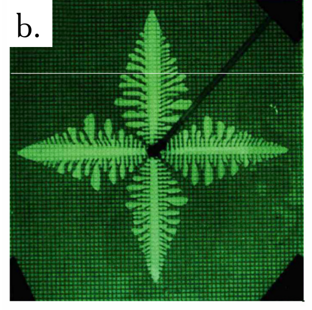


Рис. 5.14. «Вязкие пальцы» в ячейке Хеле-Шоу, напоминающие рост колоний бактерий. Ячейка Хеле-Шоу состоит из двух плоских, параллельных друг другу пластин, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга с прослойкой окрашенного глицерина между ними. Через отверстие в центре в глицерин вводится воздух. a — Типичная морфология распространения воздуха в изотропных условиях; b — Паттерн возник при анизотропии (квадратная сеть на нижней пластине) воздействующей на рост.

Группа Эшеля Бен-Якоба (Eshel Ben-Jacob, университет Тель-Авива, Израиль) методом сравнительного анализа геномов 502 видов бактерий определила вид с самым высоким генетическим «социальным IQ» – *Paenibacillus vortex*, этот вид бактерий имеет самое большое число генов ассоциированных с их социальными функциями, такими как «общение», переработка информации об окружающей среде и синтез химических соединений, полезных при конкуренции с другими организмами. Их социальное поведение проявляется в формировании сложноорганизованных колоний (рис. 5.15)[1].

Различия в морфологии бактериальных колоний на макроскопической шкале идут рука об руку с отличиями в микроскопической организации, а также определяются разными условиями паттернообразования. Наблюдаемые паттерны можно систематизировать с помощью небольшого числа типичных форм (морфологий), каждая из которых представляет результат различных доминирующих эффектов (рис. 5.16).

Классическим, примером биологической самоорганизации, которому посвящены сонмы работ, стала агрегация амёб миксомицета *Dictyostelium*. Жизненный цикл миксамёб состоит из следующих стадий: спор, автономных амёб, колоний амёб и плодового тела. Питаются миксамёбы только в амебоидной стадии. В это время амёбы равномерно



Рис. 5.15. Колония бактерий *Paenibaciiius vortex*.

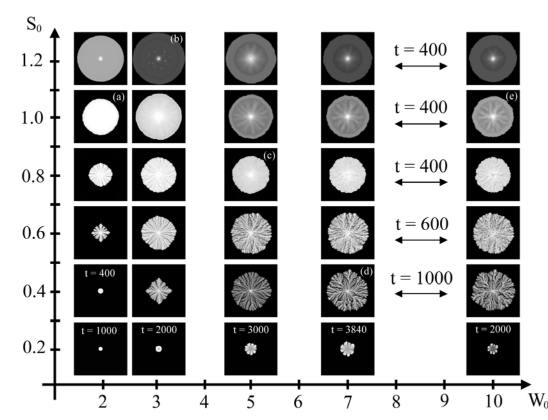


Рис. 5.16. Морфология колоний часто описывается в терминах фазовых диаграмм, в которых форма колонии ассоциирована с двумя параметрами ее культивирования, в данном случае вязкость агара W0, и начальная концентрация питательных веществ, S0.[2]

[1] Ben-Jacob E. Bacterial self-organization: co-enhancement of complexification and adaptability in a dynamic environment. // Philos Trans A Math Phys Eng Sci. 2003. Vol. 361(1807): 1283-312.

[2] Ohgiwari M., Matsushita M., Matsuyama T. Morphological changes in growth phenomena of bacterial colony patterns. // J Phys Soc Jpn. 1992. Vol. 61: 816-822. http://math.arizona.edu/~lega/HydroBact.html

рассредоточены по субстрату. При истощении корма амёбы образуют колонию. Вокруг места будущей колонии возникают концентрические волны амёб, двигающихся к центру с периодом в несколько минут. Механизм образования таких волн следующий. Голодающие амёбы с периодичностью примерно один раз в 5 минут начинают продуцировать циклическую АМФ (цАМФ). Другие амёбы, получившие сигнал в виде цАМФ, начинают 1) перемещаться по градиенту ее концентрации, 2) продуцировать цАМФ и 3) продуцировать фосфодиэстеразу – разрушитель цАМФ. В результате случайных флуктуаций концентрации цАМФ возникают первичные сгущения амёб, одно из которых становится центром будущей колонии. Концентрация цАМФ пропорциональна размеру сгущения. Так как амёбы движутся по градиенту концентрации, то перед нами система с положительной обратной связью. Сгущение, образовавшееся из первичной флуктуации концентрации цАМФ, разрастается и образуется колония. Взаимодействие цАМФ с фосфодиэстеразой при определенных параметрах системы приводит к незатухающим колебаниям концентраций реагентов вокруг точки неустойчивого равновесия. Это и определяет появление волн движения амёб. Сформировавшаяся колония перемещается как целое в поисках подходящего субстрата и, найдя его, формирует плодовое тело, на котором образуются мириады спор[1].

Таким образом, при образовании колонии миксомицетов мы видим спонтанное нарушение как пространственной, так и временной симметрии, то есть в результате самоорганизации появляется пространственно-временная структура (рис. 5.17).

Одна из проблем синтетической биологии – конструирование самоорганизующихся живых сетей из микроорганизмов, которые будут слаженно выполнять определённые задачи. Сеть, состоящая из двух штаммов бактерий *E. coli*, одна из которых активирует экспрессию заданных генов, другая же подавляет их, сконструирована исследовательской группой Беннета (R. Bennett)[2-3]. Совместная активность бактерий создаёт флуктуации, ритмичные пики и падения уровня транскрипции заданных генов, подобные волнам, возникающим в системе «хищник-жертва». Бактерии обмениваются сигнальными молекулами, создавая цепи положительной и отрицательной обратной связи, которые воздействуют на активность генов всей популяции (рис. 5.18). Оба штамма имеют контрольные гены производящие флуоресцирующие продукты, позволяющие контролировать генную

---

[1] Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний. Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука". 1984 г. 432 стр.

[2] Ye Chen, Jae Kyoung Kim, Andrew J. Hirning, Krešimir Josić, Matthew R. Bennett. Emergent genetic oscillations in a synthetic microbial consortium. // Science. Vol. 349(6251): 986-989. Doi: 10.1126/science.aaa3794.

[3] Brian P. Teague, Ron Weiss. Synthetic communities, the sum of parts. // Perspective Synthetic Biology. 2015. Vol. 349(6251): 924-925. Doi: 10.1126/science.aad0876.

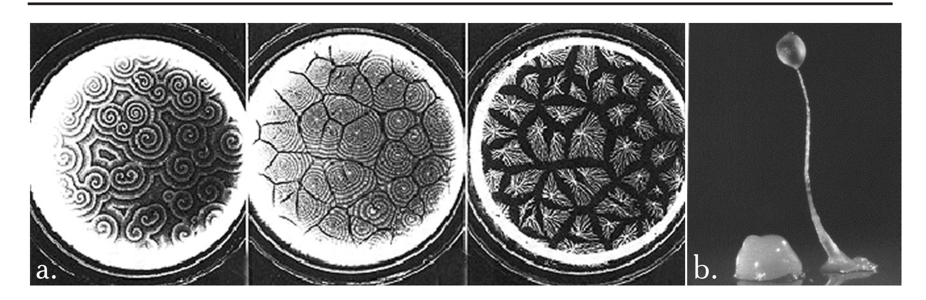


Рис. 5.17: a — Последовательность структурирования популяции амеб *Dictyostelium*; b — Плодовое тело созданное популяцией.

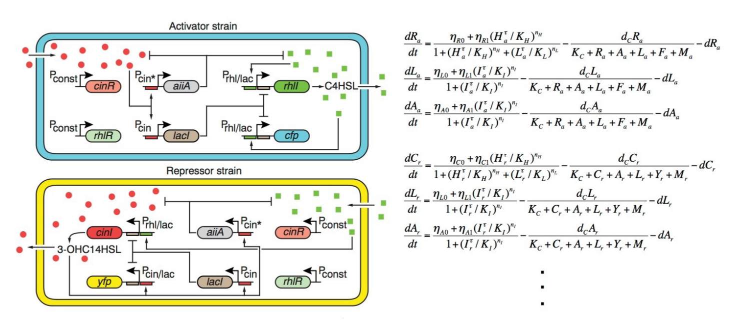


Рис. 5.18. Схематическое изображение биологического цикла обратной связи между двумя штаммами бактерий и часть дифференциальных уравнений, используемых для описания механизма обратной связи.

экспрессию штаммов, наблюдая визуально формирующиеся пространственно-временные паттерны генных экспрессий. При культивировании каждого штамма бактерий в изоляции друг от друга, осцилляции в экспрессии исследуемых белков не наблюдается, эти флуктуации – результат самоорганизации активности двух бактериальных штаммов.

Эксперименты на генетически модифицированных дрожжах подтвердили, что разнообразные формы коллективного поведения клеток могут порождаться простой системой межклеточной коммуникации, в которой одни и те же клетки производят химический сигнал и реагируют на него. Поведение такой системы зависит от того, отвечает ли клетка преимущественно на свои собственные сигналы или на сигналы клеток-соседей, а это, в свою очередь, определяется плотностью клеточной популяции, скоростью производства сигнального вещества и чувствительностью клеток к нему.

Биологи из Калифорнийского университета провели серию экспериментов на генетически модифицированных дрожжах. Первый штамм они назвали «производи и чувствуй» (secrete and sense). Эти

дрожжевые клетки производят альфа-фактор (половой феромон) и сами же на него реагируют при помощи мембранного рецептора Ste2. Геном дрожжей модифицировали так, чтобы альфа-фактор не стимулировал половой процесс, а активировал синтез зеленого флуоресцирующего белка (green fluorescent protein, GFP). Таким образом, по количеству GFP, производимого клеткой, исследователи могли судить о силе реакции на альфа-фактор. Кроме того, ген MFα1, кодирующий альфа-фактор, был помещен под управление промотора, активируемого доксициклином. Это позволило регулировать производство клетками альфа-фактора, меняя концентрацию доксициклина в среде.

Второй штамм назвали «только чувствуй» (sense only). Он отличается от первого отсутствием способности производить альфа-фактор (у него удален ген MFα1), а также постоянно работающим геном красного флуоресцирующего белка. Последняя особенность позволяет различать клетки sense only и secret and sense в смешанной культуре. Оба штамма были изготовлены в нескольких вариантах, различающихся уровнем экспрессии рецептора Ste2, от которого зависит чувствительность к альфа-фактору. Если поведение дрожжевых клеток определяется коммуникацией с соседями, то в смешанной культуре клетки обоих штаммов должны производить одинаковое количество GFP. Они будут реагировать на общую концентрацию альфа-фактора в среде, вне зависимости от того кто произвёл феромон. Но если окажется, что клетки secret and sense светятся ярче, это будет означать, что они реагируют на феромон, произведенный ими самими.

Смешанные культуры двух штаммов тестировались при разной плотности клеток и разной концентрации доксициклина. Используя клетки с разным уровнем экспрессии рецептора Ste2, авторы манипулировали еще и третьим параметром – чувствительностью клеток к альфа-фактору.

Как выяснилось, при высокой плотности популяции дрожжи обоих штаммов производят одинаковое количество GFP независимо от скорости синтеза альфа-фактора и чувствительности клеток к нему. Это означает, что в системе преобладает коммуникация с соседями, а самокоммуникация не играет существенной роли. Очевидно, при высокой плотности клеток концентрация альфа-фактора оказывается высокой во всей толще среды, и поэтому то, выделяет ли данная клетка альфа-фактор сама или только реагирует на «чужой» феромон, не влияет на ее поведение. При низкой плотности клеток ситуация оказалась иной. В этом случае всё зависит от двух других параметров: интенсивности производства альфа-фактора и чувствительности к нему. Если чувствительность клеток невысока и (или) клетки синтезируют альфа-фактор медленно, то преобладает коммуникация с соседями: штаммы secret and sense и sense only производят одинаковое количество GFP. Однако в случае интенсивного производства альфа-фактора и высокой

чувствительности к нему на первый план выходит самокоммуникация. Это проявляется в том, что дрожжи secret and sense производят значительно больше GFP, чем sense only. Причина этого в том, что вокруг клеток, производящих альфа-фактор в больших количествах, образуется область повышенной концентрации феромона, который не успевает диффундировать, а вместо этого быстро связывается с многочисленными рецепторами Ste2 на поверхности той клетки, которая его произвела. Можно сказать, что при низкой плотности дрожжи secret and sense, производящие много феромона и имеющие много рецепторов к нему, являются «асоциальными»: они общаются в основном сами с собой. Если же клетка производит феромон медленно или имеет мало рецепторов Ste2, то молекулы феромона успевают распространиться по окружающей среде и влияют на все соседние клетки примерно в одинаковой степени. Такие клетки можно условно назвать «социальными», потому что сигнальное вещество, которое они производят, воспринимается не только ими самими, но и всеми соседями.

Далее авторы усложнили экспериментальную систему, добавив в нее положительную обратную связь. Для этого они изменили геном дрожжей secrete and sense таким образом, чтобы уровень производства альфа-фактора зависел не от доксициклина, а от самого альфа-фактора. Что касается доксициклина, то он теперь регулировал силу этой положительной обратной связи, то есть то, в какой степени повышение концентрации феромона будет ускорять его производство. В результате получились дрожжи, у которых система синтеза альфа-фактора может находиться в одном из двух дискретных состояний: «включено» (альфа-фактор синтезируется по максимуму, стимулируя собственное производство) или «выключено» (базовый низкий уровень производства альфа-фактора, недостаточный для активации положительной обратной связи).

Оказалось, что при низкой плотности клеток и слабой положительной обратной связи (низкой концентрации доксициклина) все клетки остаются в состоянии «выключено». Если добавить в среду больше доксициклина, клетки начинают «включаться». Происходит это исключительно за счет самоактивации (концентрация альфа-фактора в среде остается слишком низкой, чтобы клетка могла активироваться за счет «чужого» феромона). При высокой плотности популяции и низкой концентрации доксициклина дрожжи, изначально «выключенные», по прошествии нескольких часов все включаются. Но теперь это происходит не из-за самоактивации (для которой положительная обратная связь недостаточно сильна), а из-за того, что в среде накопился альфа-фактор, произведенный совместными усилиями всех клеток. Таким образом, клетки помогают друг другу активироваться. Их поведение при этом становится согласованным: коммуникация с соседями, в отличие от

самокоммуникации, обеспечивает синхронную активацию всех клеток сразу.

В природных сигнальных системах, основанных на принципе «secrete and sense», часто присутствуют не только положительные, но и отрицательные обратные связи. Их также удалось смоделировать. Подопытные штаммы, укомплектованные положительной обратной связью, заставили производить протеазу Bar1 – фермент, расщепляющий молекулы альфа-фактора. В итоге получился сигнальный контур с двумя регуляторами: активатором и ингибитором, почти как в морфогенетической модели Тьюринга. В этой системе при определенной комбинации параметров (низкой плотности популяции, сильной положительной обратной связи и слабой отрицательной) авторы зафиксировали бимодальное состояние системы: в течение нескольких часов часть клеток находилась в состоянии «включено», часть – в состоянии «выключено». При этом все клетки были генетически идентичны. Различие их поведения определялось, скорее всего, случайной изменчивостью по чувствительности к альфа-фактору или по активности других компонентов сигнального каскада. Рано или поздно, однако, в этих бимодальных популяциях концентрация альфа-фактора в среде достигала уровня, достаточного для взаимной активации, и тогда все выключенные клетки включались.

Описываемая работа показала, что простые сигнальные системы, основанные на принципе «secrete and sense», способны обеспечить разнообразное групповое поведение клеток. Разнообразие порождается своеобразной конкуренцией между самокоммуникацией и коммуникацией с соседями. При низкой плотности популяции на первый план выходит самокоммуникация, потому что вокруг каждой клетки образуется область повышенной концентрации сигнального вещества. Это не позволяет клетке чутко реагировать на сигналы, производимые другими клетками, то есть самокоммуникация блокирует коммуникацию с соседями. При высокой плотности (а также при низкой чувствительности к сигнальному веществу или при низком уровне его производства) коммуникация с соседями становится важнее, чем «разговор с собой». Это делает возможным, например, сложное групповое поведение бактерий, основанное на «чувстве кворума». Авторы подчеркивают, что в основе такого поведения лежит низкий уровень производства бактериями и самого сигнального вещества, и рецепторов к нему. В результате эффект самокоммуникации слабеет, и клетка настраивается на восприятие сигналов, посылаемых другими клетками. Противоположная картина наблюдается у Т-лимфоцитов: они настроены на самокоммуникацию (производят много интерлейкина-2 и много высокочувствительных рецепторов к нему). Это позволяет в ходе иммунной реакции избирательно размножаться только отдельным клонам Т-клеток, хотя все клоны обладают одинаковой системой

синтеза сигнального вещества и реагирования на него[1-2].

Специалисты с кафедры молекулярной и клеточной биологии Гарвардского университета и кафедры системной биологии Гарвардской медицинской школы в ряде экспериментов выяснили, что механизм определяющий быть ли исследованным ими бактериальным клеткам одиночками или жить в коллективе, исключительно прост, поскольку в нем задействованы всего три гена. Но этот механизм обеспечивает слаженный (или, по-другому, модульный) переход из одного состояния в другое. Без этого невозможно было бы поддерживать сцепленные ансамбли клеток сколько-нибудь продолжительное время. Авторы работы считают, что этот механизм мог выполнять роль «тренажера многоклеточности». Экспериментальная установка, используемая в этой работе, представляла собой кювету с каналами. Каждый канал состоял из центральной, относительно глубокой бороздки, шириной и глубиной в одну клетку, и более мелких боковых протоков, окружающих основную бороздку и сообщающихся с ней. В центральной бороздке помещались клетки, их омывали медленно текущим по боковым протокам культуральным раствором. В центральных бороздках клетки росли и делились; если клеток в центральной бороздке становилось слишком много (больше, чем длина бороздки), то «лишние» клетки выходили из бороздок в кювету.

Подвижные одиночные клетки противопоставлялись неподвижным сцепленным. В одиночных подвижных клетках выделялся белок флагеллин, помеченный экспериментаторами зелёной меткой. Неподвижные коллективисты флагеллина не выделяли, но выделяли белок матрикса, который был помечен экспериментаторами красной меткой. В бороздках кюветы в соответствии с выбранным поведением росли и делились красные коллективисты и зеленые одиночки. Переход от одного образа жизни к другому регулировался, как выяснилось, за счет внутренних, а не внешних механизмов. Известно, что в этой регуляции задействованы всего три гена: SlrR, SinR и SinI. SinR обеспечивает подвижность клетки и тормозит SlrR; SlrR, в свою очередь, организует производство экзополимеров, обеспечивающих сцепление клеток, и тормозит SinR. Иными словами, SlrR и SinR образуют петлю обратной связи и взаимно регулируют друг друга. SinI, включившись в это взаимное противостояние, действует в пользу коллективистов, ингибируя дополнительно SinR. Судьба клетки – одиночная или коллективная – зависит от количества этих трех регуляторов. Если процесс перехода стохастичен, то есть количество этих регуляторов зависит от случайного колебания клеточных процессов, то число поколений в одном состоянии до перехода в другое

[1] Hyun Youk, Wendell A. Lim. Secreting and Sensing the Same Molecule Allows Cells to Achieve Versatile Social Behaviors. // Science. 2014. Vol. 343: 628.

[2] http://elementy.ru/novosti_nauki/432189/Prostaya_sistema_mezhkletochnoy_kommunikatsii_obespechivaet_raznoobraznoe_kollektivnoe_povedenie

состояние будет распределено по экспоненте (как период полураспада). Время, отведенное на жизнь в коллективе, оказалось значительно короче, чем время одиночной жизни. В среднем, клетки поддерживают сцепленное состояние в течение 8 генераций (продолжительность жизни клетки между двумя делениями около 27 минут), а потом все клетки в относительно короткое время распадаются на одиночные. Таким образом, один из переходов – от подвижного к неподвижному – стохастичен, то есть зависит от случайных колебаний концентраций регуляторов, зато второй обладает модульностью – то есть слаженным поведением клеток, и памятью – то есть время жизни в этом состоянии предопределено, последующее состояние зависит от предшествующих событий.

Несимметричность переходов из одного состояния в другое и обратно определяется пульсацией регулятора SinI. Распределение во времени его импульсов случайно, поэтому случаен и переход к сцепленному состоянию. Обратный же переход зависит от каких-то веществ, которые начинают экспрессироваться в результате этого пульса. Быстрое нарастание количества этих веществ, например белка матрикса, приводит к образованию цепочки. Время их синтеза, (а значит, их количество), так или иначе, определено. После прекращения синтеза их концентрация постепенно падает, ген SinR снова начинает работу и клетки переходят в подвижную фазу.

Получается, что время в сцепленном состоянии предопределено количеством «клея», выделяемого во время пульса SinI; как только его концентрация разбавляется ниже определенного значения, клетки синхронно теряют связь друг с другом, начиная синтез флагеллина. Память в данном процессе обеспечивается ограниченностью количества этого вещества, а скорость его разбавления определяет относительно строгую продолжительность неподвижной фазы.

Таким образом, даже в отсутствии внешних стимулов клетки могут переходить от одного состояния в другое все вместе. Механизм, ответственный за слаженность «решения» клеток, исключительно прост. В нем задействованы два гена, взаимно регулирующие друг друга, и третье вещество, которое синтезируется короткими пульсами. Авторы работы выдвигают предположение, что такой механизм мог быть предтечей перехода к многоклеточному существованию биопленок и клеточных конгломератов, на нем выстроилась регуляция устойчивых многоклеточных коллективов[1-2].

---

[1] Thomas M. Norman, Nathan D. Lord, Johan Paulsson, Richard Losick. Memory and modularity in cell-fate decision making. // Nature. 2013. Vol. 503: 481–486.

[2] James C .W. Locke. Systems Biology: How bacteria choose a lifestyle. // Nature. 2013. Vol. 503: 476–477.

Организменный уровень.

Функционирование многоклеточного организма даёт множество примеров самоорганизации активности клеток отдельных органов и систем, и самоорганизации этих органов и систем в работе организма как целого. Синхронизация электрических импульсов клеток сердца и нейронных сетей, секреции инсулина клетками гепатопанкреаса – в подобных ассоциациях пространственная и временная упорядоченность возникают путем нелинейных взаимодействий, поэтому предсказать механизм работы целого путём простого сложения деятельности отдельных элементов невозможно. Нервная система – пожалуй, самый демонстративный пример нелинейной самоорганизующейся структуры. В ответ на внешние импульсы клетки нервной системы генерируют потенциалы действия, передающиеся по цепям нейронов, объединяя их в сложные контуры возбуждённых клеток – нейронные сети. Какая из клеток будет задействована в нейронной сети и в какой степени – отчасти решается случаем. Количество отростков, синапсов, число нейронов, с которыми контактирует нервная клетка, так же могут быть определены для нейронов каждого типа лишь статистически. Нервная система – самообучающаяся система. Когда она сталкивается с импульсами из внешнего мира, не обладая ещё способностью к их обработке, анализу, структуризации, они представляют для неё не что иное, как белый шум, хаос. Хотя в нервной системе есть генетически предустановленные нейронные сети, уже при рождении способные распознавать некоторые стандартные простейшие комбинации импульсов, поступающих из внешней среды, да и дальнейшая структуризация нейронных связей проходит по достаточно жёстким магистральным направлениям, тем не менее, она опирается на внешние импульсы. Те нейроны, которые получают больше электромагнитных импульсов от рецепторов или других клеток нервной системы, то есть более активно участвуют в процессах обработки и передачи информации, развиваются активнее, образуют больше контактов с другими нейронами. Процесс образования, усиления и ослабления межнейрональных связей происходит в мозгу непрерывно; при решении какой-либо определённой задачи или выполнении какого-либо действия возбуждаются специфические нейронные цепи, контролирующие выполнение этого действия. Уже через несколько минут повышенной активности, в задействованной нейронной сети образуются новые синаптические контакты между нейронами и расширяются, укрепляются старые, что заметно на микроскопических препаратах. В незадействованных же нейронных сетях межнейрональные контакты постепенно атрофируются.

Суммарно, у одного сенсорного нейрона насчитываются около 1300 пресинаптических окончаний, соединяющих его с примерно 25 разными клетками-мишенями – мотонейронами, возбуждающими интернейронами и тормозными интернейронами. Из этих 1300

Одним из самых блестящих достижений нейробиологии XX века стала расшифровка молекулярных механизмов памяти. Нобелевский лауреат Эрик Кандел (Eric Richard Kandel) и его коллеги сумели показать, что для формирования самой настоящей памяти – как кратковременной, так и долговременной – достаточно всего трех соединенных между собой нейронов (рис. 5.19). Память изучалась на примере формирования условного рефлекса у гигантского моллюска – морского зайца *Aplysia*. Моллюску осторожно трогали сифон, и тотчас вслед за этим сильно били по хвосту. После такой процедуры моллюск некоторое время реагирует на легкое прикосновение к сифону бурной защитной реакцией, но вскоре всё забывает (кратковременная память). Если «обучение» повторить несколько раз, формируется стойкий условный рефлекс (долговременная память). Процесс обучения можно полностью воспроизвести на простейшей системе из трех изолированных нервных клеток. Один нейрон (*сенсорный*) получает сигнал от сифона (в данном случае – чувствует легкое прикосновение). Сенсорный нейрон передает импульс моторному нейрону, который, в свою очередь, заставляет сокращаться мышцы, участвующие в защитной реакции (*Aplysia* втягивает жабру и выбрасывает в воду порцию красных чернил). Информация об ударе по хвосту поступает от третьего нейрона, который в данном случае играет роль *модулирующего*.

Первый синапс служит для передачи импульса от сенсорного нейрона к моторному. Второй синапс передает импульс от модулирующего нейрона к окончанию сенсорного. Если в момент прикосновения к сифону модулирующий нейрон «молчит» (по хвосту не бьют), в синапсе 1 выбрасывается мало нейромедиатора, и моторный нейрон не возбуждается. Однако удар по хвосту приводит к выбросу нейромедиатора в синапсе 2, что вызывает важные изменения в поведении синапса 1. В окончании сенсорного нейрона вырабатывается сигнальное вещество cAMP (циклический аденозинмонофосфат). Это вещество активизирует регуляторный белок – протеинкиназу А. Протеинкиназа А, в свою очередь, активизирует другие белки. В конечном счете, это приводит к тому, что синапс 1 при возбуждении сенсорного нейрона (то есть в ответ на прикосновение к сифону) начинает выбрасывать больше нейромедиатора, и моторный нейрон возбуждается. Это и есть кратковременная память: пока в окончании сенсорного нейрона много активной протеинкиназы А, передача сигнала от сифона к мышцам жабры и чернильного мешка осуществляется более эффективно.

Если прикосновение к сифону сопровождалось ударом по хвосту много раз подряд, протеинкиназы А становится так много, что она проникает в ядро сенсорного нейрона. Это приводит к активизации другого регуляторного белка – транскрипционного фактора CREB. Белок CREB «включает» целый ряд генов, работа которых приводит к разрастанию синапса 1 или к тому, что у окончания сенсорного нейрона вырастают дополнительные отростки, которые образуют новые синаптические контакты с моторным нейроном. В обоих случаях эффект один: теперь даже слабого возбуждения сенсорного нейрона оказывается достаточно, чтобы возбудить моторный нейрон. Это

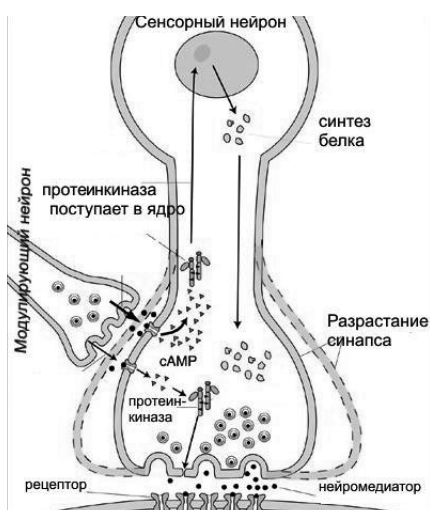


Рис. 5.19. Нейронная система, лежащая в основе механизма формирования памяти.

и есть долговременная память. Остается добавить, что, как показали дальнейшие исследования, у высших животных и у нас с вами память основана на тех же принципах, что и у аплизии.

пресинаптических окончаний лишь примерно у 40 есть активные синапсы, и только в этих синапсах имеется аппарат для выделения нейромедиатора. Остальные нейроны бездействуют. При долговременной сенсибилизации число синаптических окончаний увеличивается более чем вдвое (с 1300 до 2700), а доля активных синапсов возрастает с 40 % до 60 %. Кроме того, у мотонейрона также образуются дополнительные отростки, с которыми связываются некоторые новые окончания сенсорных нейронов. По мере того как память слабеет, а реакция возвращается к норме, число пресинаптических окончаний снижается с 2700 до примерно 1500, что не намного больше их первоначального количества. По-видимому, с этим остаточным явлением и связан открытый Эббингаузом факт, что при повторном выполнении того же задания животное может обучаться быстрее. При долговременном привыкании общее число пресинаптических окончаний, напротив, снижается с 1300 примерно до 850, а число активных окончаний – с 500 примерно до 100, что приводит к почти полному выключению синаптической передачи[1].

Нейробиологи из медицинского центра Нью-Йоркского университета используя в своих опытах генно-модифицированных мышей, с производящими желтый флуоресцирующий белок пирамидальными нейронами слоя V неокортекса, наблюдали с использованием двухфотонного лазерного микроскопа за ростом и отмиранием дендритных шипиков in vivo. В первом эксперименте мышей в течение двух дней обучали бегать по быстро вращающемуся цилиндру – трюк, требующий определенного навыка. За эти два дня у мышей в нейронах участка моторной коры, отвечающего за движение передних лап, образовалось на 5–7% больше новых шипиков, чем у контрольных мышей, которые ничему не обучались (рис. 5.21). Кроме того, оказалось, что при продолжении однообразных тренировок образование новых шипиков замедляется (поскольку зверек уже научился этому трюку), но снова активизируется, если начать учить мышей чему-то другому (например, бежать по тому же цилиндру задом

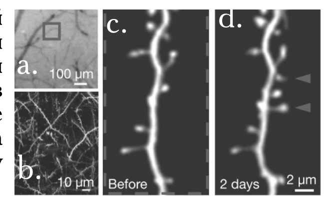


Рис. 5.21: a, b — Сеть отростков нейронов моторной коры при разных увеличениях, прямоугольником выделен участок, показанный с большим увеличением на рисунках c и d; c, d — Формирование новых шипиков на отдельном участке одного дендрита до (c) и после (d) тренировок. На рисунке е стрелками показаны два дендритных шипика, выросшие за два дня обучения бегу на крутящемся цилиндре.

[1] Guang Yang, Feng Pan, Wen-Biao Gan. Stably maintained dendritic spines are associated with lifelong memories. // Nature. 2009. Vol. 462(7275): 920-924. Doi: 10.1038/nature08577.

наперед). Это означает, что образование шипиков связано именно с обучением, а не просто с физическими упражнениями.

Во втором эксперименте вместо бега по крутящемуся цилиндру мышам нужно было научиться жить, а также находить пищу и воду в помещении, заполненном свисающими с потолка гирляндами из шариков. На этот раз новые шипики образовывались преимущественно в отделе коры, получающем информацию от вибрисс. У мышей с обстриженными вибриссами дендриты этого отдела мозга не формировали новых шипиков. Рост дендритных шипиков замедлялся после двух дней жизни в необычной обстановке, но снова активизировался при пересадке мыши в помещение с гирляндами иного типа. После того, как однодневные тренировки прекращались, более 75% новых шипиков утрачивались в течение следующих двух недель. Гораздо медленнее происходила утрата шипиков, приобретенных в ходе более длительного (4 – 14-дневного) обучения.

Уолтер Фримен (Walter Freeman) из университета Беркли (University of California at Berkeley) описал динамику обонятельного отдела нервной системы как детерминировано-хаотического процесса. В ответ на стимуляцию нейроны генерируют вспышки активности, и несущие волны активности формируют выраженные и стабильные «карты» амплитуд (рис. 5.22). Когда к спектру знакомых запахов добавляется новый, формируются новые специфические карты амплитуд. Одновременно и остальные «карты» претерпевают изменения. ЭЭГ отображается в трехмерной системе координат, а в качестве четвертого измерения используется цвет. По каждой из осей откладывается амплитуда ЭЭГ в конкретной части обонятельной системы – в обонятельной луковице или одной из двух областей обонятельной коры. Амплитуда ЭЭГ в третьей области обонятельной коры представляется цветом, изменяющимся от красного для больших значений амплитуды до синего – для малых.

Таким образом, координаты каждой точки портрета отвечают значениям амплитуд ЭЭГ, зарегистрированных в данный момент времени в указанных отделах обонятельной системы. Следующая точка имеет координаты, соответствующие значениям амплитуд, зарегистрированным через 0,001 с. Соседние точки соединяются линией определенного цвета. Полученную таким образом картину «вращают» в пространстве, чтобы найти наиболее информативную проекцию и обнаруженные формы свидетельствуют о существовании аттракторов в хаотичной системе (рис. 5.23). Каждый аттрактор соответствует поведению системы при воздействии определенного входного сигнала, например знакомого запаха. Полученные картины позволяют предполагать, что акт восприятия состоит в скачкообразном переходе динамической системы из области одного аттрактора в область другого. Исследователь полагает, что у человека и животных в обонятельных

луковице и коре существует и поддерживается множество аттракторов, каждый из которых связан с одним определенным запахом из числа известных индивиду. Как только новый запах обретает какое-то значение для индивида, к набору существующих аттракторов добавляется новый, а старые несколько модифицируются[1-2].

Одиночный нейрон без связей с другими нейронами не жизнеспособен, нервная клетка постепенно накапливает факторы, инициирующие в ней апоптоз, а также факторы, блокирующие активацию апоптоза, но инициаторы апоптоза накапливаются быстрее, так что в одиночном нейроне запускается программа саморазрушения. Нейроны способны синтезировать факторы, блокирующие активацию апоптоза в количестве, достаточном для того, чтоб остановить его, лишь совместно. Поэтому выживают только клетки, установившие достаточное количество связей друг с другом, то есть, опять же, наиболее активно участвующие в передаче и обработке информации, включённые в работающие нейронные цепи. В процессе эмбрионального, и даже постэмбрионального развития в нервной системе идёт конкуренция на клеточном уровне, клетки, которым не удалось образовать достаточное количество связей, умирают. При эмбриональном развитии нервной

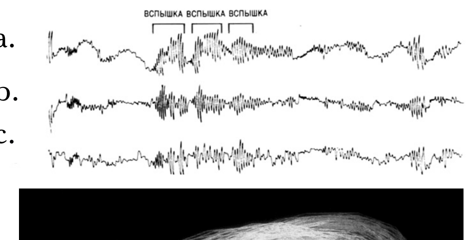


Рис. 5.22. Одновременные ЭЭГ обонятельной луковицы (a), передней (b) и задней (c) частей обонятельной коры кошки имеют вид низкочастотных волн, прерываемых вспышками — колебаниями с большой амплитудой и высокой частотой. Вспышки возникают при предъявлении запахов; их средняя амплитуда составляет приблизительно 100 мкВ, а продолжительность — доли секунды между вдохом и выдохом.

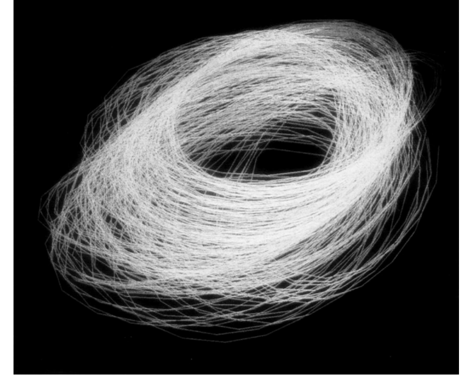


Рис. 5.23. Странный аттрактор ЭЭГ обонятельного отдела нервной системы в трехмерной системе координат.

[1] Freeman W.J. A neurobiological theory of meaning in perception. Part 1. Information and meaning in nonconvergent and nonlocal brain dynamics. // Int J Bifurc Chaos. 2003. Vol. 13: 2493-2511.

[2] Freeman, W.J. A neurobiological theory of meaning in perception. Part 2. Spatial patterns of phase in gamma EEG from primary sensory cortices reveal the properties of mesoscopic wave packets. // Int J Bifurc Chaos. Vol. 13: 2513-2535. http://sulcus.berkeley.edu/

системы погибают до 90% образующихся нервных клеток.

Оказалось, что лишние нейроны устраняются не только путём апоптоза, микроглия также поглощает лишние стволовые клетки. Стивен Ноктор (Stephen C. Noctor) и его коллеги из Калифорнийского университета в Дэвисе (UC Davis MIND Institute) наблюдая за меченными флуоресцентными красителями клетками микроглии и нервными стволовыми клетками в тканевой культуре мозга эмбриона мыши зафиксировали процесс миграции микроглиальных клеток к скоплению стволовых клеток, выбора и поглощения в скоплении одиночных предшественников нейронов. Весь процесс нападения и поглощения занимал около двух часов. Тот же результат был и в случае, когда вместо эмбриона мыши использовался эмбрион обезьяны. Избыток нейронов часто отмечается при таких психоневрологических болезнях, как аутизм и шизофрения, и это, возможно, связано с функциональной патологией клеток микроглии[1].

Если ребёнок рождается глухим, но путём операции можно вернуть ему слух, это необходимо сделать в первые месяцы его жизни. Позже, даже в случае восстановления органов восприятия звука, он останется глухим, так как слуховые зоны мозга останутся не сформированными, не будет образовано нейронных сетей, способных обработать поступающую слуховую информацию. Эти сети формируются при воздействии потенциалов действия, приходящих от слуховых рецепторов, то есть с помощью самой информации, поступающей по аудиальному каналу. Первоначально в хаотичном для мозга потоке сигналов мозг начинает улавливать некие общие паттерны, структуру, закономерность, научается различать звуки различной частоты, громкости (что кодируется различными последовательностями потенциалов действия), научается различать всё более сложные повторяющиеся комплексы звуков, находит связи между аудиальной, тактильной, визуальной информацией, методом проб и ошибок вырабатывает в ответ на поступающую аудиальную информацию адекватные ответные реакции, активные действия, которые приводили бы к состоянию, приносящему удовлетворение, и так далее. Происходит самоструктуризация, самоорганизация нейрональных связей под непосредственным воздействием информационных сигналов внешней среды и, соответственно, непосредственно приспособленных обрабатывать именно эти сигналы. Конечно, это упрощённая картина. Каждый отдел мозга приспособлен для обработки сигналов от рецепторов определённой модальности, слуховые зоны коры головного мозга вряд ли смогут адекватно сформироваться для обработки зрительной информации, если бы удалось иннервировать ими органы

[1] Cunningham C., Martinez-Cerdeno V., Noctor S.C. Microglia regulate the number of neural precursor cells in the developing cerebral cortex. // The Journal of Neuroscience. 2013. Vol. 33: 4216. Doi: 10.1523/jneurosci.3441-12.2013.

зрения, но частичная замена утерянной зоны мозга другими, что известно в клинической практике, говорит о пластичности, модифицируемости, самоорганизуемости нейрональных структур.

При неизменности основной схемы самоорганизации, которая задана генетически, во внешнем динамическом хаосе, также отражающемся в самоорганизации нервной системы, вероятностные процессы выживания отдельных нейронов, формирования отдельных нервных отростков и межнейрональных контактов приводят к тому, что каждая нервная система в деталях оказывается уникальной, топологию формирующейся нервной системы невозможно предсказать с точностью до отдельного нейронального синапса. На неё всегда будут влиять непредсказуемые флуктуации, присущие всем процессам самоорганизации, и она всегда будет зависеть от среды, в которой проходит её самоорганизация. Поэтому характер нейрональных комплексов будет различен в деталях не только у детей, выросших в различном звуковом окружении, но и у близнецов, выросших в сходных условиях. Каждая самоорганизующаяся система, описываемая странным аттрактором, траектории которого никогда не повторяют сами себя, будет в деталях уникальна, причём различия между такими системами могут со временем возрастать, так как процесс формирования нейрональных структур нелинеен: на образование нейронной сети влияет поступающая информация, но и обработка самой информации зависит от особенностей сети. При изначально небольшом различии строения сетей поступающая информация, обрабатываясь в них различно, приведёт к появлению всё более различающихся вторичных структур. Не исключена и частичная конвергенция нейрональных структур. Слуховая система взята лишь в качестве примера; описанное верно и для других отделов нервной системы существ, нервная система которых обладает достаточной сложностью. Но в природе есть и примеры полностью детерминированного развития нервной системы. У нематоды *Caenorhabditis elegans*, организм которой в дефинитивном состоянии содержит ровно 959 клеток (не считая половых, число которых непостоянно), она состоит из 294 нейронов, общих для обоих полов (самцов и гермафродитов), к которым добавляется 8 «полоспецифичных» нейронов у гермафродитов и 89 – у самцов. Число синапсов тоже подсчитано: около 5000 химических синапсов, 500 электрических и 2000 нервно-мышечных. Каждый нейрон имеет фиксированную форму и расположение и выполняет строго определенную функцию. Отростки нервных клеток почти не ветвятся и часто даже не делятся однозначно на «входные» дендриты и «выходные» аксоны, совмещая функции приема и передачи сигналов.

Найденная нематодой экологическая ниша позволяет этому существу со столь жёстко детерминированным развитием мозаичного типа существовать в меняющейся внешней среде, а простота строения

позволяет обходиться без самоорганизации. Об отсутствии процессов самоорганизации говорит точная воспроизводимость в анатомии каждой особи всех деталей строения нервной системы, характерных для данного вида. Значит местоположение каждого нейронного отростка или синапса задано генетически.

Внимание исследователей привлекает несоответствие огромного различия сложности организации таких видов, как *Caenorhabditis elegans* и *Homo Sapiens* при малом различии числа генов. И если 20 тысячами генов можно описать простую нервную систему нематоды, то точно задать местоположение каждого синапса миллиардов нервных клеток человека невозможно никаким числом генов, на таком уровне сложности организации и вступают в игру силы самоорганизации, обеспечивающие непропорциональное увеличению числа генов возрастание сложности организма.

Другой пример самоорганизации – образование капиллярной кровеносной сети. При закладке кровеносной системы образуется избыточная сосудистая сеть, те сосуды, по которым течёт основной объём крови, развиваются наиболее интенсивно, становясь магистральными сосудами кровеносной системы, сосуды, задействованные в меньшей степени, становятся сосудами второго, третьего порядка и так далее до самых мелких капилляров. Сосуды же, принявшие на себя объём крови меньше критического минимума, атрофируются и исчезают. Если можно точно предсказать, зная общее анатомическое строение организма, где пройдут магистральные сосуды, то точный паттерн ветвления капилляров предсказать невозможно, он уникален для каждого организма. Зная механизм роста капилляров и потребности тканей в обмене веществ и газов, можно лишь предсказать густоту и некоторые другие общие особенности капиллярного древа, конкретное же положение, изгибы и паттерн ветвления каждого капилляра зависят от случайных особенностей микроскопической анатомии тканей и от случайностей самого процесса самоорганизации этой структуры. Генетически заданы лишь общие механизмы роста и ветвления сосудов, но никак не местоположение каждого капилляра. Уникальность деталей каждого капиллярного древа вместе с уникальностью соединительнотканных образований легли в основу распознавания личности по капиллярной сети радужной оболочки глаза. Передний, видимый, гистологический слой радужной оболочки состоит из соединительной ткани (так называемая строма), являющейся по своему происхождению производным мезенхимы и содержащий главным образом сосуды. Радужная оболочка имеет определенный рисунок и неровную поверхность, что обусловлено идущими в строме главным образом в радиальном направлении тяжиками (трабекулы), между которыми образуются углубления (крипты). Будучи частью сосудистого тракта глаза, радужная оболочка содержит многочисленные кровеносные

сосуды различного калибра (рис. 5.24); трабекулы соответствуют ходу наиболее крупных из них.

Также уникальность отпечатков пальцев человека опирается на неповторимость элементарных деталей самоорганизации паттернов дерматоглифики. Генетически задано общее поведение клеток дермы, формирующих рисунок кожи пальцев, но не детерминировано каждое деление, микроскопическое перемещение каждой клетки, и не определено местоположение каждого элемента внеклеточного матрикса. В однослойной культуре миобластов, фибробластов или эпидермальных клеток (как и многих других типов клеток), при отсутствии какой-либо линейной ориентации или каких-либо других влияний субстрата, дающих позиционную информацию о пространственном расположении клеток, возникает самоорганизация потоков движущихся клеток с появлением упорядоченных структурных паттернов, подобных паттернам дерматоглифики (рис. 5.25). При универсальности набора топологических сингулярностей потоков клеток *in vitro* мы не





a. b.

Рис. 5.24. Радужная оболочка глаза человека (a) и рептилии (b).

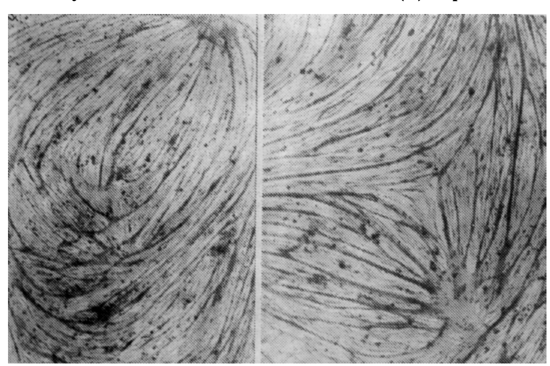


Рис. 5.25. Расположение миотуб, визуализирующих самоорганизацию движущихся потоков миогенных клеток in vitro.

можем предсказать положение каждой сингулярности так же, как не можем предсказать местоположение точек сингулярностей в реакции Белоусова-Жаботинского или центров кристаллизации в гомогенном перенасыщенном растворе. Паттерны дерматоглифики – результат самоорганизации клеток эпидермиса, стандартные в общих чертах для всех людей (так как поведение клеток задано генетически), и уникальные в деталях у каждого человека.

Группа швейцарских исследователей обнаружила, что каждый человек обладает уникальным «отпечатком дыхания» (breathprints), который меняется в течение дня и отражает химические реакции, происходящие в организме. В ходе экспериментов добровольцы дули в масс-спектрометр, который раскладывал выдох на химические компоненты. В отличие от старых методов, требующих подготовки образцов, прибор, использованный в этом исследовании, способен непосредственно принять дыхание и выдать результаты в реальном времени. Оказалось, что состав выдоха несколько разнится от образца к образцу, но всегда сохраняет в неизменном виде некоторую свою часть, которая может использоваться в качестве уникальной «подписи» человека[1].

Высоко малигнизированная опухоль мозга может рассматриваться не как неорганизованная клеточная масса, но как самоорганизованная адаптивная комплексная динамическая биосистема. При исследовании динамики роста многоклеточных сфероидов опухолевых клеток U87MGmEGFR в специфическом внеклеточном матриксном геле обнаружено, что пролиферация клеток опухоли и их инвазия коррелируют друг с другом, находясь в соотношении, позволяющем достичь максимальной скорости перемещения клеток и максимальной динамики пространственно-временной экспансии опухоли[2].

В последние годы парадигма тканевой инженерии сместилась, начав включать новую и растущую область исследований бескаркасных техник генерации самоорганизующихся и самособирающихся тканей. В процессе формообразования самоорганизующиеся ткани показывают биологические процессы сходные с теми, что протекают *in vivo*, функционально и морфологически такие ткани также повторяют природные[3].

---

[1] Martinez-Lozano Sinues P., Kohler M., Zenobi R. Human Breath Analysis May Support the Existence of Individual Metabolic Phenotypes. // PLoS ONE. 2013. Vol. 8(4): e59909. Doi:10.1371/journal.pone.0059909.

[2] Deisboeck T.S., Berens M.E., Kansal A.R., Torquato S., Stemmer-Rachamimov A.O., Chiocca E.A. Pattern of self-organization in tumour systems: complex growth dynamics in a novel brain tumour spheroid model. // Cell Prolif. 2001. Vol. 34(2): 115-34.

[3] Athanasiou K.A., Eswaramoorthy R., Hadidi P., Hu J.C. Self-organization and the self-assembling process in tissue engineering. // Science. 2013. Vol. 340(6128): 48-52. Doi: 10.1126/science.1229495.

Само развитие многоклеточного организма как целого сопряжено с рядом явлений самоорганизации, фазовых переходов, бифуркаций. Изначальная асимметрия яйцеклетки задаётся асимметрией взаимодействия с внешней средой: контактом с питающими ооцит клетками (у дрозофилы, полюс ооцита, контактирующий с питающими клетками, соответствует анимальному полюсу зародыша), местом вхождения сперматозоида, градиентом освещённости (у зиготы бурой водоросли пельвеции первое деление дробления проходит перпендикулярно направлению падения на неё лучей света, причём более освещённый бластомер даёт начало таллому, менее освещённый – ризоидам) и прочее. Эта изначальная асимметрия реализуется при помощи градиента первичных морфогенов – белков, способных специфично связываться с определёнными участками ДНК, включая или выключая определённые гены. Различие набора активных, работающих генов в разных бластомерах и их потомках ведёт к различным направлениям их дифференцировки. В зависимости от концентрации первичных морфогенов в разных частях эмбриона включаются гены синтеза тех или иных вторичных морфогенов, затем третичных и так далее. Таким образом, запускается каскад дифференциальной генной экспрессии, приводящий к тому, что у каждой группы клеток, дифференцирующихся в своём особом направлении, появляется свой уникальный набор концентраций морфогенов, включающий именно те гены, которые необходимы для того пути развития, по которому суждено пойти этой группе клеток. Самоорганизация взаимодействий групп морфогенов приводит к появлению всё более дифференцированной, имеющей всё большее число элементов структуре эмбриона. Иными словами, появляется асимметрия, возникает новая информация, снижается уровень энтропии внутри системы. Пример такой дифференциации приведён на рисунке 5.26. Специфически окрашенные продукты генов *bicoide, kruppel, fushi tarazu* и *engrailed* создают сначала общий градиент концентрации морфогена, затем делят эмбрион на 3, 7 и 14 полос экспрессии, соответственно, разделяя, таким образом, эмбрион на 14 частей, это результат взаимодействия продуктов морфогенетических генов друг с другом (Приложение, рис. 4). Морфоген *Engrailed* делит эмбрион уже на 14 частей, на этой стадии уже определены передний и задний концы каждого сегмента зародыша, при этом местоположение самих сегментов задаётся теперь местами экспрессии гена *fushi tarazu* (рис. 5.27).

Самоорганизацию паттерна распределения концентраций морфогенов определяющих направление дифференцировки каждой части тела, можно описать, как самоорганизацию активности генов, управляющих развитием. Каждый ген, участвующий в развитии, обладает множеством регуляторных последовательностей, связывание с одними ингибирует активность гена, с другими – его активирует.

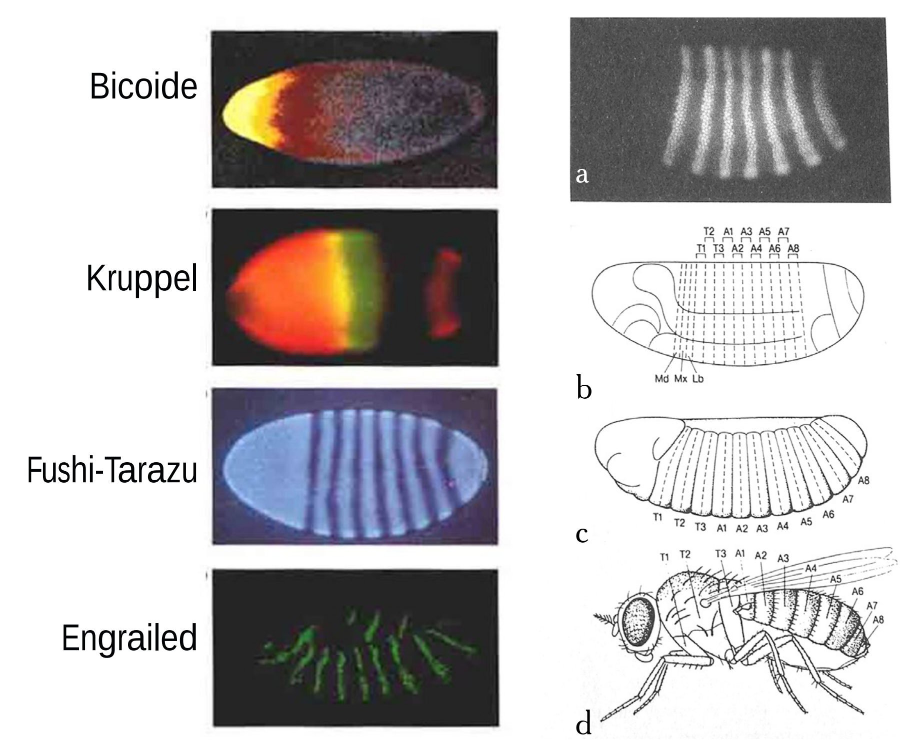


Рис. 5.26. Иерархия экспрессии морфогенетических генов при усложнении тела зародыша (сверху вниз).

Рис. 5.27: a — Специфичное окрашивание продукта экспрессии гена fushi tarazu; b — Схема будущей сегментации еще морфологически не сегментированного зародыша, определенная местами экспрессии морфогена; c — Морфологическая сегментация зародыша; d — Сегменты тела взрослого животного, соответствующие рисунку сегментации эмбриона.

На активность экспрессии гена (и на само наличие экспрессии) влияет число связанных белками регуляторами (морфогенами) регуляторных последовательностей – ингибиторов и активаторов. Если последовательностей ингибиторов какого либо гена связано больше, чем последовательностей активаторов, ген не экспрессируется. Часто он не экспрессируется, если нет активаторов, даже при отсутствии ингибиторов. В некоторых случаях, чем больше последовательностей ингибиторов окажется связанным, тем ниже активность гена, и чем больше последовательностей активаторов связано, тем выше его активность. Таким образом, уровень активности гена определяется градиентом концентраций активаторов и ингибиторов. Но часто изменение концентраций различных регуляторных белков воздействует

нелинейно на уровень активности гена, их влияние зависит от иерархии значимостей регуляторных последовательностей, скажем, связывание одной последовательности ингибитора может значительно снизить или прекратить экспрессию гена, несмотря на наличие множества занятых последовательностей активаторов.

Продукты двух и более генов могут перекрестно активировать и/или ингибировать друг друга. Мало того, сами продукты синтеза одного гена могут служить для него же активатором (тогда образуется цикл положительной обратной связи: чем больше продуктов экспрессии гена синтезируется, тем активнее синтез) или ингибитором (образуется цикл отрицательной обратной связи: продукты экспрессии гена деактивируют родительский ген). Продукт одного гена может быть регулятором для целого ряда других, и большой ряд регуляторов могут в той или иной степени воздействовать на активность одного гена. Примеры генных взаимодействий в процессе развития организма можно продолжать. Эти взаимодействия образуют сложную, самоорганизующуюся, обладающую нелинейным поведением сеть генных взаиморегуляций, обладающих системами обратной связи, самобалансировки, формирующих удивительно точный паттерн цитодифференцировки на основе стохастических взаимодействий градиентов молекул морфогенов с их генами-мишенями. Морфогенез любого организма – достаточно точный и детерминированный процесс, любые даже небольшие отклонения в развитии организма, скорее всего, приведут к уродствам или снижению жизнеспособности. Но общий самоорганизационный характер процесса развития организма сохранился, лишь стабилизировавшись сетью достаточно жёстких генных регуляций.

К. Уоддингтон (K. Waddington), выдающийся английский эмбриолог, представлял развитие организма как каскад бифуркаций и выбор траекторий развития, или креодов (рис. 5.28). Бластомеры, образующиеся в результате деления зиготы, попадают в различные условия, определяемые проходящим через них градиентом концентраций морфогенов, химическими и механическими межбластомерными взаимодействиями, гетерогенностью других факторов внешней среды абиотического происхождения. Уже первые 2 бластомера содержат в своей цитоплазме разный набор морфогенов. Набор рецепторов и других элементов над- и субмембранного комплексов тех частей плазматической мембраны бластомеров, которые обращены к другим бластомерам, отличается от таковых в

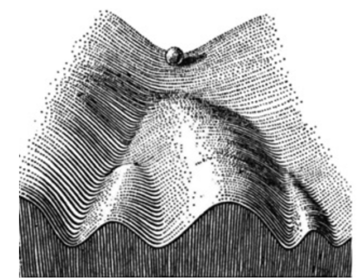


Рис. 5.28. Морфогенетический ландшафт К. Уоддингтона.

Уоддингтон, Конрад Хэл (Conrad Hal Waddington) (8 ноября 1905 года, Эвешемен, Вустершир, Великобритания – 26 сентября 1975 года, Эдинбург, Великобритания) (рис. 5.29) – английский биолог, командор ордена Британской империи, член Лондонского и Эдинбургского королевских обществ. Сфера профессиональных интересов: биология развития, палеонтология, генетика, эмбриология и философия. Заложил основы системной биологии.

В 1930-е годы Уоддингтон обнаружил мутации, влияющие на клеточные фенотипы и написал свой первый учебник по эпигенетике развития. В конце 1930-х годов Уоддингтон построил формальные модели того, как регуляторные продукты генов могут влиять на пути эмбрионального развития, продемонстрировал на примере крыльев мушки-дрозофилы как это влияние может быть изучено путём систематического анализа мутаций. Действенность предложенных методов подтвердили Кристиана Нюсляйн-Фольхард (Christiane Nusslein-Volhard) и Эрик Вишаус (Eric Francis Wieschaus), получившие за свои исследования нобелевскую премию 1995 года по медицине.

Уоддингтон является автором концепции «канализированности» (в русскоязычной литературе также употребляется термин «автономность»), которая означает способность организмов порождать одинаковые фенотипы, независимо от действия генов или условий внешней среды. Ему принадлежит открытие механизма и возможных принципов действия генетической ассимиляции, позволяющей сделать постоянной частью процесса эмбрионального развития реакцию животного на воздействие окружающей среды.


Рис. 5.29. Конрад Хэл Уоддингтон.

Уоддингтону принадлежит образное выражение «эпигенетический ландшафт», который метафорически означает воздействие генов на развитие организма. Смысл этой метафоры состоит в следующем. Обычный географический ландшафт определяет русла рек, то есть пути их течения от истока к устью. Какие-либо изменения ландшафта (например, вызванные землетрясениями, оползнями) меняют картину рельефа местности и изменяют направления и пути течения рек. Таким образом, если представить себе путь развития организма в виде реки, где исток означает оплодотворение, а устье – физическую зрелость, то рельеф местности, где течёт эта река и который направляет её течение, представляет собой внешние условия, определяющие развитие организма. Справедливости ради следует сказать, что сам Уоддингтон вместо реки предпочитал говорить о мраморном шарике, который скатывается с вершины горы, рельеф которой определяет его путь к подножью. Для «траектории» организма в процессе его развития Уоддингтон ввёл специальный термин – «креод». Мутации применительно к креоду представляют собой «сейсмический фактор», который, подобно землетрясению, изменяет эпигенетический ландшафт. Последняя идея была наиболее революционной: Уоддингтон был первым, кто сформулировал современное представление о роли мутаций как о факторах, влияющих на процесс развития организма и, следовательно, составляющих основу изменчивости, одного из трёх главных факторов биологической эволюции.

Труды:

Уоддингтон К.Х. Организаторы и гены Монография. М. Изд-во Иностранной литературы. 1947. 240 стр.

Уоддингтон К. Морфогенез и генетика М. Мир. 1964.

Waddington C.H. Principles of Embryology. London. George Allen & Unwin. 1956.

Waddington C.H. The Strategy of the Genes. London. George Allen & Unwin. 1957.
Waddington C.H. Biological organisation cellular and subcellular : proceedings of a Symposium. London. Pergamon Press. 1959.
Waddington C.H. The ethical animal. London. George Allen & Unwin. 1960.
Waddington C.H. The human evolutionary system. In: Michael Banton (Ed.), Darwinism and the Study of Society. London. Tavistock. 1961.
Waddington C.H. The Nature of Life. London. George, Allen, & Unwin. 1961.
Waddington C.H. Principles of development and differentiation. New York. Macmillan Company. 1966.
Waddington C.H. New patterns in genetics and development. New York. Columbia University Press. 1966.

частях плазматической мембраны, обращённых во внешнюю среду. Сумма этих факторов направляет развитие делящихся клеток по тому или иному пути. До точки бифуркации клетка потенциально имеет возможность пойти по любому из двух возможных путей; на стадии детерминации её судьба уже определена, выбор сделан, хотя при кардинальном изменении условий, например, *in vitro*, переход на другую траекторию ещё возможен; далее клетка входит в стадию дифференцированности, необратимых изменений, в этой стадии смена траектории развития (возврат к пройденной точке бифуркации) становится невозможной.

Р. Том в 1970 году писал, что разработке его динамической теории морфогенеза способствовало чтение руководств по эмбриологии, в частности, книг Уоддингтона, представления которого о “креодах” и “эпигенетическом ландшафте” хорошо укладываются в абстрактную схему, содержащуюся в теории структурной устойчивости дифференцируемых функций и отображений. Идеи Уодингтона стали редким случаем влияния эмбриологических идей на разработку столь общей математической теории как теории катастроф.

Когда клетка находится в точке бифуркации, лишь небольшой толчок в том или ином направлении запускает соответствующую программу дифференцировки, поэтому иногда достаточно совершенно незначительной концентрации морфогенов или иного следового по своей силе воздействия для определения судьбы клетки. Клетка в многоклеточном организме – это элемент, подчинённый самоорганизующемуся целому и становящийся частью этого целого; параметром порядка в системе развивающегося многоклеточного организма являются самоорганизующиеся морфогенетические поля химической, энергетической, механической природы, включающие в процесс самоорганизации активность генома, поставляющего реагенты для поддержания и развития этих полей.

На примере приспособления бактерий к антибиотикам удалось показать, что дарвиновская эволюция может использовать лишь очень малую часть из множества теоретически возможных путей достижения цели. Каждая отдельная мутация должна повышать приспособленность,

иначе она будет отсеяна отбором. При этом положительный или отрицательный эффект многих мутаций зависит от того, какие мутации уже успели зафиксироваться ранее. Ограниченность числа допустимых «мутационных траекторий» делает эволюцию предопределенным и предсказуемым процессом, создавая некий бифуркационный «мутационный ландшафт», траектории которого, так же как и в случае эпигенетического ландшафта, сочетают в себе детерминированность определяемую эпистазом и неопределенность, возникающую в результате случайного возникновения мутаций[1].

Например, в процессе адаптации к высокой температуре в тех линиях бактерий, в которых закреплялась полезная мутация в комплексе *rpoABC*, куда входит *rpoB* (кодирует один из компонентов РНК-полимеразы), с большой вероятностью присутствовали также и мутации еще в пяти генных комплексах и почти наверняка не было мутаций в гене rho (играет ключевую роль в терминации транскрипции), а также в комплексах *ICLR* и *CLS*. Если же в данной линии мутировал ген rho, то, скорее всего, мутации закрепятся также и в комплексах *ICLR* и *CLS*, но при этом не будет мутаций ни в *rpoABC*, ни в пяти связанных с ним комплексах. Следовательно, у бактерий есть два альтернативных, взаимоисключающих пути адаптации к высокой температуре, причем выбор зависит от того, в каком из генных комплексов полезная мутация произойдет раньше[2].

Популяционный уровень.

Самоорганизация, как описание структурирования микроскопических элементов в системах далёких от равновесия на макроскопическом уровне, была изначально введена в описание физических и химических процессов. В наше время концепция самоорганизации взята на вооружение такими «высокоуровневыми» областями знания, как этология, где она объясняет широкий спектр коллективных поведенческих реакций у животных, особенно общественных насекомых. Это описание основано не на индивидуальной сложности поведения отдельных организмов, но скорее на идее, что простое поведение отдельных индивидуумов может произвести высокоструктурированное сложное коллективное поведение[3].

В природе часто встречаются системы, которые состоят из большого числа однотипных объектов, взаимодействующих друг с

---

[1] Daniel M. Weinreich, Nigel F. Delaney, Mark A. DePristo, Daniel L. Hartl. Darwinian Evolution Can Follow Only Very Few Mutational Paths to Fitter Proteins // Science. 2006. Vol. 312: 111-114.

[2] Olivier Tenaillon, Alejandra Rodríguez-Verdugo, Rebecca L. Gaut, Pamela McDonald, Albert F. Bennett, Anthony D. Long, Brandon S. Gaut. The Molecular Diversity of Adaptive Convergence // Science. 2012. Vol. 335: 457–461.

[3] Eric Bonabeauemail, Guy Theraulaz, Jean-Louls Deneubourg, Serge Aron, Scott Camazine. Self-organization in social insects. // Trends in Ecology & Evolution. 1997. Vol. 12(5): 188-193. Doi: 10.1016/S0169-5347(97)01048-3.

другом по некоторым простым законам. Благодаря взаимодействию между объектами вся система в целом начинает вести себя эмерджентным образом. Такие системы, называемые конденсированными средами, могут быть самыми разнообразными: это и обычное вещество (то есть набор молекул), и сыпучие среды, и транспортные потоки и даже паникующая толпа. Общее свойство таких систем – наличие в их состоянии фазовых переходов. Модель такой среды называющаяся «Живая конденсированная среда», описана английскими физиками. Она состоит из частиц (например, бактерий), которые могут размножаться и умирать. Теоретические расчеты британцев показали, что «живость» такой системы вполне можно рассматривать как новый физический параметр, и тогда ее поведение удается описать методами физики конденсированных сред.

В конкретной модели, рассмотренной авторами, изучалась взвесь частиц в воде. Каждая частица (бактерия) под действием броуновского движения может беспорядочно метаться в жидкости. Однако для «живой» частицы это движение предполагалось намного более интенсивным, чем для «мертвой». Кроме того, принималась во внимание способность частицы пролиферировать или умереть. Вероятности этих событий предполагались зависящими от концентрации частиц в данном месте: чем выше концентрация, тем менее вероятным было деление и тем более вероятной – смерть. Наконец, вся эта система находилась в однородном гравитационном поле, так что движение вниз всегда было более вероятным, чем движение вверх.

Эволюция получившейся модели анализировалась пошагово на дискретной пространственной решетке. Сначала выполнялся шаг перемещения, а потом, с некоторой долей вероятности, происходил этап деления или смерти. Вероятность события деления/смерти за одно перемещение как раз и была тем физическим параметром, который характеризовал «живость» конденсированной среды. Численное моделирование показало, что если «параметр живости» мал, то система ведет себя подобно взвеси обычных, неживых частиц. В этом состоянии частицы под действием силы тяжести стремятся осесть на дно и лишь чуть-чуть колеблются вблизи него из-за броуновского движения. Распределение частиц по глубине в этом случае показано на рисунке 5.30, a. При постепенном повышении «живости» общая картина вначале особо не менялась, хотя заполненная частицами придонная область медленно увеличивалась. Однако когда «живость» превышала критическое значение, происходила резкая перестройка системы. Колония частиц «вырастала» из придонной области и равномерно заполняла почти весь водоем (рис. 5.30, b). В системе происходил фазовый переход, вызванный «живостью» среды[1].

[1] Barrett-Freeman C. et al. Nonequilibrium Phase Transition in the Sedimentation of Reproducing Particles // Physical Review Letters. 2008. Vol. 101: 100602. arXiv:0805.4742.

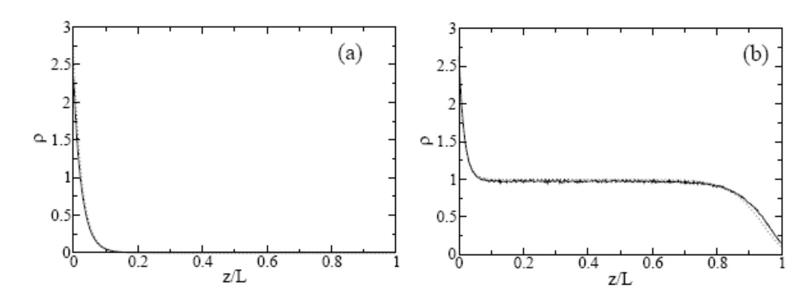


Рис. 5.30. Распределение концентрации частиц по глубине («0» по горизонтальной оси — дно, «1» — поверхность). а — Малоактивные частицы осели на дно под действием силы тяжести; b — Активные частицы равномерно распределены почти по всему водоему.

Общность процессов самоорганизации в системах разной природы, приводит к появлению общности в строении и свойствах систем, не имеющих друг с другом ничего общего, кроме схожести процессов взаимодействия между их элементами.

В исследовании, опубликованном в журнале Nature Materials ученые провели эксперимент над колонией жалящих огненных муравьев *Solenopsidini*, способных формировать сложные агрегаты из своих тел (рис. 5.31). При необходимости они могут строить плоты для избегания наводнений или мосты, чтобы преодолевать препятствия. В экспериментах ученые сжимали группу муравьев между двумя чашками Петри и наблюдали за тем, как колония быстро возвращается к исходной форме – точно так же ведет себя упругое твердое тело. В другой серии опытов исследователи бросали в трубку, наполненную насекомыми, монеты и следили за тем, как муравьи «обтекают» их подобно жидкости. Опыты позволили описать коллективное поведение муравьёв такими понятиями, применяемыми традиционно для описания группы молекул жидкости, газа или упругото твёрдго тела, как давление, упругость, вязкость и текучесть[1].

Исследователи из Италии, США и Аргентины нашли в поведении стаи скворцов аналогию с движением сверхтекучего гелия. Ученые установили, что информация об изменении направления движения в стае птиц распространяется по линейному закону дисперсии. Приблизительно так свет распространяется без препятствий, например, в вакууме, для которого показатель преломления равен единице. Также специалистам удалось сформулировать уравнения, описывающие незатухающее распространение информации при

[1] Michael Tennenbaum, Zhongyang Liu, David Hu, Alberto Fernandez-Nieves. Mechanics of fire ant aggregations. // Nature Materials. 2015. Doi:10.1038/nmat4450.

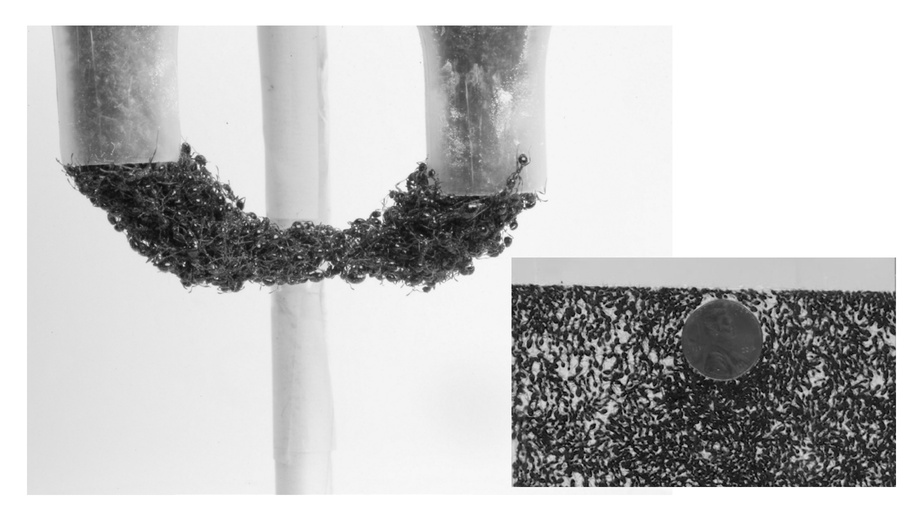


Рис. 5.31. Поведение колонии муравьев как вязкой жидкости.

образовании и движении стаи птиц. По форме они оказались похожими на уравнения движения сверхтекучего гелия – квантовой жидкости, частицы которой находятся в квантово-коррелированном и основном состояниях при температуре ниже лямбда-точки. Физики использовали понятие симметрии: чем сильнее ориентационный порядок в стае птиц – ее степень упорядоченности, тем быстрее распространяется информация[1].

Группа ученых представила в журнале Proceedings of the National Academy of Sciences математическую модель, которая адекватно предсказывает поведение толпы. В большинстве созданных ранее моделей люди в толпе рассматривались как частицы, взаимодействующие по законам физики. В направлении движения таких людей-частиц действовала сила притяжения, а при столкновении с другими людьми или стенами "срабатывала" сила отталкивания. Такие модели более или менее адекватно описывают поведение толпы, состоящей из относительно небольшого количества людей, но по мере увеличения плотности людского потока необходимые уравнения становятся все более сложными – для того чтобы корректно описать происходящее, требуется вводить в них все больше новых параметров. Авторы новой работы включили в свою модель свободную волю при принятии решений – люди в их модели не пассивно притягивались или отталкивались, а намеренно изменяли свое поведение при подходе

[1] Alessandro Attanasi, Andrea Cavagna, Lorenzo Del Castello, Irene Giardina, Tomas S. Grigera, Asja Jelić, Stefania Melillo, Leonardo Parisi, Oliver Pohl, Edward Shen, Massimiliano Viale. Information transfer and behavioural inertia in starling flocks. // Nature Physics. 2014. Vol. 10: 691–696. Doi:10.1038/nphys3035.

к препятствию. Такая модель, включающая дистантное принятие решений была проверена при анализе видеозаписей движения людей на переполненных улицах в городе Тулуза. Авторы также показали, что их модель предсказывает появление "завихрений" и локальных уплотнений в скоплениях людей, которые хорошо видны на фотографиях из Мекки во время хаджа[1].

Подобные примеры описания живых организмов с использованием понятий, изначально применяемых для исследования физики неживого, опираются на то, что любая динамическая система, в принципе, может описываться в рамках общей теории систем или синергетики, как частного приложения теории систем, рассматривающего процессы в сложных неравновесных системах.

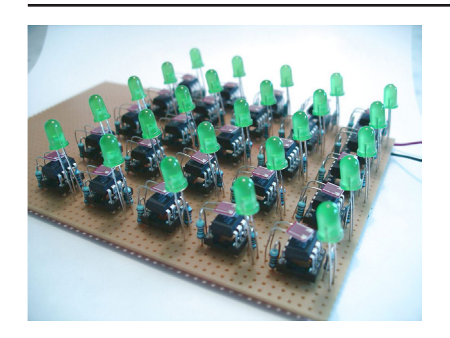
Конечно, вышеприведенные примеры лишь демонстративны, законы любого уровня организации живого специфичны и не сводимы к законам предыдущих уровней, однако рассматривая живой организм, популяцию организмов или отдельную живую клетку как систему, мы можем увидеть как уникальные нюансы поведения, свойственные именно этой системе, так и общие черты эволюции этой системы с рядом других систем, обладающих схожими параметрами взаимодействия между составляющими их элементами.

Красивым примером самоорганизации в популяциях насекомых служит самоорганизация светлячков Юго-Восточной Азии. Светлячки самцы привлекают своими вспышками самок, причём различные виды светлячков отличаются периодичностью своего мигания. Светлячки определённого вида облепляют дерево, некоторое время вспыхивают вразнобой, но потом, взаимно синхронизируясь по вспышкам соседей, начинают вспыхивать в унисон, так что всё дерево начинает мигать одновременно, как новогодняя ёлка. Способность к синхронизации – это экологически выгодная стратегия, так как мигающее дерево привлекает самок данного вида с гораздо большего расстояния, чем свет отдельных самцов[2].

Поведение светлячков моделируется с помощью схемы работающей на основе микроконтроллера *ATtiny13*, 1k SRAM, 64 bytes RAM (рис. 5.32). Главные части этого довольно простого устройства – микроконтроллер, светочувствительный датчик (фоторезистор) и светодиод. Датчик и R4 образуют делитель напряжения. Чтобы считывать значения датчика используются канал АЦП и 3 контакт контроллера. Встроенный регулятор мощности отсутствует. Принцип заключается в том, что когда постепенно увеличивающееся напряжение на светодиоде достигает определенного порога, светлячок вспыхивает,

---

[1] Mehdi Moussaïda, Dirk Helbingb, Guy Theraulaza. How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters. // PNAS. 2011. Vol. 108(17): 6884–6888. Doi: 10.1073/pnas.1016507108.
[2] Peterson Ivars. Step in time. // Science News. 1991. Vol. 140: 136-137.



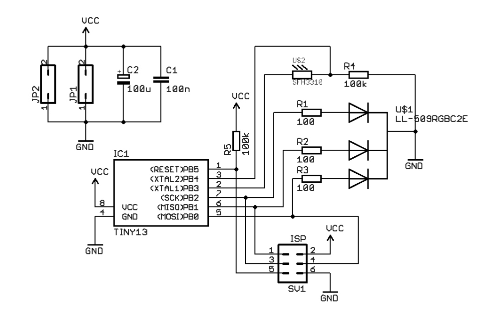


Рис. 5.32. Электросхема моделирующая синхронизацию вспышек светлячков. http://tinkerlog.com/howto/synchronizing-firefly-how-to

и напряжение сбрасывается на ноль. Если светлячок обнаруживает рядом другую вспышку, происходит небольшой скачок напряжения. Так он вспыхнет немного раньше, чем в прошлый раз. Многократный повтор этого приведет к тому, что все светлячки будут вспыхивать одновременно.

Существование общественных насекомых наполнено примерами самоорганизаций. Если ловить и отсаживать муравьев отдельно от их родительского муравейника, они будут вести себя, как одиночные, независимые муравьи, пока их численность не превысит некий критический уровень, после чего произойдёт самоорганизация их поведения, и муравьи начнут строить новый муравейник, они станут частью целого. Поведение каждого из муравьёв хоть и сохранит элемент свободы и непредсказуемости, всё же будет подчинено общей цели, каждый муравей выберет себе специализацию и начнёт работать на поддержание своего нового муравейника.

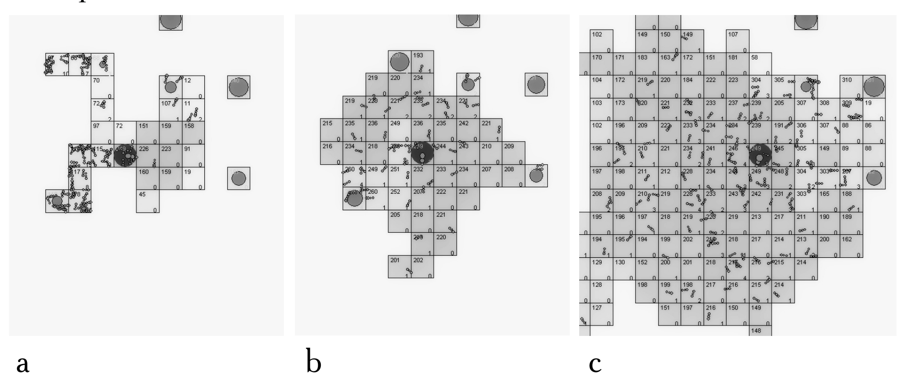
На первой стадии закладки основания гнезда термиты приносят на выбранное место и беспорядочно разбрасывают комочки земли. Каждый комочек пропитан гормоном, привлекающим других термитов. Случайное скопление комочков, возникающее в какой-либо точке, создает зону увеличенной концентрации гормона. Возросшая плотность привлекаемых в окрестности этой точки термитов приводит к ещё большему нарастанию концентрации гормона. Поскольку число термитов в окрестности точки увеличивается, вероятность сбрасывания ими комочков земли в этом месте возрастает, что в свою очередь приводит к увеличению концентрации гормона-аттрактанта. Так воздвигаются «опоры», расстояние между которыми определяется радиусом распространения гормона. Таким образом, степень пространственной симметрии системы понижается: на однородной поверхности в результате самоорганизации возникают неоднородности – опоры, определяющие места закладки новых термитников.

Вернёмся к муравьям. Насекомые постоянно обследуют

территорию вокруг муравейника в поисках пищи. После того, как один или несколько муравьёв найдёт источник пищи он, при помощи запаха, даёт знать об этом сородичам, и вскоре между муравейником и едой формируется дорожка, по которой непрерывный ряд муравьёв достигает источника пищи и приносит еду в муравейник. Дорожка не иссякает, пока муравьи не исчерпают весь источник, когда же это происходит, они снова разбредаются в одиночном поиске новой добычи. Это поведение, как оказалось, можно смоделировать, используя лишь 2 запаха, которым муравьи сообщают друг другу о направлении, в котором находится муравейник и направлении, следуя в котором можно найти пищу. Каждый муравей оставляет за собой запаховый след, который улетучивается со временем. Муравьи, вышедшие из муравейника, оставляютза собой запах муравейника, встреченные ими муравьи также начинают испускать этот запах, как переданное послание, так что вскоре запаховая эстафета распространяется на большое расстояние, то же происходит с передачей запаха пищи. Муравьи, вышедшие из муравейника, идут по градиенту запаха, оставленного муравьями, нашедшими пищу, муравьи, несущие пищу в муравейник, идут по градиенту запаха, оставленного муравьями, вышедшими из муравейника. Пример моделирования такого поведения показан на рисунке 5.33. На первой иллюстрации (рис.5.33, a) показано начальное состояние колонии: большинство муравьёв разбрелись из муравейника (в центре) в одиночном поиске пищи, распространяя запах муравейника. Некоторые из них уже достигли источников пищи, распространяя запах, говорящий «я нашёл пищу». На втором изображении (рис. 5.33, b) почти все муравьи собрались для разработки одного из ближайших источников пищи, но часть муравьев продолжают одиночный поиск или разработку другого источника (поведению каждого муравья присуща некоторая свобода, оно лишь вероятностно, не детерминировано полностью). Самоорганизация поведения группы таких особей никогда не приводит к точно предсказуемому результату – может начать осваиваться тот или иной источник пищи, либо несколько источников в одинаковой или не одинаковой степени. Как видно на картинке, дорожка к источнику также не всегда формируется прямая. Даже если несколько муравьев в поисках пищи проложили к ней не прямую запаховую дорожку, другие муравьи, идя за ними следом, закрепляют найденный путь, дорожка становится всё устойчивей, привлекая всё большее количество муравьёв. И если один муравей пройдёт к пище напрямую, запах, оставленный им, будет слабее запаха магистрального пути, так что устойчивое состояние не изменится. Если случайно сформировавшееся состояние окажется полезным для системы, то есть позволит системе существовать при данных условиях, оно закрепляется, становится устойчивым, и чтоб изменить это состояние, необходимо уже приложить некоторые усилия. *Отсутствие полной предсказуемости конечного состояния*

сложной системы – одно из характеристик самоорганизации. Конечное состояние складывается из хаотичных флуктуаций поведения одиночных насекомых.

На третьем изображении (рис. 5.33, c) коллективно осваиваемый источник пищи закончился, и вся популяция тут же перешла в режим индивидуального поиска, распространившись и распространив запах муравейника на большую территорию, что позволит впоследствии самоорганизоваться в освоении более отдалённых источников пищи.



a b c

Рис. 5.33. Моделирование самоорганизации поведения муравьев (программа Ant Farm Simulator, автор Roberto Aguirre Maturana) (окружности вокруг муравейника — пища, запах пищи более светлый, квадрат — территория распространения запаха одним муравьем, число в нижней части квадрата — количество в квадрате муравьев, в верхней части — концентрация запаха, которая непрерывно уменьшается). a — муравьи, разыскивающие источники пищи рассредоточиваются вокруг муравейника, часть из них уже нашла источник пищи проложила от него к муравейнику дорожку из запаха пищи; b — муравьи сосредоточились на разработке двух источников пищи, причем один источник разрабатывается активнее другого; c — при исчерпании разрабатываемых источников пищи муравьи снова разбрелись в поисках новых источников.

Однако, столь простой и эффективный механизм ориентации в пространстве не совершенен и иногда приводит к сбоям, забирающим жизни тысяч муравьёв. Если путь нескольких муравьев случайно замкнется в кольцо, они быстро сделают кольцевую дорожку сильно пахнущей, и она будет привлекать всё новых и новых насекомых, образуя так называемый муравьиный круг или «мельницу смерти» (агнл. “ant mill”, “death spiral”) (рис. 5.34). Постепенно в этот круговорот вовлекаются всё новые и новые насекомые, число которых может доходить до многих тысяч. Муравьи продолжают свое движение до полного истощения, пока не погибнут. Первое подробное исследование муравьиных кругов провёл американский зоопсихолог Теодор Шнейрла (Theodore Christian Schneirla, 1902 – 1968) в 1944 году[1]. Он же отметил,

[1] Schneirla T.C. A unique case of circular milling in ants, considered in relation to trail following and the general problem of orientation. // American Museum Novitates. 1944. № 1253: 1-26.

что аналогичное явление было описано ещё в 1896 г. Фабром (фр. Jean-Henri Fabre, 1823 – 1915), наблюдавшим подобное круговое движение у гусениц походного шелкопряда. Крупнейший американский мирмеколог Уильям Мортон Уилер (William Morton Wheeler, 1865 – 1937) в 1910 году описал наблюдавшийся им в лабораторных условиях случай спонтанно возникшего муравьиного круга, действовавшего на протяжении 46 часов[1]. В 1921 году американский путешественник Уильям Биб (Charles William Beebe, 1877 – 1962) в своей книге «Край джунглей» (“Edge of the Jungle”) описал виденный им в Гайане круг муравьёв-эцитонов окружностью около 365 метров, в котором каждый из муравьёв совершал полный цикл за 2,5 часа. Этот муравьеворот существовал 2 дня, усеивая почву под собой мёртвыми телами, пока небольшая группа рабочих муравьёв, опять же, без видимой причины, не отделилась от общего движения и не увела за собой оставшихся в живых. Как видим, в последнем случае, стохастичность, не однозначность выбора совершаемого отдельными особями – эементами системы, разомкнула круг, позволив части муравьёв спастись. Небольшие «завихрения» встречаются на местности практически любого типа и чаще всего там, где две муравьиные тропы проходят близко друг от друга или пересекаются, а подобный описанному Уильямом Бибом гигантский муровьеворот возникает только на большой открытой площадке без крупных неровностей.

Первая стадия сшивания листа у муравьев-ткачей заключается в сворачивании листа пополам. Выбор места приложения усилий на кромке заворачиваемого листа происходит следующим образом: сначала муравьи беспорядочно хватаются за случайно выбранные места кромки листа и пытаются загнуть их. Те участки кромки, которые удается загнуть, привлекают к себе менее удачливых работников. В результате этого

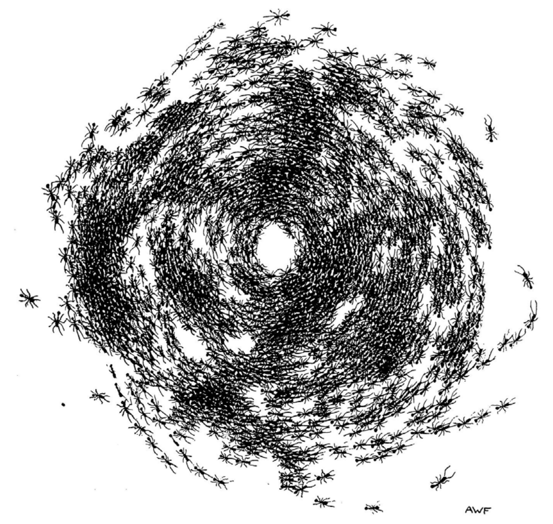


Рис. 5.34. Муравьиный круг образованный муравьями-кочевниками *Eciton praedator* (из Schneirla, 1944).

[1] Wheeler W.M. Ants: their structure, development and behavior. New York. Columbia University Press. 1910. 265 p.

муравьи перераспределяются, оказываются в конечном итоге у какого-либо одного участка листа и вместе заворачивают его. «Первичной флуктуацией» здесь служит случайный успех одного или нескольких муравьев, оказавшихся рядом.

Некоторые из задач, встающих перед колонией муравьев, включают в себя больше переменных, чем задача поиска пищи или сворачивания листа, и при решении этих задач колония использует распределённую информацию, сумма которой доступна всему сообществу, но не доступна отдельной особи. Время от времени вся колония муравьёв уходит из родного муравейника, унося с собой яйца и личинок. Но перед переездом нужно выяснить, где будет располагаться новое гнездо. Информацию о потенциальных местах собирают муравьи разведчики. Было замечено, что, даже если ни один из муравьёв не исследовал все возможные места, колония всё равно выберет для будущего муравейника наиболее подходящее. Иными словами, колония как будто объединяет данные от всех посланных муравьёв.

Исследователи из Аризонского университета (США) поставили эксперимент, в котором было создано несколько искусственных гнёзд, в которых муравьи могли бы поселиться, и насекомым нужно было выбрать лучшее. Выбор предоставляли либо отдельным особям, либо колонии в целом. В одном случае выбирать предстояло между двумя потенциальными гнёздами, а в другом – между восемью. Переезжая, муравьи учитывают множество параметров: расположение входа в укрытие, его глубину, затенённость и т. д. Отдельные особи, как показал опыт, делали правильный выбор между двумя вариантами, но с восемью часто ошибались. Если же решение зависело от колонии, то и при множестве вариантов насекомые останавливались на оптимальном. Иными словами, муравьи будто бы осознают ограниченность индивидуальных умственных способностей, и при информационной перегрузке решение оставляют за всей колонией. Разрозненные данные каким-то образом распределяются и анализируются внутри сообщества, хотя как именно это происходит, ещё предстоит выяснить[1-2].

Другой пример коллективного поиска решений можно найти в поведении слизевика *Physarum polycephalum*. Эти организмы существуют в двух формах. Когда питательных веществ достаточно, слизевик выглядит как обычная амёбообразная клетка, но если ресурсов мало, такие клетки объединяются в многоклеточный синцитий. В теле слизевика нет распределения обязанностей между клетками, нет тканей и органов. Однако, как выяснили исследователи из Сиднейского

---

[1] Susan C. Edwards, Stephen C. Pratt. Rationality in collective decision-making by ant colonies. // Proc Biol Sci. 2009. Vol. 276(1673): 3655–3661. Doi: 10.1098/rspb.2009.0981. PMCID: PMC2817311.

[2] Sasaki Takao, Stephen C. Pratt. Ants learn to rely on more informative attributes during decision-making. // Biol Lett. 2013. Vol. 9(6): 20130667. Doi: 10.1098/rsbl.2013.0667. PMCID: PMC3871352.

университета, эта слизистая масса вполне способна запомнить, где она была. Когда слизевик ползёт, за ним остаётся слизистый след. Экспериментируя с P. polycephalum, учёные обнаружили, что он не ползает там, где есть следы слизи (рис. 5.35). Слизевика запускали в Y-образный лабиринт, в который положили питательную среду, в одном крыле на пищу нанесли слой слизи от слизевика. В 39 случаях из 40 *P. polycephalum* игнорировал камеру с пищей, если она была запачкана слизью. В усложнённом эксперименте перед слизевиком клали сахарное угощение, до которого напрямую он добраться не мог: на пути стояла трёхкамерная коробка. Слизевик должен был сначала изучить препятствие, чтобы найти обходной путь. Спустя несколько дней 96% экземпляров *P. polycephalum* решили задачу. Если же исследователи заранее покрывали слизью всё пространство перед слизевиками, то тогда дорогу к еде находила только треть особей. Авторы работы сравнивают это с химическими сигналами, которые оставляют муравьи: цепочка таких сигналов указывает любому члену колонии, куда нужно бежать за едой. Получается что-то вроде коллективной памяти, записанной прямо на земле. Правда, в случае слизевиков ситуация обратная: они как раз избегают ползать там, где чувствуют собственную слизистую разметку[1].

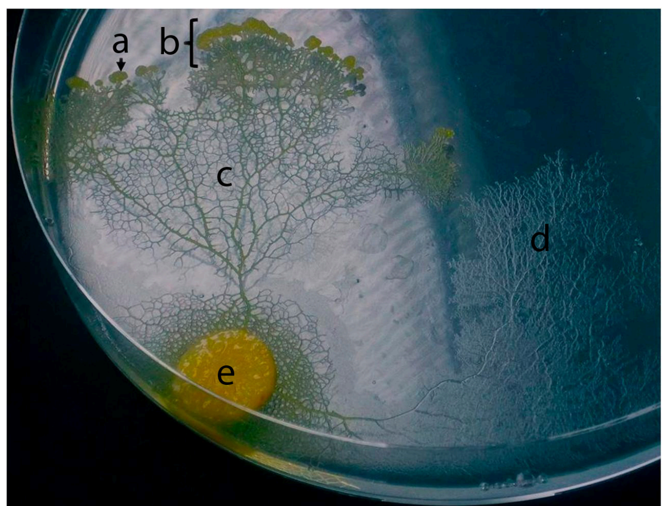


Рис. 5.35. Плазмодиум P. polycephalum: a — растущая псевдоподия; b — поисковый край; c — трубчатая сеть; d — внеклеточные отложения слизи на ранее обследованной слизевиком территории; e — пищевой диск с местом посева культуры слизевика.

[1] Reid C. R., Latty T., Dussutour A., Beekman M. Slime mold uses an externalized spatial "memory" to navigate in complex environments. // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2012. Vol. 109(43): 17490-17494.

Так же, как миксамёбы *Dictyostelium* или термиты, личинки жука Dendroctonus micans, питающиеся древесиной, используют феромоны для образования скоплений. Эти личинки, во- первых, испускают феромон с интенсивностью, зависящей от степени их сытости, и, во-вторых, перемещаются по градиенту концентрации феромона, если концентрация превышает некоторую пороговую. Если личинок распределить случайно по какой-либо однородной поверхности (например, стеклу), то при таком поведении случайные возрастания локальной плотности личинок приведут к формированию скоплений. Чем выше локальная плотность личинок в данной области, тем выше градиент концентрации феромона и тем сильнее тенденция других личинок к сползанию в места скоплений. Конечная величина скоплений определяется средней плотностью популяции личинок в данном месте. Таким образом, и в этом примере в первично однородной системе (личинки распределены случайно) на основе автокаталитического механизма спонтанно возникает структура – скопление.

Интересный пример самоорганизации представляет собой стайное поведение больших скоплений животных: косяки рыб, стаи птиц, скопления мошек движутся как единое целое, синхронно меняя направление движения, реагируя на внешние преграды и опасность. Исследователи из Принстонского университета (Princeton University, США) с помощью математических методов установили, что птице достаточно следить за несколькими соседями, чтобы двигаться синхронно со всей огромной пернатой массой. Вместе с коллегами из Университета Торонто (University of Toronto, Канада) и Римского университета Ла Сапиенца (Universita degli studi di Roma La Sapienza) они проанализировали несколько сотен последовательных стоп-кадров из видеозаписей с летящими стаями скворцов. В итоге выяснилось, что во время полёта птица наблюдает вовсе не за всеми соседями, которых может разглядеть, а лишь за семью ближайшими особями, то есть, птицам необходима лишь информация сравнительно небольшого объёма об их непосредственном окружении, что является общим принципом самоорганизующихся систем[1].

Координация активности пчелиного улья несёт в себе черты самоорганизации нейронной сети при принятии ею решений. Исследователи обнаружили, что пчелы могут использовать для достижения консенсуса механизм взаимного торможения, подобно тому, как это происходит в нейронных сетях мозга. Было показано, что пчелы-разведчицы используют особый «стоп-сигнал», чтобы убедить своих коллег прекратить танцы, призывающие сборщиц нектара и пыльцы лететь туда, где их может подстерегать опасность. Пчела, подвергшаяся атаке пчел-конкурентов, по возвращении в улей начинает при помощи этих сигналов «убеждать» других разведчиц прекратить танцы,

[1] http://www.princeton.edu/main/news/archive/S36/02/56I00/index.xml

направляющие рабочих в небезопасное место. Стоп-сигнал состоит в том, что пчела тыкается головой в танцующую разведчицу и очень быстро (с частотой около 350 Гц) вибрирует крылышками в течение 150–200 мс, издавая характерное резкое жужжание. Танцовщица, получившая стоп-сигнал, обычно не прекращает танец немедленно, но ожидаемая продолжительность танца снижается по мере роста числа полученных стоп-сигналов. Разведчицы по-разному используют стоп-сигналы до и после принятия роем коллективного решения. В фазе «поиска и выбора», пока общее решение еще не принято, разведчицы в большинстве случаев подают стоп-сигналы именно своим оппонентам, то есть пчелам, призывающим лететь к другому улью. Это подтверждает гипотезу о взаимном торможении. После принятия коллективного решения, в фазе «разогрева перед полетом к выбранному улью», стоп-сигналы подаются уже безвыборочно (и очень активно) всем пчелам, которые еще продолжают танцевать. Смысл этих действий, вероятно, в том, чтобы все разведчицы прекратили разведывательные полеты, были на месте и не потерялись, когда рой, наконец, снимется с места и полетит к выбранному улью. Взаимное торможение обеспечивает быстрое достижение кворума в любой ситуации. Если альтернативы абсолютно равноценны (за каждый из двух ульев изначально голосует равное число разведчиц), то решение в итоге принимается случайным образом. Если же одна из партий хоть немного превосходит другую, она неизбежно побеждает. Таким образом, оказалось, что сходство механизмов принятия решений общественными насекомыми и нейронными сетями мозга еще глубже, чем предполагалось ранее. Их объединяет не только общий принцип «демократического голосования» конкурирующих партий, но и алгоритм взаимного торможения. По мнению авторов, удивительное сходство функциональной организации двух совершенно разных систем: мозга и пчелиного роя, объясняется тем, что в ходе эволюции обе системы были оптимизированы отбором для надежного и эффективного принятия оптимальных решений[1].

«*Чувство кворума*» (Quorum sensing), ещё одно явление, описанное как продукт координированной активности сообществ живых организмов – широко распространенный в природе механизм, позволяющий группам организмов выполнять слаженные действия. Это явление лучше всего изучено на одноклеточных организмах, у которых согласованное групповое поведение, как правило, основано на своеобразном химическом «голосовании». Одним из первых объектов, на которых стали изучать чувство кворума, была светящаяся бактерият *Vibrio fischeri*. Ключевым сигналом, запускающим механизм превращения множества разрозненных индивидуумов в единую

[1] Thomas D. Seeley, P. Kirk Visscher, Thomas Schlegel, Patrick M. Hogan, Nigel R. Franks, James A. R. Marshall. Stop Signals Provide Cross Inhibition in Collective Decision-Making by Honeybee Swarms. // Science. 2012. Vol. 335: 108–111.

сплоченную общность, часто является скученность. Например, *Vibrio fischeri* не светится, пока плотность популяции микробов остается низкой. Однако по достижении определенного порога плотности (что происходит, например, в светящемся органе кальмара, где бактериям обеспечены идеальные условия для жизни) все микробы одновременно начинают светиться, и кальмар получает источник свечения.

Молекулярный механизм отвечающий за реализацию «чувства кворума» бактерий *Vibrio fischeri* основан на выделении в окружающую среду трёх сигнальных веществ – «автоиндукторов» (autoinducers, AI). Каждому веществу соответствует рецептор, реагирующий на наличие «своего» вещества в среде. Все три рецептора передают полученный сигнал внутрь клетки, активируя регуляторный белок *LuxU*. Он, в свою очередь, активирует другой белок (*LuxO*), который активирует работу нескольких генов, кодирующих малые регуляторные РНК. Эти регуляторные РНК блокируют работу гена, кодирующего белок *LuxR*. Последний является ключевым участником регуляторного каскада: от него зависит активность множества генов, в том числе и тех, благодаря которым бактерия светится.

Зачем же нужны целых три разных сигнальных вещества и три рецептора для них, если всё в конечном итоге сводится к одному и тому же результату: либо ген *LuxR* оказывается включен, и тогда микробы светятся, либо он выключен, и тогда бактерии гаснут? Исследователи сконструировали несколько генно-модифицированных штаммов *Vibrio harveyi*,у которых система химической коммуникации была существенно упрощена. Во-первых, всем бактериям удалили ген, кодирующий один из трех рецепторов. Теперь микробы могли реагировать только на два из трех сигнальных веществ (AI-1 и AI-2). Во-вторых, были отключены гены, необходимые для производства сигнальных веществ. Это было сделано для того, чтобы исследователи могли держать концентрацию веществ AI-1 и AI-2 под своим полным контролем. В-третьих, они прикрепили к регуляторному участку (промотору) одной из малых регуляторных РНК, участвующих в регуляторном каскаде, ген зеленого флуоресцирующего белка. Это дало им возможность по силе флуоресценции отдельных бактериальных клеток судить о степени активации регуляторного каскада «чувства кворума» с гораздо большей точностью и детальностью, чем это можно было бы сделать по силе естественного свечения бактерий. Оказалось, что оба сигнальных вещества (AI-1 и AI-2) действуют на систему практически одинаково, причем система может находиться в одном из трех устойчивых состояний:

1. Если концентрация обоих веществ низкая, бактерии активно производят зеленый флуоресцирующий белок. Это значит, что синтез белка *LuxR* приостановлен, и, следовательно, все гены, которые блокируются белком *LuxR*, работают активно, а все гены, которые этим

белком активируются, отключены (в том числе и гены, отвечающие за естественное свечение).

2. Если концентрация любого из двух веществ – AI-1 или AI-2 – поднимается до порогового значения (которое соответствует примерно одной молекуле вещества на объем, занимаемый одной бактерией), то зеленая флуоресценция заметно слабеет, но не прекращается совсем. Это «промежуточное» состояние довольно стабильно. Уровень флуоресценции остается почти неизменным в широком диапазоне концентраций сигнальных веществ – лишь бы концентрация одного из веществ была больше, а второго – меньше порогового уровня.

3. Наконец, если концентрация обоих сигнальных веществ превышает пороговый уровень, зеленый флуоресцирующий белок практически перестает синтезироваться. Это означает, что регуляторный каскад полностью активирован. Только в этом случае включается естественное свечение (рис. 5.36).

Иными словами, оказалось, что использование двух сигнальных веществ позволило бактериям создать молекулярный «переключатель», способный принимать не два, а три устойчивых состояния. Каждому из этих трех состояний, по-видимому, соответствуют свои наборы включенных и выключенных генов, то есть своя «манера поведения» микробов[1-2].

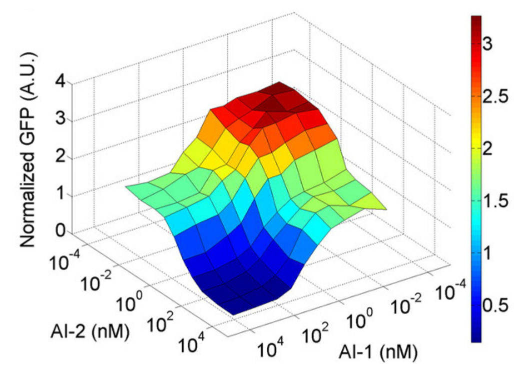


Рис. 5.36. График иллюстрирующий работу «молекулярного переключателя», регулирующего поведение светящейся бактерии Vibrio harveyi в зависимости от концентрации двух сигнальных веществ (AI-1 и AI-2), которые используются бактериями для общения друг с другом. По горизонтальным осям — концентрации двух веществ, по вертикальной оси — величина, обратная силе реакции бактерий на данный химический сигнал. «Молекулярный переключатель» имеет три устойчивых состояния: концентрации обоих веществ высокие, реакция максимальная (нижнее плато на графике), концентрация одного из веществ, причем любого из двух, высокая, а другого — низкая, реакция промежуточная (среднее плато), концентрации обоих веществ низкие, реакция минимальная (высокое плато). Рис. из обсуждаемой статьи в PLoS Biology[1].

[1] Tao Long, Kimberly C. Tu, Yufang Wang, Pankaj Mehta, Ong N. P., Bonnie L. Bassler, Ned S. Wingreen. Quantifying the Integration of Quorum-Sensing Signals with Single-Cell Resolution // PLoS Biology. 2009. Vol. 7(3): e1000068. Doi:10.1371/journal.pbio.1000068.

[2] Nicholas C. Makris, Purnima Ratilal, Srinivasan Jagannathan, Zheng Gong, Mark Andrews, Ioannis Bertsatos, Olav Rune Godø, Redwood W. Nero, J. Michael Jech. Critical Population Density Triggers Rapid Formation of Vast Oceanic Fish Shoals // Science. 2009. Vol. 323: 1734–1737.

У многоклеточных организмов «чувство кворума» и быстрые согласованные изменения поведения тоже широко распространены, например, у саранчи переход к стадному поведению регулируется плотностью популяции (скученностью), точно так же, как и свечение *Vibrio fischeri.*

В течение нерестового периода атлантическая сельдь каждый вечер самоорганизуется в громадные скопления численностью до четверти миллиарда особей, которые согласованно и дружно плывут на мелководье, где сельдь нерестится. В течение дня рыбы плавают порознь вблизи дна в глубоких местах, где хищников гораздо меньше, чем на мелководье. Незадолго до захода солнца сельдь начинает постепенно скапливаться на глубине от 160 до 190 м. Поначалу плотность рыб растет медленно. Однако в тот момент, когда плотность достигает порогового значения 0,2 рыбы на квадратный метр, поведение рыб радикально меняется. Рыбы вдруг устремляются навстречу друг другу и образуют плотное скопление (до 2–5 рыб на 1 $м^2$), которое становится своеобразным «центром кристаллизации» для гигантской стаи. От этого первичного скопления стремительно распространяется «волна» измененного поведения: рыбы видят, что их сородичи уже поспешили на сбор, и сами начинают плыть друг к другу. В результате скопление рыб разрастается со скоростью, на порядок превышающей ту скорость, с которой может плыть отдельная рыба. Наконец образуется плотная стая длиной до 20–30 км и шириной порядка 3–4 км, вытянувшаяся с запада на восток на глубине 160–190 м вдоль северного склона нерестовой отмели. Затем вся эта громадная масса рыб начинает согласованное движение на юг и вверх, к месту нереста. Теперь движение происходит как раз с той скоростью, с какой обычно плавает сельдь. Передний край движущейся стаи ровный и четкий, задний – неровный и размытый из-за «отстающих», которые продолжают подтягиваться из глубины. Нерестится сельдь ночью на глубине около 50 м, а к рассвету стая рассеивается до следующего вечера. В чем смысл такого поведения? Во-первых, нерест сельди – коллективный процесс, самки должны дружно выметать икру, а самцы – совместными усилиями оплодотворить ее, поэтому синхронизация поведения очень важна. Во-вторых, большинство хищников предпочитает ловить сельдь на мелководье, поэтому рыбам выгодно прибывать на место нереста большими группами, как можно быстрее делать свое дело и возвращаться на относительно безопасную глубину. Исследование показало, что у сельди, как и у других организмов, обладающих «чувством кворума», внезапное изменение поведения и превращение неорганизованного множества особей в упорядоченное целое происходит в ответ на достижение пороговой концентрации особей (в данном случае пороговая плотность составляет 0,2 особи на 1 $м^2$). Какие органы чувств сельдь использует для оценки плотности

популяции, пока неизвестно.

Для исследования принципов самоорганизации сообществ насекомых используются различные методы, среди которых чаще всего применяют мечение отдельных особей и наблюдение за ними, компьютерное моделирование и создание роботов-особей, встраивающихся в сообщество на правах его членов. В работе 2007 года опубликованной в Science[1] в колонию тараканов внедрялись маленькие роботы-тараканы, способные «общаться» с живыми тараканами и влиять на их поведение. Роботы пахнут по-тараканьи и адекватно реагируют на поведение своих живых товарищей. Если запрограммировать роботов на выбор худшего из двух укрытий, то группа, состоящая из 12 тараканов и 4 роботов, в итоге может вся целиком оказаться в плохом укрытии, хотя без роботов тараканы почти всегда выбирают хорошее. Алгоритм поведения тараканов в экспериментальной установке довольно прост. Сначала они хаотически бегают по всему тазику – исследуют обстановку. На этом этапе поведение их не является коллективным, оно не зависит от действий других насекомых, если не считать того, что тараканы все-таки чуют друг друга и избегают лобовых столкновений. Найдя одно из двух укрытий, таракан прячется там и какое-то время отдыхает, причем продолжительность отдыха зависит от двух параметров: 1. от затененности, то есть от «качества» убежища (тараканы предпочитают отдыхать там, где потемнее); 2. от присутствия сородичей: чем больше в убежище других тараканов, тем меньше вероятность, что в следующий момент времени данный таракан оттуда уйдёт. Этих простых правил оказывается вполне достаточно для того, чтобы в системе произошла самоорганизация, которая в данном случае заключается в том, что все тараканы, в конце концов, оказываются в одном убежище. Роботов запрограммировали на точно такое же поведение. Они бегают по тазику в поисках убежища, стараясь не врезаться в других тараканов и роботов. Найдя убежище, они прячутся там, причем время «отдыха» зависит от тех же факторов, что и у живых тараканов, то есть от затененности и от количества других особей. После того как роботов запрограммировали на предпочтение менее затененного убежища, между поведением контрольных и смешанных групп выявились четкие различия. Контрольные группы из 16 тараканов выбирали светлое убежище только в 23% случаев. В смешанных группах из 12 тараканов и 4 роботов в 61% случаев тараканы послушно шли за роботами в менее качественное убежище. Хотя, так как в роботах тоже было заложено уважение к мнению коллектива, в остальных 39% случаев роботы в итоге оказывались вместе с тараканами в темном убежище, хотя сами они больше предпочитали светлое. Иногда выбор того или иного убежища инициировался роботами, иногда – тараканами. Важно, что роботы

[1] J. Halloy et al. Social Integration of Robots into Groups of Cockroaches to Control Self-Organized Choices // Science. 2007. Vol. 318: 1155–1158.

в этих экспериментах не были просто механизмами для управления поведением животных, роботы участвовали в принятии коллективного решения наравне с живыми тараканами. В этом эксперимента чётко выявился вероятностный принцип принятия решения, как у всякой самоорганизующейся системы мы не можем со стопроцентной вероятностью предсказать конечный результат, решение сообщества имеет эмерджентный характер, склонность отдельной особи здесь имеет ограниченное значение, подчинённое общему решению с одной стороны, но и формируя его – с другой (рис. 5.37).

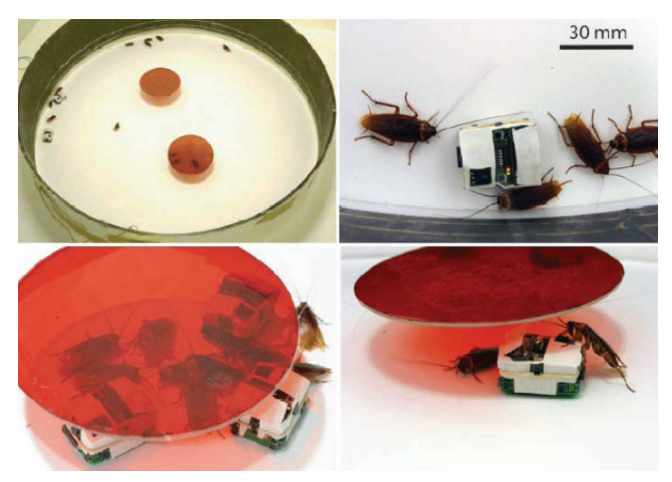


Рис. 5.37. Роботы-тараканы, участвующие в поисках и выборе убежища.

В основе сложного коллективного поведения могут лежать очень простые принципы, не требующие даже минимального интеллекта. Рукотворные индивидуумы, созданные исследователями из Гарвардского университета, состоят из вибрирующего моторчика от мобильного телефона и подвижной батарейки, заключённых в чечевицеобразный корпус. К нижней грани корпуса прикреплена щетина от зубной щётки: она заменяет роботу колёса. Когда моторчик включается, устройство начинает двигаться вперёд на быстро сгибающихся и разгибающихся под действием вибрации щетинках. В зависимости от того, под каким углом закреплена щетина, робот либо движется по прямой линии, либо по спирали, одновременно перемещаясь вперёд и вращаясь вокруг своей оси. Роботы хаотично двигаются по поверхности, а при столкновении меняют своё направление (тому помогает форма корпуса). Кроме того, некоторое разнообразие вносит случайно перемещающийся вместе с батарейкой центр массы. Если множество таких роботов и поместить в ограниченную по размерам ёмкость, хаос быстро сменяется порядком:

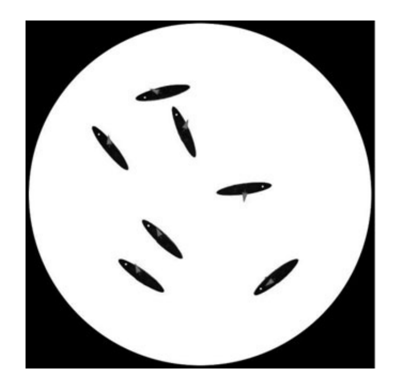



Рис. 5.38. Самоорганизация роботов состоящих из вибрирующего моторчика от мобильного телефона и подвижной батарейки, заключенных в чечевицеобразный корпус.

вращающиеся по спирали роботы быстро самоорганизуются в ровную стаю, слаженно двигающуюся вдоль края ёмкости (рис. 5.38)[1].

Для описания коллективного поведения сегодня создано немало алгоритмов, используемых как для моделирования самоорганизации реальных объектов, так и для решения чисто математических задач, таких как оптимизация систем, организация поиска или нахождение оптимального решения за ограниченный промежуток времени. Какие-то из этих алгоритмов применяются в программировании поведения групп реальных механизмов, какие-то остаются виртуальными моделями. Рассмотрим некоторые из них.

Роевой интеллект (РИ) (англ. Swarm intelligence, SI) описывает коллективное поведение децентрализованной самоорганизующейся системы. Рассматривается в теории искусственного интеллекта как метод оптимизации. Применение роевых принципов в робототехнике называют групповой робототехникой, в то время как понятие «роевой интеллект» относится к более общему набору алгоритмов. Описание SI введено Джегардо Бени (Gerardo Beni) и Жинг Ванг (Jing Wang) в 1989, в контексте систем клеточных роботов (cellular robotic system (CEBOT))[2-3]. SI системы состоят обычно из популяции простых агентов или боидов, взаимодействующих локально друг с другом и с окружением. Агенты следуют очень простым правилам и, несмотря на отсутствие централизованного контроля, локальные и в определённой

[1] Giomi L., Hawley-Weld N., Mahadevan L. Swarming, swirling and stasis in sequestered bristle-bots. // arXiv:1302.5952. 2013.

[2] Fukuda Toshio, Ueyama Tsuyoshi, Kawauchi Yoshio, Arai Fumihito. Concept of cellular robotic system (CEBOT) and basic strategies for its realization. // Computers & Electrical Engineering. 1992. Vol. 18(1): 11–39.

[3] Gerardo Beni, Jing Wang. Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics? // NATO ASI Series. 1993. Vol. 102: 703-712.

степени случайные взаимодействия между ними ведут к появлению «интеллекта», то есть глобального поведения, не присущего отдельным агентам. Примеры SI в естественных системах включают в себя колонии муравьёв, стаи птиц, рост колоний бактерий, поведение стай рыб и «интеллект» микроорганизмов. Определение SI недостаточно чётко, но в принципе это можно определить как многоагентную систему с самоорганизованным «разумным» поведением.

Оптимизация колонии муравьёв (Ant colony optimization (ACO)) предложенная Дориго (Dorigo) – это класс оптимизационных алгоритмов смоделированных по образцу действий колонии муравьев. ACO это вероятностная техника применимая в проблемах имеющих дело с поиском оптимального пути через граф. Искусственные «муравьи» – агенты моделирования – локализуют оптимальное решение, двигаясь через пространство вариантов, представляющее все возможные решения. Реальные муравьи выделяют феромоны, исследуя территорию и направляя друг друга. Виртуальные «муравьи» также запоминают свои позиции и оптимальность своих решений, так что в следующих итерациях симуляции больше особей оказываются локализованы в зоне оптимального решения. В качестве примера, можно привести использование "муравьиных алгоритмов" для анализа безопасности компьютерных сетей компанией Pacific Northwest National Laboratory. Программа, реализующая алгоритм, использует распределенные по компьютерным сетям сенсоры, непрерывно собирающие данные. Словно муравьи, передающие своим сородичам информацию о еде или опасности при помощи запахов, эти сенсоры делятся собранной информацией друг с другом. Таким образом, программа может определить своеобразные сетевые аномалии, сигнализирующие о возможной опасности, например о масштабном заражении сети. Сенсоры бывают различной направленности: одни могут собирать данные о чрезмерной загрузке центрального процессора компьютеров, а другие – проверять сетевой трафик. Также есть «часовые» – специальные блоки программы, анализирующие информацию, полученную от всех «сенсоров-муравьев».

Алгоритм искусственной колонии пчёл (Artificial bee colony algorithm (ABC)) – мета-эвристический алгоритм созданы Карабогой (Karaboga) в 2005 году и симулирующий поведение нагула медоносных пчёл. ABC алгоритм имеет три фазы: пчела работник, пчела надзиратель и пчела разведчик. В фазах работника и надзирателя пчёлы отыскивают источники пищи с помощью локального поиска в окрестностях решений делаемых на основе детерминированного выбора в фазе пчелы труженика и вероятностного выбора в фазе пчелы надзирателя. Фаза пчелы разведчика, является аналогом отказа от исчерпанного источника питания, то есть решения, которое более не является оптимальным, в этой фазе запускается поиск в новых регионах пространства решений.

Алгоритм имеет хорошо сбалансированные возможности исследования и использования (рис. 5.39).

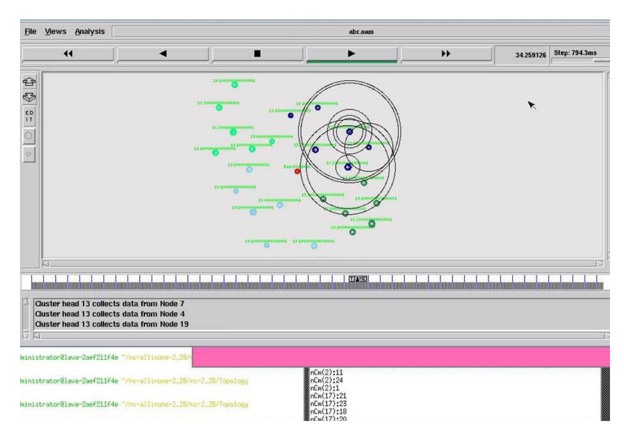


Рис. 5.39. Алгоритм искусственной колонии пчел, используемый для идентификации центров кластеров в беспроводных сетях.

Оптимизация бактериальной колонии (Bacterial colony optimization (BCO)) – алгоритм, основанный на модели жизненного цикла, который симулирует типичное поведение бактерии E. coli в течение её полного жизненного цикла, включая хемотаксис, коммуникацию, репродукцию, миграцию и исчезновение. Коммуникация и самоорганизация бактерий в контексте сетевой теории изучена группой Ешелем Бен-Якоба (Eshel Ben-Jacob) из университета Тель-Авива, который разработал фрактальную модель бактериальной колонии и идентифицировал социальные паттерны жизненного цикла колонии.

Искусственная иммунная система (Artificial immune systems (AIS)) применяется для использования абстрактной структуры и функции иммунной системы в вычислительных системах и исследует применимость этих систем для решения вычислительных проблем математики, инженерии, информационных технологий. AIS это подраздел природных вычислений с интересами, лежащими в области машинного обучения и принадлежащий к широкой сфере исследования Искусственного интеллекта (рис. 5.40).

Оптимизатор серого волка (Grey wolf optimizer (GWO)) – алгоритм мимикрирующий иерархию лидерства и механизм охоты серых волков в природе, предложенный Мирьялили (Mirjalili) с коллегами в 2014 году. Четыре типа серых волков, такие как альфа, бета, дельта и омега использованы в симуляции иерархии лидерства. Модель включает три основные шага своего развития, которые задействованы

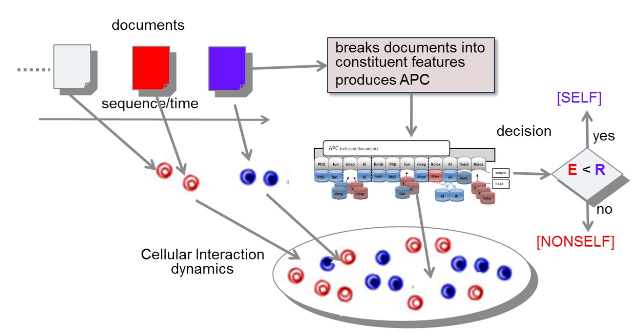


Рис. 5.40. Искусственная иммунная система, используемая для оптимизации документооборота организации.

для выполнения оптимизации: охота, поиск добычи, окружение добычи, атака добычи.

Боиды (Boids) – программа искусственной жизни, разработанная Крэгом Рейнольдсом (Craig Reynolds) в 1986 году. Программа симулирует стайное поведение птиц. Boids это сокращение от "bird-oid object", то есть птицеподобный объект, произношение же термина отсылает к слову "bird" произнесённому со стереотипным Нью-Йоркским акцентом. Как и большинство моделей искусственной жизни, Boids это пример создания эмерджентного поведения, сложность Boids исходит из взаимодействия индивидуальных агентов придерживающихся набора простых правил: разделение – движение имеющее целью избежать скученности локальных соседей по стае; выравнивание – направление в сторону среднего курса локальных соседей по стае; сплочённость – движение в сторону создания среднего положения (центра масс) локальных соседей по стае. Каждый боид имеет прямой доступ к геометрическому описанию всего поля, однако стая нуждается в его реакции только на соседей из его непосредственного окружения. Соседство здесь характеризуется расстоянием до соседней особи и углом, измеренным от линии направления полёта боида (рис. 5.41).

Объекты на экране симулятора Boids самоорганизуются в подвижные группы, движущиеся поразительно похоже на настоящие стаи птиц или косяки рыб. Чуть доработанные алгоритмы Boids часто используют при изготовлении спецэффектов в кино, все помнят стайное поведение летающих роботов в фильме «Matrix», а кто-то, возможно, вспомнит стаи наносаранчи в фильме «The Day the Earth Stood Still», всё это классические примеры моделирования самоорганизации боидов.

Boids может использоваться и для моделирования реакции группы на внешнее окружение. Хотя фундаментальная организация принципов определяющих форму скоплений не опираются на внешние воздействия, например, появление хищника, такие воздействия также

могут иметь значение в объяснении формы скопления при определённых условиях. Локальные взаимодействия позволяют информации (закодированной в позициях и ориентации соседей) распространяться по всей группе. На моментальных кадрах симуляции поведения группы (рис. 5.42) хищник следует простому правилу: двигается в направлении самой высокой плотности стаи, жертвы при этом двигаются от хищника. Модель выявляет характеристики коллективных паттернов описанных в естественных группах подвергающихся атаке, включая «взрывное распространение», при котором индивидуумы синхронно уходят от хищника при его приближении (рис. 5. 42, a), «вакуолизация» при которой расхождение образует полость формируемую вокруг атакующего (рис. 5. 42, c, d), «эффект разрезания» когда группа фрагментируется (рис. 5. 42, h). Размер пространства, на котором индивидуумы реагируют друг на друга, также важен для координации избегающего поведения. Если пространство мало группа может быть фрагментирована с большей вероятностью, с увеличением же размера зоны которую занимает группа объём информации, получаемой индивидуумами, увеличивается, они начинают взаимодействовать не только с самыми близкими, но и с более отдалёнными соседями, что увеличивает скорость передачи информации. Это может объяснить высокую скорость волн маневров,

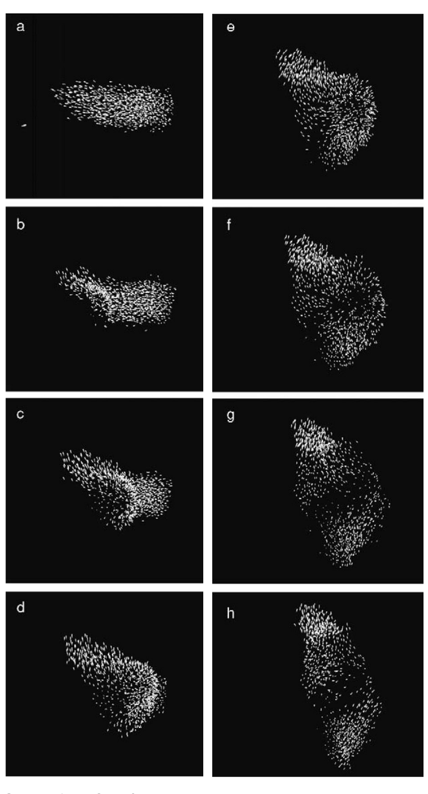


Рис. 5. 42. Компьютерная симуляция группы из 1000 особей реагирующей на атаку хищника[1].

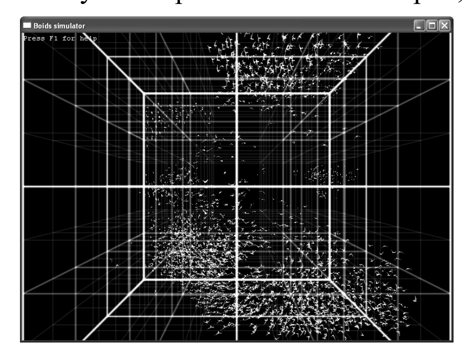


Рис. 5.41. Boids симулятор.

[1] Couzin I.D., Krause J. Self-Organization and Collective Behavior in Vertebrates. // Advances in the Study of Behavior Type. 2003. Vol. 32: 1-75.

например, птиц и рыб. Однако, если зона продолжает увеличиваться ещё больше, количество информации, которую индивидуумы получают от движения окружающих их особей, может снова уменьшится. Большие поведенческие зоны увеличивают гомогенность ответа внутри группы. Если все индивидуумы реагируют одинаково друг на друга внутри группы, они могут коллективно выбирать направление вредное для большинства членов группы. Члены группы должны реагировать только на поведение тех индивидуумов, которые с большей вероятностью опираются на полезную им информацию. Результаты моделирования показывают, что группа численностью в 50 особей со сравнительно небольшим числом соседей у каждой особи (около трёх) наиболее оптимальна для организации стратегии избегания. Однако такая модель требует, чтоб особи были способны сосчитать число своих соседей. Сейчас до сих пор не ясно, могут ли, к примеру, рыбы производить такой подсчёт или так изменять свое поведение, чтоб взаимодействовать только с тремя соседями.

Интересно, что простота алгоритмов самоорганизации групп животных позволяет обнаружить подобное поведение и в неживых системах. Группа физиков и биологов из Университета Нью-Йорка во главе с Джереми Палаччи (Jeremie Palacci) и Полом Чайкиным (Paul M. Chaikin) опубликовала работу, в которой описывается создание, так называемых, живых кристаллов, своим поведением чрезвычайно напоминающих стаи птиц и рыб или колонии бактерий. Кристаллы эти состоят из микроскопических кубиков гематита (оксид железа Fe_2O_3), почти полностью заключённых в полимерное покрытие сферической формы; один угол, однако, остаётся открытым. Под воздействием синего света гематит начинает проводить электричество. Когда вышеупомянутые «кубики» помещают в перекись водорода и освещают синим светом, вокруг «обнажённых» уголков возникают химические реакции. При распаде перекиси водорода формируются градиенты концентрации, вдоль которых кубики гематита и начинают двигаться, собираясь постепенно в кристаллы, которые также следуют вдоль упомянутых градиентов. Разнонаправленные силы могут приводить к распаду формирующихся кристаллов, но в итоге они снова собираются вместе (рис. 5.43). Процесс повторяется снова и снова, пока горит свет.

В колонии муравьёв есть труженики и лентяи, соотношение которых довольно стабильно. Если разделить тружеников и лентяев, процент тружеников среди лентяев и процент лентяев среди тружеников быстро восстановится. Это говорит о сложных (хотя иногда и удивительно простых) регулятивных процессах, при помощи которых популяция самоорганизуется в единое целое, поддерживает свою структуру. Подобные регулятивные процессы присущи и человеческому социуму. Скажем, после войн, когда снижается количество мужского населения, начинают рождаться преимущественно мальчики.

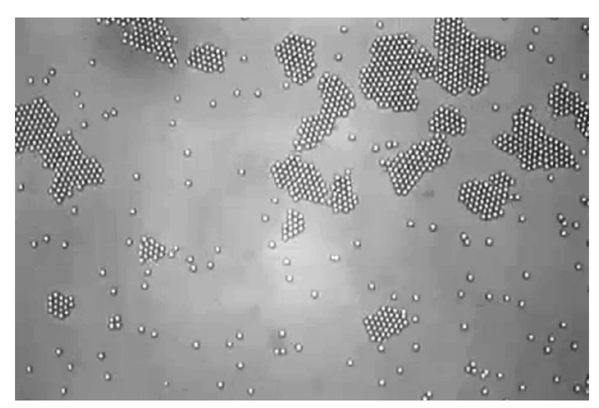


Рис. 5.43. Самоорганизация кластеров кубиков гематита[1].

Интересный пример достался нам в наследство от третьего Рейха. С 1934 по 1945 год в рамках программы умерщвления «Т-4» («Акция Тиргартенштрассе 4») нацисты расстреляли всех пациентов клиник для душевнобольных, как порочащих совершенство арийской расы, и в очень короткий срок процент умалишённых восстановился до прежнего уровня. Шигэ Сун (Shige Song) из Городского университета Нью-Йорка проанализировал данные более чем о 300 тысячах китайских женщин, рожавших в период с сентября 1929 по июль 1982 года, и обнаружил любопытное явление. В 1958–1960 годах Мао Цзэдун попытался модернизировать экономику Поднебесной. Методы, которыми воспользовался вождь во время этого, так называемого, Большого скачка, вместе с засухой и плохой погодой привели к самому страшному голоду в обозримой истории и гибели как минимум 20 миллионов человек. Чуть больше года спустя после начала голода произошло резкое падение рождаемости мальчиков: в апреле 1960-го на каждые 100 новорожденных девочек приходилось 109 мальчиков, а в октябре 1963-го (примерно через два года после окончания голода) – 104 мальчика. Соотношение полов вернулось к нормальному уровню только в июле 1965 года[2].

Видимо, существуют процессы, стабилизирующие и другие характеристики социума, так что, например, процентное соотношение людей различного темперамента, наклонностей, одарённостей в обществе не случайно и регулируемо социумом. Процессы самоорганизации в коллективе несложно встретить в жизни. Всякий коллектив расслаивается на лидеров и ведомых. Если удалить из коллектива уже сложившихся лидеров, через некоторое время среди ведомых выделятся новые лидеры.

---

[1] Jeremie Palacci, Stefano Sacanna, Asher Preska Steinberg, David J. Pine, Paul M. Chaikin. Living Crystals of Light-Activated Colloidal Surfers. // Science. 2013. Vol. 339(6122): 936-40. Doi: 10.1126/science.1230020.

[2] Zoë Corbyn. Male to female birth ratios fell during the Chinese Great Leap Forward famine. // Nature. 2012. Doi:10.1038/nature.2012.10331.
http://www.nature.com/news/hungry-mothers-give-birth-to-more-daughters-1.10331
http://news.sciencemag.org/health/2012/03/chinese-famine-led-more-female-births

Известно, что порой достижения коллектива оказываются существенно выше, чем простая сумма интеллектуальных достижений отдельных его участников. Выяснилось, что коллективный интеллект у большого числа экспериментальных коллективов зависит не столько от индивидуальных интеллектуальных способностей членов группы, сколько от других их качеств. Американские ученые из Университета Карнеги–Меллона (Carnegie Mellon University, Питтсбург, Пенсильвания), Юнион-Колледжа (Union College, Скенектади, штат Нью-Йорк) и Массачусетского технологического института (MIT) с помощью факторного анализа оценили коллективный интеллект рабочей группы людей. В экспериментах участвовали 699 человек, каждый из которых проходил тест на интеллект и получал индивидуальный балл IQ. Затем участников распределяли случайным образом на группы от 2 до 5 человек. Группе давались различные задания, которые выполнялись с большим или меньшим успехом. Выполнение каждого задания оценивалось количественно с использованием тестов для групп Макграта (McGrath Task Circumplex), которые включают четыре типа заданий: задания на творчество, на умение отличать факты и суждения, на способность к разрешению конфликтов интересов, как материальных, так и идеологических, четвертая группа заданий направлена на проверку психомоторных навыков, контрольные задания включали в себя игру в шашки и постройка модели здания.

Данные экспериментов свидетельствуют о том, что фактор коллективного сознательного существует и работает. Во-первых, имеется значимая корреляция успешности прохождения разных заданий. Во-вторых, факторный анализ выдает главный фактор, который определяет 40–50% всей изменчивости результатов выполнения заданий. Авторы исследования назвали его фактор *c* (от «collective»), включающий в себя параметр социальной восприимчивости, число женщин и стремление к доминированию у членов группы. Следующий по значимости фактор берет на себя лишь 18% изменчивости. Фактор c на 40–50% предопределяет успешность выполнения проверочных заданий – игры в шашки и строительства, при этом усредненные оценки индивидуальных IQ, и максимальные индивидуальные IQ слабо связаны с результатами контрольных заданий. И на выигрыш в шашки, и на успех в строительстве индивидуальный вклад почти не влияет: корреляция в обоих заданиях не превышала 18% (рис. 5.44).

Третья характеристика – доминирование – была оценена по распределению реплик в беседе. Если человек стремится к доминированию, то старается разговаривать больше, чаще выражать свое мнение, оставляя другим меньше возможностей. Так что показатель равномерности распределения реплик отражает, с одной стороны, стремление к доминированию одного или нескольких членов коллектива, а с другой – доверие членов коллектива друг к другу. Этот показатель

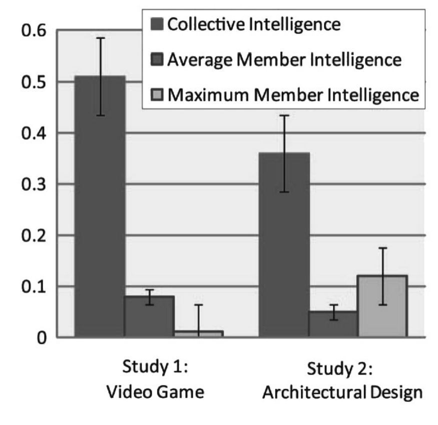


Рис. 5.44. Факторы, определяющие успешность решения контрольного задания: фактор с (I), усредненный интеллект членов коллектива (II), максимальный интеллект среди членов коллектива (III)[1].

был антикоррелирован с фактором с, чем выше в коллективе была склонность к доминированию, тем ниже успешность выполнения задач. Другие социальные и персональные показатели, например, мотивация, удовлетворение, симпатия к членам коллектива, не вносили видимого вклада в коллективный интеллект.

Авторы исследования подчеркивают два наиболее важных вывода: первый – доказанное существование коллективного сознания и коллективной разумности, которая, наподобие индивидуального интеллекта, предопределяет потенциал коллектива, второй – ее можно и нужно оценивать объективно.

Итак, жизнедеятельность биологических систем, как систем сложных, открытых, динамических, их онтогенетическое и филогенетическое развитие сопряжены с процессами самоорганизации на всех уровнях организации живого. Живые системы – эмерджентны, свойства популяции не сводимы к свойствам отдельных особей, свойства организма – к свойствам отдельных клеток, свойства клетки – к свойствам молекул, из которых она состоит. Генетическая регуляция не отрицает процессы самоорганизации в живой системе, а органично входит в общую динамику её процессов самоорганизации.

[1] Anita Williams Woolley, Christopher F. Chabris, Alex Pentland, Nada Hashmi, Thomas W. Malone. Evidence for a Collective Intelligence Factor in the Performance of Human Groups. // Science. 2010. Vol. 330: 686–688.

Глава 6. Детерминированный хаос в биологических системах.

У меня не свалка, у меня организованный нелинейный порядок!

В развитии открытых динамических систем, в которых возникает самоорганизация, всегда присутствует элемент как хаоса в классическом понимании, так и детерминированного хаоса. Живые системы не являются исключением. Наличие хаоса в столь сложно устроенной, достаточно жёстко генетически контролируемой системе, как живой организм, с точки зрения традиционного редукционистского подхода либо вообще исключается, либо является патологией. Но созидательная роль хаоса известна в биологии давно: процесс возникновения случайных мутаций, силой естественного отбора совершенствующих живые организмы тоже является примером самоорганизации. Хаос не только неизбежен, но и должен существовать в открытых самоорганизующихся системах, он необходим для их устойчивости и дальнейшего совершенствования, снижения уровня энтропии внутри системы, производства информации. Исследуя биосистемы с точки зрения синергетики, мы должны научиться вычленять этот хаос, исследовать его созидательную ли, деструктивную ли роль. Мы не можем обойтись без него, создавая математические или компьютерные модели процессов самоорганизации, не можем игнорировать, принимая за ошибки измерений или белый шум те постоянные отклонения в жизненных проявлениях организмов, которые лежат в основе их самобалансировки, гомеостаза, приспособления к меняющимся окружающим условиям и, говоря более глобально, лежащие в основе выбора путей их эволюции. Наука о хаосе – неотъемлемая часть синергетики. Методология исследования хаоса, неопределённости, непредсказуемости, исследования уникального, каковым является каждый вид и даже каждый реальный (не абстрактно средний) организм, исследования однонаправленных неповторимых процессов, примером которых может служить процесс биологической эволюции – эта методология находится сегодня на стадии становления. Методология классической науки базируется на выявлении упорядоченности из хаоса внешнего мира, хаос для неё – граница познанного, неконтролируемое, ненайденные законы, ошибки измерений, отбрасываемый при рассмотрении системы белый шум. Традиционная, классическая наука строится на повторении эксперимента или наблюдаемого явления, уникальные события для неё находятся на грани небытия, это призраки, существование которых недостоверно. Подход классической науки отчасти действенен и достоверен, но, дополнив его синергетическим

подходом, мы сможем спуститься с высот абстрактных понятий особи, популяции, вида ближе к реальным особям, видам и популяциям, на самом деле уникальным, хаотичным, лишь в ограниченной степени предсказуемым, сможем исследовать то, что отбрасывалось или не замечалось классической наукой.

Простая, но гениальная по глубине и ясности получаемых результатов модель, описывающая динамическую самоорганизацию абстрактной живой системы это Мир Маргариток (англ. Daisyworld) – компьютерная модель условного мира, предназначенная для имитации важных процессов в биосфере Земли под влиянием Солнца, которая была ведена Джеймсом Лавлоком (James Ephraim Lovelock) и Эндрю Уотсоном (Andre Watson) в 1983 году для того, чтобы показать правдоподобность гипотезы Геи[1]. Это простейшая модель, описывающая возникновение динамического хаоса в популяции, в которой действуют механизмы саморегуляции с отрицательной обратной связью. В этой модели планета покрыта гипотетическими цветами двух типов: чёрными и белыми. Чёрные цветы любят холод, и чем холоднее атмосфера, тем интенсивнее они распространяются. Но чем больше появляется чёрных цветов, тем атмосфера становится теплее, так как чёрные цветы понижают альбедо (отражательную способность планеты), и потепление ведёт к остановке роста численности чёрных цветов. Белые же цветы, наоборот, любят тепло, и чем атмосфера теплее, тем больше появляется белых цветов. Но белые цветы отражают тепло, и чем больше их становится, тем холоднее становится атмосфера.

Если поместить планету в условия постепенно и неуклонно повышающейся температуры, по мере прогревания планеты, на экваторе достигается минимальное значение температуры, при которой возможно произрастание маргариток. Там, где первоначально окажется немного больше тёмных маргариток, отражательная способность (альбедо) отдельных районов планетной поверхности снизится, а значит, грунт лучше прогреется, дав селективное преимущество тёмным маргариткам, которые, способствуя прогреванию и заселению новых очагов почвы дальше от экватора, будут продолжать снижать альбедо, а, следовательно, всё больше расширять ареал своего обитания, по сравнению с белыми маргаритками. Наконец, вся планета окажется захвачена маргаритками тёмных расцветок. Затем, по мере дальнейшего повышения энергии, температура на экваторе превысит оптимальную для чёрных цветов, с этого момента преимущество переходит на сторону маргариток со светлой окраской цветков. Они, повышая альбедо, охлаждают территорию, и тем самым создают для себя комфортные условия сначала на экваторе, а затем – всё дальше

[1] Watson A.J., Lovelock J.E. Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld. // Tellus B (International Meteorological Institute). 1983. Vol. 35(4): 286–9. Doi:10.1111/j.1600-0889.1983.tb00031.x.

к полюсам. Тёмные маргаритки селективно проигрывают. Наконец, наступает переломный момент, когда температура на экваторе переходит порог, за которым невозможна жизнь маргариток любого типа, тогда, начиная от экватора, жаркая зона охватывает всю планету, превращая её в безжизненную пустыню (рис. 6.1). Математический расчёт, проведённый Лавлоком, выявил закономерность: средняя температура на планете, заселённой маргаритками, несмотря на возрастание температуры окружающего пространства, останется постоянной, пока планета способна регулировать её комбинацией тёмных и белых цветов. Таким образом, даже примитивная биосфера способна оказывать глобальное стабилизирующее влияние на окружающую среду. Эта ситуация очень отличается от существующей в безжизненном мире, где температура не регулируется и возрастает линейно с ростом лучистой энергии звезды (рис. 6.2). В более поздних версиях «Маргариткового Мира» была введёна популяция серых маргариток, а планета населена травоядными и хищниками. Оказалось, что это способствовало ещё большему увеличению гомеостаза (стабильности системы). В новейших исследованиях моделировались реальные биохимические циклы Земли, и, с помощью различных «гильдий» жизни (например, фотосинтезаторы, редуценты, травоядные животные, первичные и вторичные хищники), также были показаны эффект регулирования и стабильность, подобные первоначальному Маргаритковому Миру.

Если же планету населённую маргаритками поместить в условия средней температуры, при которой маргаритки обоих цветов смогут существовать и предоставить маргариткам регулировать температуру на поверхности планеты самим, популяция может стабилизироваться в трёх устойчивых состояниях: 1. Количество чёрных и белых цветов достигнет какого-то среднего значения, температура, соответственно, тоже стабилизируется на одном уровне, достаточном для выживания цветов обоих типов, это неподвижное устойчивое состояние; 2. Количество чёрных и белых цветов будет колебаться с постоянной периодичностью: размножаются чёрные цветы, атмосфера нагревается, их вытесняют белые цветы, атмосфера остывает, их снова сменяют чёрные цветы. Колебания такой системы будут предсказуемы, как колебания маятника, и устойчивы, так как будут продолжаться неограниченно долгое время и небольшие флуктуации не смогут разрушить сложившуюся динамику системы, это устойчивое состояние системы с периодическими колебаниями; 3. Число чёрных и белых цветов в популяции будут колебаться не регулярно. Слишком сильное разрастание чёрных цветов нагреют атмосферу, и чёрные цветы почти все вымрут, сменившись белыми, а переизбыток белых приведёт к их вымиранию и сверхурожаю чёрных, такую систему можно уподобить раскачивающемуся маятнику. Затем, небольшое изменение числа цветов того или иного цвета в определённом периоде цикла приведёт к

постепенному уменьшению амплитуды раскачиваний, и, быть может, к увеличению его частоты. Небольшие случайные флуктуации количества цветов будут в недалёком будущем совершенно непредсказуемо менять поведение всей системы. Поведение такой системы станет действительно непредсказуемо на долгий промежуток времени, никогда в точности не будет повторять само себя, оно станет детерминировано хаотичным, но при этом останется устойчивым, то есть динамика непериодических колебаний будет самоподдерживаться неопределённо долгое время. Эта двухкомпонентная модель, по существу, описывает поведение любой популяции типа «хищник – жертва». Динамика системы "хищник – жертва" приводит к целому спектру пространственных и пространственно-временных структур, таких, как регулярные и иррегулярные колебания, распространяющиеся фронты, концентрические и спиральные волны, пульсации, а также стационарные пространственные структуры. Многие из этих структур вначале получили известность в результате исследования колебательных химических реакций, но никогда не наблюдались в реальных популяциях. Спиральные волны, однако, были обнаружены в океане в виде вращательного движения пятен планктона в километровом диапазоне. Неустойчивости в пространственно однородном распределении планктона могут возникать при том условии, что фитопланктон и зоопланктон движутся с различными скоростями независимо от того, какая из этих скоростей больше. Кроме того, было обнаружено, что такие волны играют важную роль в системе "паразитоид – хозяин " (рис. 6.3).

Гипотеза Геи (англ. Gaia hypothesis) – теория о Земле как суперорганизме, который в результате саморегуляции способен поддерживать основные параметры среды на постоянном уровне. Так, при различных уровнях энергии, поступающей от Солнца, температура поверхности планеты может оставаться приблизительно на одном уровне. Данная гипотеза предложена в 1970-х годах британским химиком и экологом Джеймсом Лавлоком (James Ephraim Lovelock) (рис. 6.4) приглашенным в Калифорнию Американским космическим агентством, готовившим к запуску серию зондов. Он был призван оценить степень вероятности существования жизни на Марсе и Венере, а также создать инструментарий для выявления мизерных концентраций тех или иных химических элементов в атмосфере. Лавлок указал на методологическую ошибку (невозможно предугадать, какой именно химией «питается» жизнь, следует разработать общий принцип поиска жизни в космосе) и сформулировал собственный метод энтропийного анализа. В мёртвом мире энтропия нарастает. Предоставленная сама себе атмосфера безжизненной планеты рано или поздно уравновешивает собственное содержимое, достигая энергетического покоя. Противодействует же энтропийному росту жизнь, потребляющая энергетически активные элементы и выбрасывающая мёртвый шлак. Следовательно, планета с атмосферой из углекислого газа почти наверняка должна быть безжизненной. Напротив, присутствие кислорода должно указывать на присутствие жизни. В сентябре 1965 года Лавлок пришёл к мысли о том, что земная жизнь научилась поддерживать необходимые для себя условия существования, вступив с планетой в некую форму взаимовыгодного сотрудничества. Писатель Уильям Голдинг (William Gerald Golding)

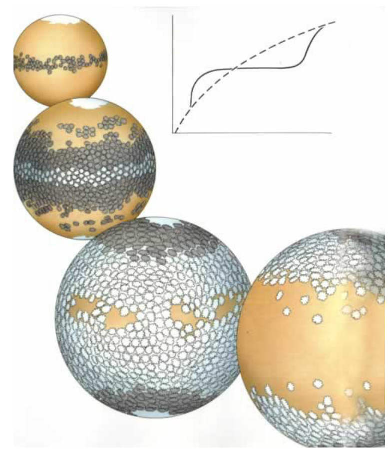


Рис. 6.1. Эволюция Мира маргариток в условиях постепенного повышения температуры.

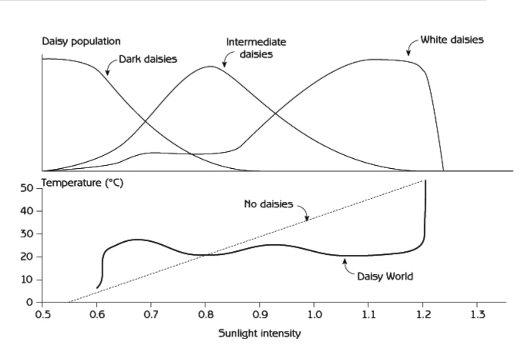


Рис. 6.2. График изменения числа маргариток на поверхности планеты при постепенном повышении температуры. а — Число черных маргариток (Dark daisies) резко возрастает при низкой температуре, постепенно снижаясь при ее повышении, число белых маргариток (White daisies) увеличивается при повышении температуры резко уменьшаясь при перегреве планеты выше порога физиологического максимума, максимум популяции серых цветов (Intermediate daisies) приходится на средние температуры; b — Пунктирная линия (No daisies) — скорость повышения температуры планеты не заселенной маргаритками, сплошная линия (Daisy World) — динамика температуры на поверхности планеты, заселенной маргаритками.

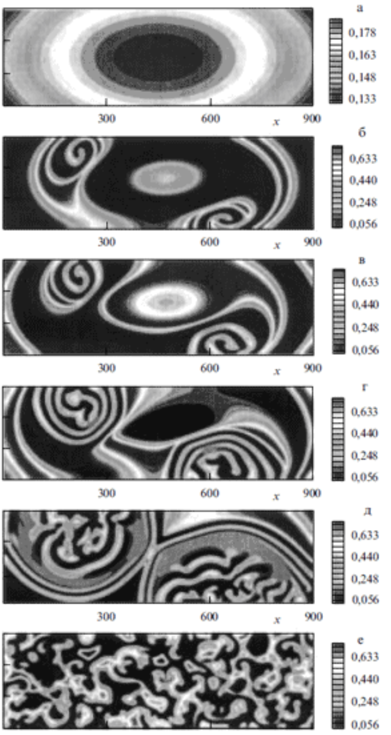


Рис. 6.3. Спонтанно возникающие хаотические узоры в биологической модели «хищник-жертва». Пространственное распределение жертвы (фитопланктон) в моменты: (a) t = 0; (b) t = 150; (c) t = 200; (d) t = 300; (e) t = 400; (h) t = 1000. Иррегулярная пятнистая структура «турбулентностей» возникает в результате разрушения спиралей[1].

[1] Медвинский А.Б., Петровский С.В., Тихонова И.А., Тихонов Д.А., Ли Б.Л., Вентурино Э. Мальхе Х., Иваницкий Г.Р. Формирование пространственно-временных структур, фракталы и хаос в концептуальных экологических моделях на примере динамики взаимодействующих популяций планктона и рыбы. // Успехи физических наук. 2002. Т. 172(1): 31–66. Doi: 10.3367/UFNr.0172.200201b.0031.

предложил Лавлоку назвать теорию в честь древнегреческой богини Земли – гипотезой Геи. К началу 70-х годов у теории Лавлока стали появляться защитники и последователи. В 1970 году Линн Маргулис, биолог Бостонского университета, высказала мысль о том, что связующую роль в поле взаимодействия между жизнью и планетой должны играть микроорганизмы. Лавлок сделал свое знаменитое «серное предсказание». До тех пор бытовало мнение, будто сера, вымываемая в океан из почвы, возвращается на сушу в виде сероводорода. Лавлок выразил в этом сомнение, в 1971 году он организовал исследовательскую экспедицию и на борту «RV Shackleton» доказал: сера поднимается в атмосферу в виде диметилсульфида (DMS), производимого разлагающимися морскими водорослями. Так гипотеза Геи получила первое практическое подтверждение. В 2008 году группа учёных под руководством профессора Брента Крайстнера (Brent Christner) с факультета биологических наук университета Луизианы обнаружила, что за образование почти всех осадков могут отвечать бактерии, в частности, *Pseudomonas syringae*[1]. Было доказано, что бактерии могут путешествовать с облаками на дальние расстояния и быть причиной осадков по всему миру при достаточно высоких температурах. Это открытие считается ещё одним подтверждением гипотезы Геи.

По мнению биолога профессора Питера Уорда (Piter Ward) представление о Земле как сверхорганизме, поддерживающем жизнь на планете, является ошибочным. Он напоминает, что большинство массовых вымираний на Земле происходило не по внешним причинам, а по внутренним, например геологическим. По мнению Уорда, Земля не сможет «исцелить себя», если вдруг человечество исчезнет, она не обладает гипотетической «мудрой саморегуляцией». Уорд предлагает использовать для образного описания Земли не Гею, а другого мифического персонажа – Медею, которая убила собственных сыновей. Гипотеза Геи привлекает внимание к высказываниям В. И. Вернадского об исключительно большой роли живого вещества (живых организмов, биоты) в формировании лика Земли, химических и физических характеристик биосферы, атмосферы, гидросферы. Современные экологические данные подтверждают и детализируют взгляды В. И. Вернадского, указывают на важные функции биоты по формированию и регуляции параметров геохимической среды.

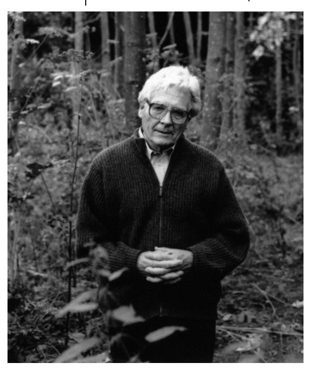


Рис. 6.4. Джеймс Лавлок.

Одним из последователей теории Лавлока был Айзек Азимов, воплотивший её в своих произведениях; в его цикле романов «Основание» модель Геи, на которой все живое и неживое связано между собой, как в едином организме, становится выбором человечества среди нескольких вариантов развития галактики и жизни: главный герой, как избранный представитель человечества, из трех предложенных вариантов выбирает Галаксию – живую Галактику.

Труды:

Lovelock James. Gaia: Medicine for an Ailing Planet. Gaia Books. 2005. ISBN 1-85675-231-3.

Lovelock James. The Revenge of Gaia: Why the Earth Is Fighting Back - and How We Can Still Save Humanity. Santa Barbara (California). Allen Lane. 2006. ISBN 0-7139-9914-4.

Lovelock James. The Vanishing Face of Gaia: A Final Warning: Enjoy It While You Can. Allen Lane. 2009. ISBN 978-1846141850.

Lovelock James. A Rough Ride to the Future. Allen Lane. 2014. ISBN 978-0241004760.

---

[1]Quirin Schiermeier. 'Rain-making' bacteria found around the world. // Nature. 2008. Doi:10.1038/news.2008.632.

Трудно предсказать, какой тип поведения выберет популяция, как долго его будет поддерживать. Возможны спонтанные переходы от одного типа поведения к другому. Такие системы, которые способны переходить от одного типа динамики к другой без видимых причин, совершать фазовые переходы, сменяя одно устойчивое состояние другим, называются квазиинтразитивными. Для нас представляет интерес тот факт, что детерминировано-хаотичное поведение столь же возможно и столь же устойчиво в природе, как и другие типы поведения. Мы столкнулись с этим ещё при рассмотрении каскада бифуркаций, в который может входить простая система, например, популяция, динамика которой описывается уравнением Мальтуса. Роберт Мэй, открывший каскад бифуркаций, призвал полностью изменить подход к научному исследованию, что бы ни было предметом изучения – экономические циклы или распространение слухов. Мэй заявил, что хаос необходимо преподавать: «Математика настолько ушла в сторону, что, давая студенту необходимые знания, одновременно настраивает его против странных эффектов, проявляющихся в простейшей из всех абстрактных нелинейных систем. Не только в сфере науки, но и в повседневной жизни, в политике и экономике – повсюду мы достигли бы процветания, если бы больше людей понимали, что простые нелинейные системы далеко не всегда обладают простыми динамическими свойствами». Мало того, линейное поведение стало частным случаем в преимущественно нелинейном, самоорганизующемся мире. Чем дольше Мэй рассматривал биологические системы сквозь призму простых хаотичных моделей, тем больше он видел моментов, противоречащих общепринятым представлениям. Например, эпидемиологи хорошо знают, что массовые вспышки заболеваний появляются, как правило, с определённой цикличностью – регулярно или иррегулярно. Корь, полиомиелит, краснуха идут в наступление и отступают периодически. Мэй осознал, что колебания могли воспроизводиться нелинейной моделью, и заинтересовался тем, что случится, если система получит внезапный толчок – помеху, вроде массовой вакцинации. Казалось бы, процесс должен плавно изменяться в желаемом направлении. На самом деле, как обнаружил Мэй, начнутся весьма ощутимые колебания. Даже если жёстко свести на нет долгосрочную тенденцию, путь к новому равновесию будет прерываться поразительными подъёмами. В реальности врачи наблюдали колебания, подобные тем, что смоделировал Мэй. Об этом свидетельствовали фактические данные, например, итоги реализации программы по искоренению краснухи в Великобритании. И всё же любой служащий системы здравоохранения, услышав о кратковременной вспышке краснухи или гонореи, приписывал её, прежде всего, плохо проведённой вакцинации. Американские и израильские математики рассчитали оптимальную стратегию борьбы с эпидемией при помощи вакцинации. Используя

вероятностную модель для описания процессов заражения, повторного заражения и распространения заболевания, ученые смогли установить, что при фиксированном количестве доступной вакцины лучшая стратегия - проведение серии интенсивных мероприятий по прививанию. Оказалось, что подобная серия работает эффективнее отдельно взятой массивной вакцинации. По словам ученых, эффективность стратегии обусловлена тем, что в течение длительного времени количество зараженных в коллективе может оставаться достаточно стабильным. Последовательная вакцинация позволяет уменьшить стабильное количество больных и приводит к экспоненциальному уменьшению количества болеющих. Ученые подчеркивают, что их модель не привязана к какому-либо конкретному заболеванию и может применяться в самом общем случае. Главной трудностью при этом остается вычисление периодов, с которыми необходимо проводить вакцинацию[1].

За несколько лет изучение хаоса дало сильный толчок развитию теоретической биологии, объединив биологов и физиков в научные коллективы, о которых совсем недавно никто и не помышлял. Экологи и эпидемиологи раскопали данные предыдущих лет, которые прежде отбрасывали, считая непригодными для исследований. Черты детерминированного хаоса были обнаружены в эпидемии кори в Нью-Йорке, а также в отслеженных по наблюдениям охотников колебаниях численности популяций канадской рыси в течение двухсот лет. Молекулярные биологи начали рассматривать белки как движущиеся системы. Изменился взгляд физиологов на органы, которые представлялись теперь учёным не застывшими структурами, но объектами, совершающими регулярные и иррегулярные колебания. Колебательность и цикличность, присущие живым системам, легли в основу понятия «биологического времени».

Стрела времени, описывающая движения разного рода не обязательно пряма и однонаправлена. В термодинамике стрела времени это вектор, идущий от необратимых явлений, таких как фазовые переходы. В теории относительности, пространство и время являются единым целым, и в рамках идеи «конуса причинности» Минковского объясняют взаимодействия между физическими объектами. В квантовой механике, понятие времени становится еще более странным, оно иногда двумерно, иногда обращается вспять, дабы сохранить CPT-инвариантность, в других случаях время прерывисто и фракталоподобно. Не менее нетривиально течение времени биологических систем. Биологические объекты требуют описания времени, как нелинейного явления, потому что их существование характеризуется ритмами и циклами, а не линейными процессами.

[1] Khasin M., Dykman M.I., Meerson B. Speeding up disease extinction with a limited amount of vaccine. // Phys. Rev. E Stat. Nonlin. Soft. Matter. Phys. 2010. Vol. 81(5 Pt 1): 051925.

Идея представления биологического времени состоит в том, чтобы к стандартному линейному представлению времени добавить ритм, используя второй вектор, вращающийся перпендикулярно линии времени.

Дополнительные ритмы могут быть просто добавлены к этой перпендикулярной линии, так циркадный ритм может делать один оборот вокруг оси времени за 24 часа, тогда как ритмы дыхания и сердцебиения делают полный поворот всего за несколько секунд. "Пространство-время" движется в такой модели вдоль поверхности двумерного геликоида (рис. 6.5), форму которого Лонго с коллегами назвали формой второго спирального порядка (shape a second order helix). Модель Лонго даёт наглядное представление о масштабах ритмов и периодов, которые в таком представлении легко сравнимы как между представителями одного вида, так и в межвидовых сравнениях[1].

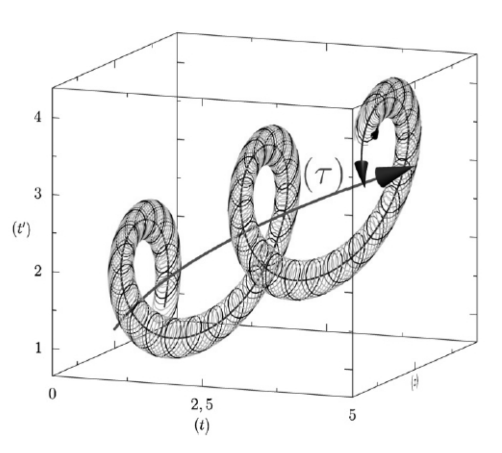


Рис. 6.5. Геометрическая схема биологического времени с двумя циклами.

Исследованием биологических ритмов занимается хронобиология, существенные сдвиги во временной организации физиологических функций организма – патологический дисинхроноз, исследуется разделом патофизиологии – хронопатологией[2]. Сегодня физиологи отзываются о так называемых динамических заболеваниях как о расстройствах различных систем организма человека, нарушениях координации или управления. Системы, которые в нормальном состоянии колеблются, внезапно прекращают колебания или начинают осциллировать иным, неожиданным образом, а те системы, которые обычно не подвержены циклическим изменениям, вдруг обнаруживают их.

Задатчики ритма в организме организованы иерархически. Главным центром циркадианных часов является супрахиазматическое ядро головного мозга распологающееся рядом с центром регуляции

[1] Francis Bailly, Giuseppe Longo, Maël Montévil. A 2-dimensional Geometry for Biological Time. // Progress in Biophysics and Molecular Biology. 2011. Vol. 106(3): 474-484. ISSN: 0079-6107. arxiv.org/abs/1004.4186.

[2] Хетагурова Л.Г., Салбиев К.Д. и др. Хронопатология: экспериментальные и клинические аспекты. М.: Наука. 2004. 355 стр. ISBN: 5-02-032938-X.

продукции гормонов в организме. Гены перефирической регуляции римтов экспрессируются в каждой клетке организма. Для эффективной работы организма чрезвычайно важно, чтобы все часовые механизмы были синхронизированы.Фазы внутренних хронометров могут сдвигаться под воздействием определенных стимулов, которые способны навязывать свой ритм. Такие стимулы называются цайтгеберами (от нем. Zeit – «время» и geben – «давать») или задатчиками ритма. Природа задатчиков ритма специфична для каждой системы организма, например, свет задаёт ритм супрахиазматическому ядру, внутренние часы печени больше настроены на ритмичность приема пищи, чем на ритмы смены светлого и тёмного периодов суток[1].

Исследователь Тами Мартино (Tami Martino) анализировал продолжительность жизни золотистых хомячков с особой мутацией в гене tau, которая уменьшает период суточного ритма в периферических часах до 22 часов. Оказалось, что общая продолжительность жизни хомячков с мутацией уменьшается на 20%, причём ранняя смерть обусловлена заболеваниями миокарда – фиброза и кардиомиопатий[2]. Однако, когда хомячкам с мутацией создали искусственные условия так, чтобы период чередования света и темноты составлял 22 часа, то сердечная патология сменилась на нормальное функционирование сердца. Более того, удаление супрахиазматического ядра – главных часов организма – также имело профилактический эффект: гипертрофия миокарда у золотистых хомячков после операции не развивалась. Полученные результаты свидетельствуют о том, что не столько повреждение периферических часов, сколько утрата синхронизации между центральным и периферическими задатчиками ритма приводит к возникновению сердечно-сосудистой патологии. У мутантных хомячков произошла нестыковка 22-часового периода периферических часов и 24-часового периода центральных часов. Когда центральному хронометру через изменения внешних условий (свет/темнота) навязали ритм в 22 часа, то он синхронизировался с периферическими часиками, и сердечная патология не развилась. Когда супрахиазмальное ядро удалили, то периферическим часам также ничто не мешало свободно реализовывать свой собственный ритм.

Описаны динамические расстройства крови. К их числу принадлежит одна из форм лейкемии, при которой меняется соотношение белых и красных кровяных телец, тромбоцитов и лимфоцитов. Клинические данные и изучение динамики систем с обратной связью в регуляции гемопоэза привели к признанию того, что у пациентов с

[1] Stokkan K.A., Yamazaki S., Tei H., Sakaki Y., Menaker M. Entrainment of the circadian clock in the liver by feeding. // Science. 2001. Vol. 291: 490–493.

[2] Martino T.A., Oudit G.Y., Herzenberg A.M., Tata N., Koletar M.M., Kabir G.M., Belsham D.D., Backx P.H., Ralph M.R., Sole M.J. Circadian rhythm disorganization produces profound cardiovascular and renal disease in hamsters. // Am. J. Physiol. Regul Integr. Comp. Physiol. 2008. Vol. 294: R1675–1683.

заболеваниями крови можно ожидать появления колебаний и хаотической динамики. В исследовании периодического гемопоэза (ПГ, известного также в ранних публикациях как циклическая нейтропения) Мишель Маккей (Michelle Mackey) установил связь динамических изменений, обнаруживаемых в популяциях кровяных клеток у больных с ПГ, с бифуркацией в динамическом поведении популяции полипотентных стволовых клеток (ППСК), точно предсказав период колебаний, а также ряд других характеристик заболевания[1]. Была высказана гипотеза о том, что бифуркация возникает в результате аномальной гибели клеток во время пролиферативной фазы в популяции ППСК.

Установление того, что у пациентов с заболеваниями крови может часто возникать цикличность, имеет важные практические применения. В отсутствие какой бы то ни было терапии в субпопуляции клеток крови больных с хроническим миелоидным лейкозом (ХМЛ) обнаруживаются заметные колебания уровня белых кровяных клеток между нормальными и повышенными значениями. Неопубликованное исследование записей, полученных у пациентов из Онкологического центра при Госпитале Королевы Виктории в Монреале, позволяет предположить, что больные с ХМЛ, подвергавшиеся хемотерапии, были также «цикликами» и что число их белых кровяных клеток могло спонтанно уменьшаться до нормы в отсутствие хемотерапии. Тот факт, что у пациентов с ХМЛ цикличность может быть либо регулярной, либо хаотичной, запутывает лечение. Действительно, сейчас статистика выживания для популяций пациентов с ХМЛ остается такой же, какой она была в период с 1910 по 1948 г., несмотря на изобретение сложной химио- и радиотерапии. Возможное объяснение этого состоит в том, что некоторые пациенты умирают из-за того, что подвергаются терапии, гораздо скорее, чем если бы их оставили в покое, в то время как у других жизнь продлевается. Эта гипотеза опирается на предположение, что система регулирования уровня белых кровяных клеток работает в хаотической области, и терапия будет эффективной только в том случае, когда действительно удастся овладеть всеми деталями этой регулирующей системы[2-3].

У некоторых больных диабетом могут возникнуть трудности в установлении соответствующего графика введения инсулина. У этих больных периодическое введение инсулина в соединении с регулярным приемом пищи и режимом физической нагрузки оказывается неэффективным для поддержания уровня глюкозы в крови в нормальных пределах. Вместо этого могут иметь место нерегулярные

---

[1] Michael C. Mackey. Periodic auto-immune hemolytic anemia: An induced dynamical disease. // Bulletin of Mathematical Biology. 1979. Vol. 41(6): 829-834.

[2] Гласс Л., Мэки М. От часов к хаосу – ритмы жизни. Пер. с англ. М.: Мир. 1991. 248 стр. ISBN 5-03-001834-4.

[3] Leon Glass and Michael C. Mackey. From Clocks to Chaos: The Rhythms of Life. Princeton University Press. 1988. 272p. ISBN: 978-0691084961.

флуктуации (например, при слежении за уровнем глюкозы в крови после его повышения). Для таких пациентов необходимо разрабатывать схемы введения инсулина, основанные на данных о текущем уровне сахара в крови и понимании динамики его изменения.

Ритмы дыхания и серцебиения интегрируют в себе воздействия множества внутренних и внешних задатчиков ритма. Сбой любого из них может иметь трудноустранимые последствия. Для повышения эффективности терапевтического действия механических вентиляторов и сердечных пейсмекеров были разработаны датчики, которые позволяют установить обратную связь между пациентом и механическим регулятором дыхания или сердцебиения. Такая связь позволяет облегчить управление этими приборами и избежать опасной конкуренции между навязанным ритмом и внутренними ритмами. Однако понимание деталей поведения этих устройств в их клиническом применении представляется чрезвычайно трудной теоретической проблемой из-за двухстороннего взаимодействия между этими ритмами.

Американская исследовательница Молли Брэй (Molly Bray) исследовала гены циркадианных часов с помощью метода микрочипов ДНК. Ей удалось выявить 548 генов, регулирующих часы в кардиомиоцитах предсердия, и 176 генов, связанных с циркадианным ритмом мышечных клеток желудочка сердца. Среди них были гены, вовлеченные в липогенез, и белки, связывающие липиды; все они демонстрировали суточную экспрессию[1]. Недавно опубликовано сообщение о том, что белок Klf 15 (kruppel-like factor), контролирующий в организме процессы формирования тканей, обмена жиров и воспаления, способен влиять и на суточные ритмы сердца. Концентрация этого белка варьирует в зависимости от стадии цикла «сон-бодрствование». Исследователями были выведены линии мышей с двумя вариантами мутаций в гене, кодирующем Klf 15, которые приводили к тому, что уровень фактора в плазме крови был либо чрезмерно повышен, либо белок отсутствовал вовсе. И в том, и в другом случае мыши страдали от угрожающих жизни сердечных аритмий[2].

При более глубоком изучении оказалось, что Klf 15 – это только первая ступень в сложном молекулярном каскаде, потому что он контролирует другой белок – KChIP 2 (Kv channel-interacting protein) – фактор, взаимодействующий с калиевыми каналами в

---

[1] Bray M.S., Shaw C.A., Moore M.W., Garcia R.A., Zanquetta M.M., Durgan D.J., Jeong W.J., Tsai J.Y., Bugger H., Zhang D., Rohrwasser A., Rennison J.H., Dyck J.R., Litwin S.E., Hardin P.E., Chow C.W., Chandler M.P., Abel E.D., Young M.E. Disruption of the circadian clock within the cardiomyocyte influences myocardial contractile function, metabolism, and gene expression. // Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol. 2008. Vol. 294: H1036–1047.

[2] Jeyaraj D., Haldar S.M., Wan X., McCauley M.D., Ripperger J.A., Hu K., Lu Y., Eapen B., Sharma N., Ficker E., Cutler M.J., Gulick J., Sanbe A., Robbins J., Demolombe S., Kondratov R.V, Shea S.A., Xander U.A., Wehrens H.T., Rosenbaum D.S., Jain M.K. Circadian rhythms govern cardiac repolarization and arrhythmogenesis. // Nature. 2012. Vol. 483: 96–99.

мышечных клетках сердца. Изменения концентрации KChIP 2 приводят к электрической нестабильности тканей сердца и, как следствие, к нарушениям сердечного ритма; при этом ген этого фактора имеет суточный ритм экспрессии.

Суточный ритм экспрессии имеют и сами гены калиевых каналов мышечных клеток сердца Kv1.5 и Kv4.2. Интересно, что экспрессия Kv1.5 увеличивается в темное время суток, тогда как матричную РНК белка Kv4.2 в большей концентрации обнаруживают в светлый период. Нарушения ритма в любом звене этой сложной системы могут быть связаны с суточным временем возникновения приступов аритмии.

Такишиге Куньеда (Takeshige Kunieda) исследовал циркадианную систему в миоцитах стареющих сосудов. Он обнаружил, что в этих клетках потеря циркадной ритмичности связана с укорочением теломер. Как известно, укорочение теломерных сегментов хромосом ограничивают также число делений стволовых клеток организма. Введение теломераз предотвращало проблемы с экспрессией часовых генов. Эти исследования показывают, что регуляция теломеразами может стать одним из способов терапии нарушений циркадных ритмов, связанных с возрастом[1].

В 1991 году были открыты динамические нарушения генома человека – описан новый тип мутаций – так называемые динамические мутации, вызванные увеличением числа копий (экспансией) CAG последовательностей[2-3]. Практически одновременно было описано увеличение числа копий триплетных повторов в кодирующей области гена рецептора андрогенов (при болезни Кеннеди или спинобульбарной мышечной атрофии) и в области ломкого сайта X хромосомы в некодирующей области гена FMR1 (при синдроме ломкости X хромосомы или синдроме Мартина-Белла)[4]. За прошедшее время описано более 10 заболеваний вызываемых динамическими мутациями и показано, что они могут вызываться экспансиями повторов нескольких типов. При этом можно выделить несколько типичных для всех динамических мутаций характеристик: повторы с экспансией обладают мейотической и митотической нестабильностью; в ряду поколений обычно наблюдается увеличение числа копий повтора (этот

---

[1] Kunieda T., Minamino T., Katsuno T., Tateno K., Nishi J., Miyauchi H., Orimo M., Okada S., Komuro I. Cellular senescence impairs circadian expression of clock genes in vitro and in vivo. // Circ. Res. 2006. Vol. 98: 532–539.

[2] Mangiarini L., Sathasivam K., Mahal A., Mott R., Seller M., Bates G.P. Instability of highly expanded CAG repeats in mice transgenic for the Huntington's disease mutation. // Nat Genet. 1997. Vol. 15(2): 197-200. Doi:10.1038/ng0297-197.

[3] Назаренко С А., Назарвнко Л.П., Пузырев В.П. Наследственные болезни человека с экспансией числа тринуклеотидных повторов. // Бюлл. ТНЦ СО РАМН. 1995. Вып. 6: 109-123.

[4] La Spada A.R., Wilson E.M., Lubahn D.B., Harding A.E., Fischbeck K.H. Androgen receptor gene mutations in X-linked spinal and bulbar muscular atrophy. // Nature. 1991. Vol. 352(6330): 77-9.

феномен лежит в основе явления антиципации – увеличения тяжести заболевания в ряду поколений), вероятность изменения копийности повторов отличается даже при наследовании динамической мутации по отцовской или материнской линии.

На примере механизма образования спор у бактерий в 2009 году экспериментально удалось показать, что становление нового полезного признака в ходе эволюции может начинаться с мутаций, вносящих элемент хаоса в программу индивидуального развития. Дестабилизация развития приводит к появлению целого набора альтернативных аномальных фенотипов («уродств»), причем выбор одного из возможных путей развития поначалу случаен. Если один из этих путей окажется удачным, отбор в дальнейшем будет закреплять мутации, повышающие вероятность реализации именно этого нового пути развития. В результате новый признак, изначально возникший как редкая аномалия, со временем стабилизируется и становится нормой[1].

Последние исследования находят периодический и апериодический ритм и в механизме эпигенетической регуляции клеточных процессов. Исследования живых клеток *Saccharomyces cerevisiae* показали, что динамика выработки некоторых транскрипционных факторов ритмична, и в некоторых случаях стохастична. Используя микроскопию отдельных клеток с замедленной съемкой было обнаружено, что транскрипционные факторы Msn2 и Mig1 регулируют активность своих генных мишеней через модуляцию временной задержки изменения своих концентраций. Активатор Msn2 и репрессор Mig1 в ответ на различные воздействия (например, изменения концентрации глюкозы) пульсировали в перекрывающемся и не перекрывающемся режимах, при этом только не перекрывающиеся пульсации концентраций эффективно активировали экспрессию регулируемого гена. В контроле концентрации Msn2 и Mig1 показывали спорадические пульсации. Регуляция, осуществляемая относительной временной задержкой сигналов известна в нейробиологии, исследование же Калифорнийского института технологий 2015 года открывает нам времязависимый механизм комбинаторной регуляции в отдельной клетке и это не последнее открытие, описывающее эпигенетическую клеточную регуляцию, как флуктуирующую динамическую систему[2]. Одновременные измерения концентрации ингибитора транскрипции бактериофага лямбда и числа матричных РНК поддерживающих лизогению промотора бактериофага лямбда (PRM) в индивидуальных клетках *Escherichia coli* позволило распознать стохастичную активность

---

[1] Avigdor Eldar, Vasant K. Chary, Panagiotis Xenopoulos, Michelle E. Fontes, Oliver C. Loson, Jonathan Dworkin, Patrick J. Piggot, Michael B. Elowitz. Partial penetrance facilitates developmental evolution in bacteria. // Nature. 2009. Vol. 460: 510-514. Doi:10.1038/nature08150.

[2] Yihan Lin, Chang Ho Sohn, Chiraj K. Dalal, Long Cai, Michael B. Elowitz. Combinatorial gene regulation by modulation of relative pulse timing. // Nature. 2015. Doi:10.1038/nature15710.

в связывании промоторов. Переключения между конфигурациями промоторов быстрее, чем срок жизни РНК и индивидуальные копии генов в клетке работают независимо друг от друга[1].

В качестве динамической системы можно описать и живую ткань. Будучи сообществом связных клеток, формирующих надклеточное целое, характеризуемое связными потоками информации, энергии и материи, участвующее в общих процессах секреции, синтеза внеклеточного матрикса, пролиферации, дифференцировки и апоптоза, динамика жизнедеятельности и развития любой тканевой системы представляет из себя эмерджентный результат взаимодействия составляющих её элементов (клеток и межклеточного вещества), активность которых, кроме того, изменяется под действием множества внешних факторов. В качестве примера можно привести модель канцерогенеза ткани, как нелинейной динамической системы, созданной группой исследователей Корнельского университета, используя нелинейные уравнения:

$n' = 0;\; f' = \alpha\eta(m-f);\; m' = \beta\kappa n - fc + \gamma f - m;\; c' = \upsilon fm - \omega n - \delta\varphi c,$

где n, m, f, c – временные флуктуации, отражающие плотность клеток опухоли, концентрации MDE (муцинозной протоковой эктазии), ММ (злокачественной меланомы) и насыщенности кислородом. Развитие злокачественной опухоли описано, как детерминировано-хаотический процесс, отображаемый в фазовом пространстве в виде странного аттрактора. Используемые уравнения были выведены из реакционно-диффузной модели опухолевого роста. Модель математически описывает процессы канцерогенеза и метастазирования, так же как чувствительность развития рака к начальным условиям и параметрам. Исследуя странный аттрактор динамики опухоли можно делать заключения о характере канцерогенеза и метастазирования опухоли (рис. 6.6)[2-3].

Рассмотрим подробнее баланс хаоса и порядка в организме на примере двух, пожалуй, самых динамичных физиологических систем: сердца и нервной системы.

Построим простейший странный аттрактор, отражающий динамику работы сердца по значениям трёх переменных: интервалом между первым и вторым ударами, между вторым и третьим, третьим и четвёртым. Конечно, измерения должны проводиться с соответствующей точностью и на достаточно большом отрезке времени. Если ритм сердца

---

[1] Leonardo Sepúlveda A., Heng Xu, Jing Zhang, Mengyu Wang, Ido Golding. Measurement of gene regulation in individual cells reveals rapid switching between promoter states. // Science. 2016. Vol. 351(6278): 1218-1222. Doi: 10.1126/science.aad0635.

[2] Ivancevic T.T., Bottema M.J., Jain L.C. A Theoretical Model of Chaotic Attractor in Tumor Growth and Metastasis. // arXiv:0807.4272 in Cornell University Library's arXiv.org.

[3] "Chaotic Attractor in Tumor Growth" from The Wolfram Demonstrations Project http://demonstrations.wolfram.com/ChaoticAttractorInTumorGrowth/ Contributed by: Tijana Ivancevic. A Theoretical Model of Chaotic Attractor in Tumor Growth and Metastasis. // arXiv:0807.4272 in Cornell University.

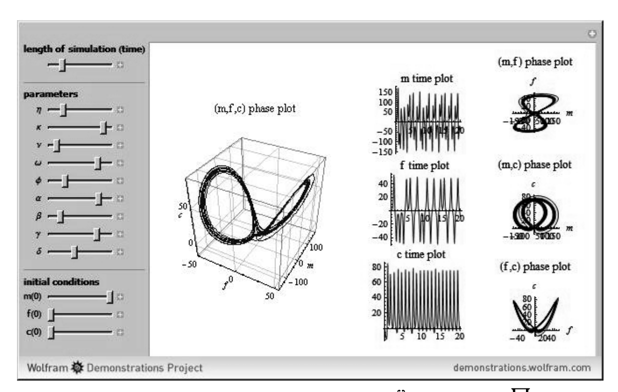


Рис. 6.6. Модель динамики развития злокачественной опухоли. Параметры: α — объём опухолевых клеток (пролиферирующая/не пролиферирующая фракции), β — уровень глюкозы, γ — число клеток опухоли, δ — диффузия с поверхности (уровень насыщения), η = f — ММ концентрация, κ - m — MDE концентрация, с — концентрация кислорода.

регулярен, как хороший часовой механизм, в фазовом пространстве он отобразится, как точка, или небольшое облако, стремящееся слиться в точку (отклонения всегда неизбежны), в случае полного отсутствия корреляций между ударами мы увидим хаотичный разброс точек по всей области фазового пространства. В реальности, работа здорового сердца отображается в фазовом пространстве в виде странного аттрактора (рис. 6.7). Детерминированно-хаотический режим активности сердца позволяет использовать анализ хаотической компоненты электрокардиограммы, как биометрический показатель, уникальный для каждого человека[1]. Кроме того, при различных заболеваниях сердца форма странного аттрактора меняется. Так, наиболее характерной геометрической фигурой для лиц с постишемическими изменениями, является фиксированный точечный аттрактор, где все траектории сходятся в одной точке. Исчезновение вариабельности сердечного ритма отмечалось также у пациентов за несколько минут до внезапной сердечной смерти. В некоторых случаях потеря нормальной динамики выражается в появлении высокопериодичных сравнительно низкочастотных (0,01 – 0,04 Гц) непредсказуемо начинающихся и прекращающихся осцилляциях. В свете нелинейной динамики переход сердца в состояние таких осцилляций и выход из них можно характеризовать как бифуркации между различными динамическими состояниями сердечной деятельности. Другим типичным примером проявления патологических изменений оказывается периодический аттрактор (ограниченный цикл), при котором траектории проходят правильный путь, соответствующий процессу, который является

[1] Ching-Kun Chen, Chun-Liang Lin, Yen-Ming Chiu. Individual identification based on chaotic electrocardiogram signals during muscular exercise. // IET Biometrics. 2014. Vol. 3(4): 257 – 266. Doi: 10.1049/iet-bmt.2013.0014.

циклическим, этот аттрактор присущ экстрасистолии[1-2].

Странный аттрактор свидетельствует, что сокращениям сердца в здоровом состоянии присущ детерминированный хаос, возникающий в природе в самоорганизующихся системах, но при летальной патологии определённого типа ритм сердца становится патологически регулярен, детерминированный хаос исчезает. Чем это объяснить?

В 1665 году датский исследователь Христиан Гюйгенс (Christiaan Huygens; 1629 – 1695) заметил, что пара маятниковых часов, повешенных на одной деревянной стене, спустя некоторое время согласовывали такт своего движения[4-5].

В такое согласованное движение они могут переводиться только вибрацией, передаваемой через деревянную стену. Указанное явление, при котором один регулярный цикл воздействует на другой,

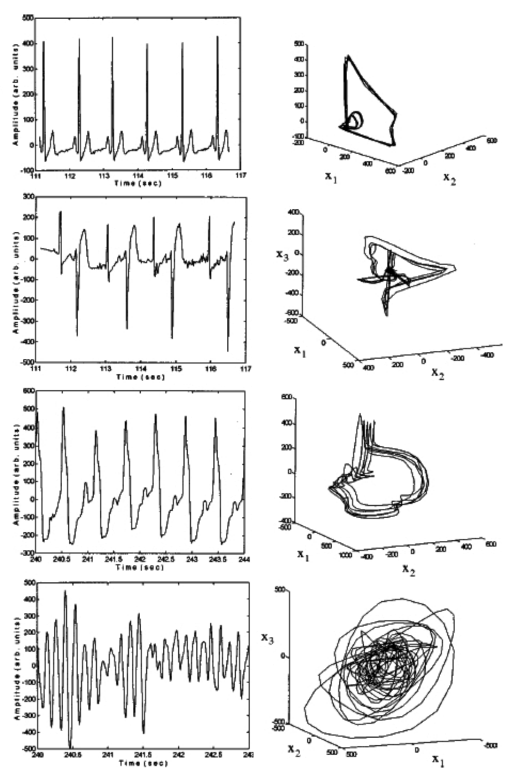


Рис. 6.7. Временные серии ЭКГ и аттракторы для: a — нормального сердца; b — экстрасистолии; c — желудочковой тахикардии; d — вентрикулярной фибрилляции. x1, x2, и x3 представляют x(t), x(t + v) и x(t + 2v) соответственно, где x временные серии и v время задержки[3].

---

[1] Вадилов С.А. Разработка метода и средств диагностики хаотической деятельности сердца. Автореферат диссертации. 1994.
[2] Goldberger A.L. Is the normal heartbeat chaotic or homeostatic? // News Physiol Sci. 1991. Vol. 6: 87-91.
[3] Narayana K., Govindan R.B., Gopinathan M.S. Unstable periodic orbits in human cardiac rhythms. // Physical Review E. 1997. Vol. 57(4): 4594-4603.
[4] Huygens C. Correspondance 1664–1665. In: Nijhoff M. (ed.) Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Vol. V. (La Societe Hollandaise des Sciences, The Hague, 1893).
[5] Huygens C. L'horloge à pendule. In: Nijhoff M. (ed.) Oeuvres complètes de Christiaan Huygens vol. XVII (La Societe Hollandaise des Sciences, The Hague, 1932).

ныне хорошо известно. Именно в силу этого явления Луна всегда обращена к Земле одним и тем же полушарием, да и вообще у спутников планет, как правило, отношение периода вращения вокруг своей оси к периоду обращения по орбите составляет 1 к 1, или 2 к 1, или 3 к 2. Этот эффект встречается и в электронике, позволяя радиоприёмнику настраиваться на определённые сигналы, даже если в их частоте наблюдаются небольшие колебания. Воздействие регулярных циклов друг на друга объясняет способность групп осцилляторов, в том числе и биологических, таких как клетки сердечной ткани или нервные клетки, функционировать синхронно. «Простого» физического описания синхронизации не возможно создать даже для такой простой системы из двух осциляторов, как пара маятниковых часов, на которые влияет целое множество параметров, в их числе механическая жёсткость деревянной доски и коэффициент затухания маятника в часах. Часы могут синхронизироваться и в фазе и в противофазе, частота колебаний маятников синхронизированных и несинхронизированных часов отличается на небольшую величину, притом как в большую, так и в меньшую сторону. Более мягкая доска способствует замедлению часов, а более жёсткая – ускорению. В результате синхронизированные часы начинают отсчитывать время с некоторой ошибкой, доходящей до нескольких секунд в час[1]. Однако, для всех динамических, колебательных систем, независимо от их сложности, важным свойством является *устойчивость* – способность системы противостоять малым возмущениям. Для биологических объектов не менее важна гибкость, то есть способность системы нормально функционировать под воздействием целого ряда частот. Преобладание одной единственной частоты может воспрепятствовать адаптации системы к изменениям. Сердце состоит из огромного числа синхронно самовозбуждающихся клеток, на его ритм оказывает влияние масса цикличных и хаотичных факторов: концентрация в крови множества гормонов антагонистов, замедляющих и ускоряющих сердечный ритм, давление крови, концентрация кислорода, уровень потребления кислорода, нервные импульсы и так далее. Суммируясь к некоторому среднему, эти факторы и задают сердечный ритм. Но динамическое равновесие гомеостаза постоянно флуктуирует, среднее всё время немного меняется, изменяя и частоту сердечного ритма. Сердце – само продукт самоорганизации миллионов элементов – клеток сердечной мышцы, с другой стороны, оно является лишь элементом целого более высокого порядка – организма, и подчинено параметру порядка этого высшего целого – гомеостазу. Детерминированный хаос гомеостаза воздействует на детерминированный хаос работы миллионов клеток сердца,

---

[1] Ramirez J.P., Olvera L.A., Nijmeijer H., Alvarez J. The sympathy of two pendulum clocks: beyond Huygens' observations. // Scientific Reports 6. 2016. Article number: 23580. Doi: 10.1038/srep23580.

изменяя их параметр порядка – частоту сердечного ритма. Больное сердце видоизменяет паттерн своего ответа, своей синхронизации, параметр порядка видоизменяется, при изменении свойств элементов. Исчезновение же детерминированного хаоса свидетельствует о ригидности, глухости системы, неспособности к самобалансировке под воздействием внешних и внутренних флуктуаций, такая система – как часовой механизм, оставленный на произвол хаотичных сил природы, отклонения будут накапливаться, пока существование слаженного работающего целого не прекратится.

Синхронизоваться могут не только две подсистемы, но и ансамбли из многих слабо взаимодействующих систем. Теория синхронизации представляет собой обширную область нелинейной науки. В задаче о синхронизации автоколебательной системы внешним сигналом возникают два естественных параметра – частота и амплитуда внешнего воздействия. На плоскости этих параметров образуется характерная структура областей режимов, которая представляет собой области синхронизации с разным соотношением частот системы и внешнего сигнала. Эти области имеют вид языков, вершины которых лежат на оси частот (рис. 6.8). Замечательно, что языки выходят из каждого рационального числа на этой оси. Между языками существуют области квазипериодических режимов с иррациональным соотношением частот, такие режимы могут расцениваться, как детерминировано - хаотические. Основные черты этой картины были выявлены российским математиком В.И.Арнольдом, так что система языков синхронии получила название языков Арнольда.

При больших амплитудах сигнала области периодических режимов вытесняют квазипериодические, и языки начинают перекрываться. Становится возможным хаос. Указанная картина в своей «грубой» структуре универсальна в том смысле, что характерна для любой возбуждаемой периодическим сигналом автоколебательной системы.

С позиции синергетической парадигмы достаточно эффективно исследовать заболевания сердца, проявляющиеся в десинхронизации его работы как целого. К таким болезням относится фибрилляция.

Первое описание фибрилляции было дано Гаррей (Garrey) в 1924 г.: «Общий процесс фибрилляционного сокращения сердечной мышцы может быть описан как некоординированный, неупорядоченный и чрезвычайно

Рис. 6.8. Пример системы языков Арнольда для двух связанных осцилляторов в виде карты ляпуновских показателей.

причудливый сократительный процесс, при котором нормальные систола и диастола больше не наблюдаются, и возникает впечатление, что отдельные волокна или группы волокон сокращаются независимо (отсюда название фибрилляция). В то время как некоторые участки фибриллирующей ткани находятся в состоянии покоя, примыкающие к ним участки или участки, сильно удаленные друг от друга, могут синхронно сокращаться. На поверхности фибриллирующей камеры имеются области тонких подергиваний, трепетаний или дрожательных движений, сочетающихся с более грубым ундулирующим характером мышечных сокращений, которые медленно распространяются по всей мышечной массе то в одном направлении, то в другом, причем при их продвижении непрерывно возникают зоны блока в результате их взаимодействия с другими волнами. В одном и том же сердце иногда могут наблюдаться любые градации: от условий, при которых преобладают грубые ундулирующие движения, которые Кроникер (Kronecker)[1] назвал перекатыванием – движением, сравнимым с бурной перистальтикой – до условий, в которых фибриллирующая ткань имеет вид дрожащей массы, либо обнаруживает грубые быстрые трепетания с наложенными на них тонкими подергиваниями волокон[2]. Какой бы бурной и хаотичной ни казалась фибрилляция, анализ показывает, что о ней можно говорить как о сократительном вихре (maelstrom), поскольку сокращения, по-видимому, не являются независимыми друг от друга, а сократительный импульс распространяется по кольцеобразному пути, многократно возвращаясь в данную область и вновь возбуждая ее после завершения каждого цикла. Эта идея о «ловушке для волн», высказанная Гаррей и Майнес (Garrey, Mines), в настоящее время принята экспериментаторами»[3].

По сердцу проходит волна возбуждения, начинающаяся с основания сердца, где располагаются пейсмейкеры (pacemakers) первого порядка, волна возбуждения передаётся пейсмейкерам второго и третьего порядков, возбуждение сначала охватывает предсердия, потом, передаваясь по волокнам Пуркинье, распространяется на желудочки. Сразу за возбуждением следует период абсолютной рефрактерности, когда клетки не способны реагировать на внешние стимулы возбуждением. Затем наступает период относительной рефрактерности, когда достаточно сильный стимул способен вновь вызвать потенциал действия. Теперь проведём такой опыт: искусственно возбудим, например, направленным ударом несильного электротока, участок сердечной мышцы, находящийся в состоянии относительной рефрактерности. Когда по всей мышце будет проходить

[1] Kronecker H. Usber Stcrungan der Coordination des Herzkammerschla-ges. // Zeitschr. f. Biol. 1886. Vol. 34: 529-603.
[2] Robinson G.C. The influence of the vagus nerves on the faradized auricles in the dog's heart. // J Exp Med. 1913. Vol. 17: 429-43.
[3] Garrey W.E. Auricular fibrillation. // Physiol. Rev. 1924. Vol. 4: 215-50.

естественная волна возбуждения, возбуждённый нами участок окажется нечувствительным к возбуждению, ведь он только что был возбуждён искусственно и теперь находится в состоянии абсолютной рефрактерности. Значит, когда сократится вся сердечная мышца, этот участок останется расслабленным, и он начнёт сокращаться, когда окружающая ткань должна быть расслабленной. Сокращаясь не в унисон с окружающими тканями, этот участок не даст мышце нормально сжиматься, проталкивая кровь. Даже с учётом того, что в сердечной мышце сохранится некая синхронизация, то есть не все клетки будут генерировать импульсы не в унисон, состояние такой синхронизации неустойчиво и несовместимо с нормальным выполнением сердцем своих функций. Эксперимент, показывающий переход сердца в состояние фибрилляции, может быть поставлен над сердечной тканью in vitro. Выращенные в культуре мышечные клетки сердца приобретают способность к спонтанному возбуждению. Искусственно возбуждённый за мгновение до естественной волны возбуждения участок ткани остаётся нечувствительным, проходящая волна возбуждения сталкивается с ним, дробится, как морская волна, наталкивающаяся на остров, разбивается сначала на 2, потом на 4 волны, на 8, 16… Система самовозбуждаемой ткани через каскад бифуркаций переходит в хаотический режим. Такая ткань уже не может сокращаться как единое целое, все клетки возбуждаются не в унисон. То же может происходить и в сердечной мышце *in vivo*. Небольшой, но точно рассчитанный по времени ток может повергнуть сердце в состояние фибрилляции. Верно и обратное, ритмичными электроимпульсами можно синхронизировать работу клеток сердца, если фибрилляция вызвана естественной патологией. Для этого созданы специальные приборы – электрокардиостимуляторы или искусственные водители ритма, которые больные фибрилляцией носят на груди, эти приборы генерируют периодические импульсы электротока.

Как можно исследовать описанную патологию? Получение обычной кардиограммы и даже объёмной картины распространения волны возбуждения, которую может снять хирург с нескольких десятков точек непосредственно на сердце, ничего не даёт – мы не можем снять кардиограмму активности каждой клетки. Исследование клеток сердца в отдельности также не прояснит картину – по отдельности они могут выглядеть вполне здоровыми. Патология заключается в десинхронизации активности отдельных микроскопических элементов целого. Небольшое изменение синхронности работы клеток, или электропроводимости, или формы волны могут привести к качественно новому поведению. Видимо, в исследовании этого явления может помочь моделирование сокращения сердца. Но сердце чрезвычайно сложный орган: надо смоделировать растяжение эластичных стенок, которое зависит от давления крови, и с другой стороны, оно же и влияет

на давление уровнем своего растяжения; открытие и захлопывание клапанов, зависящее также от динамически меняющегося давления крови в предсердии, желудочках, артериях, сокращение зависит от сложной трёхмерной волны электроактивности сердечной ткани. Создание модели даже одного такта сердечного цикла – нелёгкая задача. Но синергетическим моделям свойственно не абсолютно точное воспроизведение реальной системы, а вычленение лишь параметров порядка, тех особенностей в поведении элементов системы, которые объединяют их в одно целое. Важно включить в модель те факторы, которые могут модифицировать их поведение так, как мы наблюдаем это в реальных заболеваниях типа фибрилляции.

Также перспективным оказывается исследование кардиограммы сердца на пороге возникновения фибрилляции с помощью методов нелинейного анализа. Исследования показали, что определяя изменения в нелинейных или хаотических сигналах ЭКГ можно выделить самые первые признаки фибрилляции. Алгоритм, разработанный компанией «Biophan Technologies», используется для обнаружения ранних признаков вентрикулярной фибрилляции, после чего, воздействуя на сердце посланным назад сигналом нелинейной интенсивности удаётся восстановить нормальный сердечный ритм, устранив фибрилляцию ещё до её распространения[1].

Другой пример детерминировано хаотической динамики – активность нейронов мозга. С точки зрения нейрофизиологии сознание – это нестационарная активность мозга, характеризуемая малоамплитудными нерегулярными импульсами с характерной частотой 20-70 Гц, это контрастирует с бессознательными состояниями (глубокий сон, кома, общая анастезия, эпилептическое состояние), для которых характерны более или менее упорядоченные высокоамплитудные пульсации на частотах ниже 4 Гц. Иррегулярность ритмов мозга, наблюдаемая на временных записях энцефалограмм в здоровом бодрствующем состоянии, в фазовом пространстве отображается в виде странного аттрактора. Возникновение нелинейных паттернов активности мозга можно визуализировать и с помощью магнитного резонанса[2]. Нейронная сеть работающая «на границе хаоса» наиболее оптимально приспособлена для вычислений, генерирует более богатый набор паттернов активности и характеризуется более долгой внутренней памятью[3].

---

[1] http://www.technologyreview.com/news/405912/defibrillations-alternative/

[2] Hagenbeeka R.E., Romboutsb S.A.R.B., Veltmand D.J., Van Strienf J.W., Witterc M.P., Scheltense P., Barkhofa F. Nonlinear Changes in Brain Activity During Continuous Word Repetition: An Event-Related Multiparametric Functional MR Imaging Study. // Am J Neuroradiol. 2007. Vol. 28(9): 1715-1721. PMID:17885253

[3] Buonomano Dean V. Harnessing Chaos in Recurrent Neural Networks. // Neuron. 2009. Vol. 63(4): 423–425.

Квазипериодический режим.

Простейшим регулярным режимам в фазовом пространстве отвечают замкнутые кривые – предельные циклы. Основной ритм, генерируемый такой системой, связан с частотой движения изображающей точки по предельному циклу. Возможны, однако, и более сложные режимы, когда процесс характеризуется двумя частотами. Образом в фазовом пространстве такого режима является тор. Изображающая точка в этом случае движется по его поверхности (рис.6.9). С одной частотой связан обход вокруг начала координат, а со второй – «вращение» вокруг центральной линии тора. Сечение Пуанкаре тора является замкнутой кривой, по которой «прыгает» изображающая точка, после очередного обхода по поверхности тора. Ее называют *инвариантной кривой*. Таким образом, квазипериодическим режимам в отображениях отвечают аттракторы в виде инвариантных кривых.

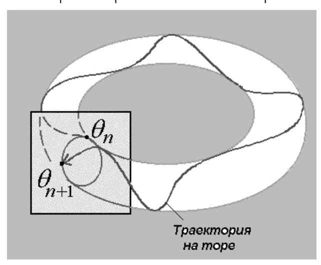


Рис. 6.9. Аттрактор квазипериодического режима.

Ряд психических заболеваний сопровождается потерей иррегулярности, хаотичности ритмов мозга. Нервная система – крайне динамичная, самоорганизующаяся система. Поток информации, поступающий в неё, непрерывно сознательно и бессознательно перерабатывается, формируя новые связи и изменяя старые. Даже в полной изоляции анализ поступившей ранее информации продолжается, кроме того, нейроны обнаруживают фоновую спонтанную активность. Мозг всегда готов сформировать новые нейронные сети, модифицировать старые при поступлении новой информации. Такая динамика всегда сопровождается детерминировано-хаотическими флуктуациями. Исчезновение динамического хаоса свидетельствует о патологии, касающейся самоорганизующейся активности нейронов, их способности адекватно обрабатывать поступающую информацию, формируя сложные нейрональные связи. Есть предположение, что некоторые виды эпилептических припадков могут быть спровоцированы патологической синхронизацией отдельных групп нейронов в головном мозге. Даже те многие психические заболевания, которые не сопровождаются исчезновением хаотичности энцефалограмм, связаны именно со способностью мозга формировать адекватные нейрональные связные контуры электроактивности.

Если мы исследуем морфологию клеток мозга такого больного, мы не найдём никаких отклонений. Патологией являются те устойчивые нейронные сети, которые, однажды образовавшись, мешают пластичной

адекватной обработке вновь поступающей информации и формированию принципиально новых связей, приводят к неадекватному ответу нервной системы. Энергетически гораздо выгодней использовать уже созданные стабильные связи, чем формировать новые. Устойчивые нейрональные контуры, по которым курсируют электроимпульсы, определяют наши условные рефлексы, привычки, до механицизма отработанные действия, устоявшиеся воззрения, привычную интерпретацию внешних сигналов, гештальты. Часто такие устойчивые самоорганизованные паттерны взаимоисключают друг друга, то есть может быть возбуждён либо один, либо другой нейронный контур. Работу таких нейронных контуров с взаимоисключающей активностью можно испытать, рассматривая амбивалентные картины. На рисунке 6.10 приведены 4 примера таких картин: на одной мы видим либо мужские профили, либо вазу, на другой фигуры людей либо колонны, на третьей профиль Эйнштейна или трёх купальщиц, на четвёртой белок на ветке либо женский образ. Но мы, как правило, способны видеть всегда лишь один из двух образов, составляющих амбивалентное изображение, и редко можем видеть одновременно обе картинки. Мозг как бы переключается на рассмотрение то одной, то другой картинки, активируя то один, то другой нейронный паттерн. Резкий переход внимания от одной составляющей картинки к другой есть фазовый переход в паттернах активации нейронных сетей. Переключения метастабильных состояний наблюдались и в экспериментах с обонятельной и вкусовой сенсорными системами[1]. Между альтернативными устойчивыми состояниями восприятия возникает конкуренция, характерная для многих областей мозга, принимающих участие в различных формах мыслительной деятельности[2], например, в понимании смысла предложений при чтении[3]. Вряд ли при этом изменяется анатомия отдельных нейронов, кроме, разве что, увеличения или уменьшения числа синапсов задействованных нейронов, основные изменения касаются паттернов самоорганизации нейронных сетей, приводящих к распознаванию образа.

Вероятностная работа нервной системы имитируется в искусственных системах нечёткой логики (*fuzzy logic*). Принцип работы цифровых вычислительных систем, созданных человеком, отличается от природной «аналоговой» вычислительной машины – нервной системы. Процессы в цифровой вычислительной системе

---

[1] Jones Lauren M., Fontanini Alfredo, Sadacca Brian F., Miller Paul, and Katz Donald B. Natural stimuli evoke dynamic sequences of states in sensory cortical ensembles. // Neuroscience. Proc Natl Acad Sci USA. 2007. Vol. 104(47): 18772–18777. Doi: 10.1073/pnas.0705546104.

[2] Fox M.D., Snyder A.Z., Vincent J.L., Raichle M.E. Intrinsic fluctuations within cortical systems account for intertrial variability in human behavior. // Neuron. 2007. Vol. 56: 171–184.

[3] Just M.A., Varma S. The organization of thinking: What functional brain imaging reveals about the neuroarchitecture of complex cognition. // Cognitive, Affective and Behavioral Neuroscience. 2007. Vol. 7(3): 153-191.

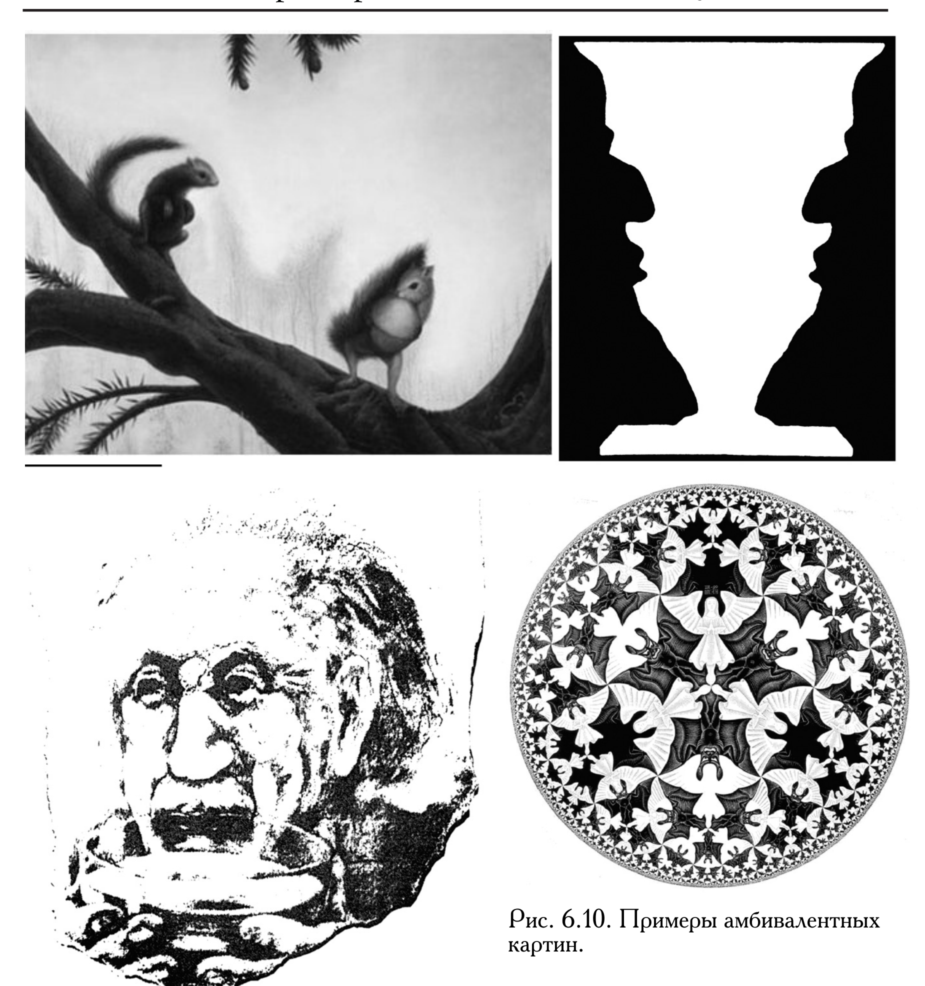


Рис. 6.10. Примеры амбивалентных картин.

полностью детерминированы, подавая одинаковый входной сигнал, всегда получаешь одинаковый выходной сигнал. В цепи либо есть напряжение («1»), либо нет («0»). Триггеры, переключатели, логические элементы всегда реагируют стандартным образом на электроимпульс. Нервной же системе знакомы пространственная и временная суммация подпороговых сигналов, «усталость» синапса, процессы самоорганизации и фазовые переходы, так что при любом входящем сигнале выходящий можно предсказать лишь с той или иной вероятностью. Образно говоря, искусственная вычислительная сеть говорит лишь «да» или «нет», даже хаотический ряд чисел, выдаваемый компьютером, фальшивый, если не генерируется на

основе внешних хаотических сигналов, в электроцепи неоткуда взяться хаосу, участвующему в вычислениях, он генерируется сложными алгоритмами рандомизации, хорошо перемешивающими числа, но детерминированными. Программа рандомизации может использовать время и дату, для того, чтоб, используя их в качестве переменных в формулах рандомизации, выдавать всегда неповторяющиеся ряды чисел. Но если вы перегрузите компьютер, вернув системное время в ту секунду, когда запустили программу рандомизации в прошлый раз, и снова её запустите, вы всё равно получите идентичный ряд чисел. Для компьютера оба включения программы будут идентичны, в ней ничего не изменилось, те же электроимпульсы пойдут по тем же электроцепям, те же формулы дадут те же значения. Нервная же система животного всегда говорит «скорее да, чем нет» или «скорее нет, чем да», всегда есть вероятность реализации другого пути, всегда в какой-то степени возбуждаются и другие контуры нейронов, присутствует неустойчивость. Для имитации такой вероятностной активности и созданы системы нечёткой логики, способные работать при недостатке информации, в постоянно меняющемся мире и выдавать вероятностный результат («при таком количестве порошка, таком весе белья и температуре воды лучше полоскать 5 мин, чем 10»: говорит нечёткая логика стиральной машины). Но нечёткая логика в процессоре современной архитектуры – такая же имитация, как и хаотичный ряд чисел.

Мозг как целое и каждый его отдел – это сложная нейронная сеть с широким спектром возможного поведения (спектром состояний), представляемых аттракторами в её индивидуальных фазовых пространствах. Идею пространства состояний и бассейнов притяжения можно представить в терминах дискретных динамических сетей, иногда называемых сетями принятия решений. Динамика сетевых систем зависит от соединений внутри системы и обновления логики каждого из элементов, которые «решают» каково будет их следующее состояние в зависимости от состояний элементов, с которыми они контактируют и от которых получают входящие сигналы (включая замкнутые контуры получения сигнала от самого себя). Результатом активности такой системы становится комплексная, иногда простая структурно, но при этом сложная для анализа сеть обратных ответов. Фактически, хотя динамика такой системы детерминистична, она в целом слабо предсказуема. Для понимания поведения таких систем чаще всего используется компьютерное моделирование, способное воспроизвести активность системы в целом, анализ системы предполагает исследование пространства её состояний.

Для сети размера n каждый элемент B которой может принимать одно из двух возможных состояний, пространство состояний потенциально содержит 2^n состояний, организованных в вектора или паттерны (рис. 6.11, а).

Часть траекторий в пространстве состояний, где *B* имеет предшественника *A* и последователя *C*, *B* может иметь множество предшественников, кроме *A*, в то время когда сами предшественники также могут иметь множество альтернативных предшественников (или не иметь предшественников вовсе), что делает не выводимым начальное состояние системы из его конечного состояния. Состояния без предшественников называются Сады Эдема (рис. 6.11, b).

Все траектории должны рано или поздно достичь состояния, которое было уже достигнуто ранее, так рождается цикл аттрактора. Траектории, ведущие к аттрактору, называются переходными. Период аттрактора – это число состояний его цикла, в случае точечного аттрактора он имеет одно состояние цикла (рис. 6.11, c).

Теперь возьмём одно конкретное состояние аттрактора и найдём его предшественников, затем предшественников этих предшественников и так далее, пока не будет достигнуто состояние Садов Эдема. Полученная диаграмма связанных состояний есть Дерево переходов, ведущее к выбранному состоянию аттрактора (рис. 6.11, d).

При построении всех Деревьев переходов для аттрактора каждого из состояний, мы получаем бассейн притяжения аттрактора. Некоторые из бассейнов притяжения не имеют Деревьев переходов, но только аттракторы (рис. 6.11, e).

Найдя каждый аттрактор в пространстве состояний и построив их бассейны, мы получим поле бассейнов притяжений, содержащее 2^n состояний в пространстве состояний и связанных друг с другом согласно динамике сети. Каждая дискретная динамическая сеть включает в себя своё поле бассейнов притяжений в пространстве состояний (рис. 6.11, h).

Построение аттракторов в фазовом пространстве давно используется в исследовании различных нормальных и патологических состояний в работе сердца, нервной системы (рис. 6.12 – 6.14), других динамических систем организма. На сайте *www.physionet.org* можно найти большую базу долговременных записей энцефалограмм, кардиограмм, ряда других динамических показателей при различных заболеваниях, а также программное обеспечение для анализа этих данных в фазовом пространстве.

Патология может сопровождаться как уменьшением, так и увеличением уровня хаотичности в работе системы, как мы видели на примере сердца: фибрилляция – это повышение уровня хаотичности, порок сердца, при котором странный аттрактор, визуализирующий детерминированный хаос сердечного ритма, схлопывается в точку – уменьшение уровня хаотичности. Если удаётся установить для данной системы норму хаотичности, то отклонения в обе стороны можно рассматривать как «болезнь» и, следовательно, как деградацию.

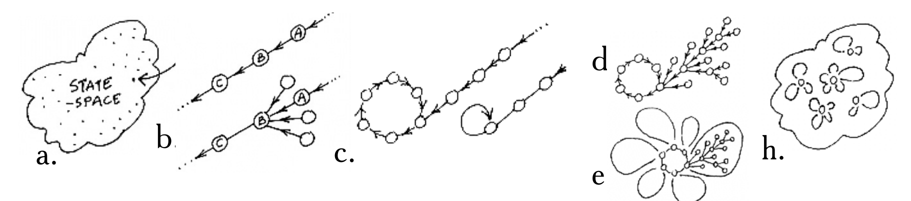


Рис. 6.11 Аттракторы и бассейны аттракторов пространства состояний (описания a-h см. в тексте).

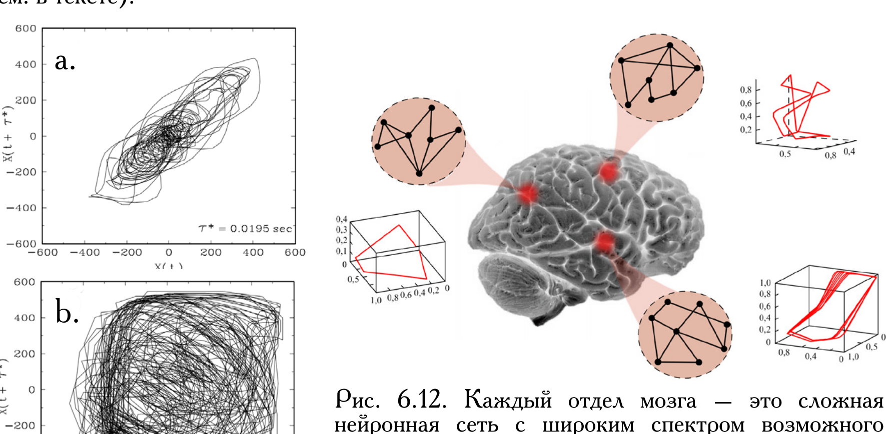


Рис. 6.12. Каждый отдел мозга — это сложная нейронная сеть с широким спектром возможного поведения, представляемого в её индивидуальном фазовом пространстве[1].

Рис. 6.14. Аттракторы электрокардиограммы в норме (a) и при тонико-клоническом приступе (Великий Мэл, Grand Mal seizure) (b)[2].

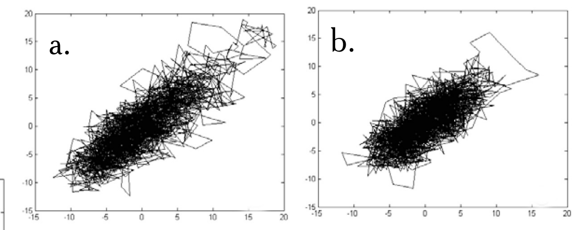


Рис. 6.13. Данные энцефалограммы головного мозга человека в фазовом пространстве при различных видах умственной деятельности. a — Расслабление; b — Операции умножения в уме; c — Мысленное написание письма[3].

[1] Рабинович М.И., Мюезинолу М.К. Нелинейная динамика мозга: эмоции и интеллектуальная деятельность. // Успехи физических наук. 2010. Т. 180(4): 371-386.
[2] Quiroga R.Q. Quantitative analysis of EEG signals: time-frequency methods and Chaos theory [Ph.D. thesis]. // Institute of Signal Processing. Medical University of Lübeck. 1998.
[3] Xingyuan Wang, Juan Meng, Guilin Tan and Lixian Zou. Research Research on the relation of EEG signal chaos characteristics with high-level intelligence activity of human brain. // Nonlinear Biomedical Physics. 2010. Vol. 4(1): 2. Doi:10.1186/1753-4631-4-2.

В качестве примера нелинейного поведения нейронной сети можно привести активность нейронов сетчатки, сеть которых изучена более подробно, чем другие нейронные сети в нервной системе живых организмов, и которая, как и другие нейронные цепи, изобилует нелинейными синаптическими и клеточными процессами. За возникновение нелинейности в обработке сигналов сетчаткой ответственны нелинейная зависимость высвобождения трансмиттера от внутриклеточной концентрации кальция, зависимость синаптической передачи от её истории (через синаптическую депрессию), а также от активных возбуждений в дендритах интернейронов или ганглиозных клеток. Эти нелинейные механизмы распределены по элементам сетей, которые собирают информацию из регионов визуального пространства различных размеров и, следовательно, могут, в принципе, влиять на обработку сигналов в различных пространственных масштабах. Линейная синаптическая передача требует, чтоб равные изменения освещённости вызывали равные и противоположные постсинаптические реакции, для такой симметрии необходима высоко устойчивая скорость высвобождения нейротрансмиттеров. Ответ палочек на изменение концентрации кальция близок к линейному, в виду крайне высокой чувствительности к концентрации кальция экзоцитоза синапсов данных клеток. Синапсы же биполяров требуют уже больших концентраций кальция и их ответ на повышение концентрации кальция нелинеен. Некоторые биполяры проявляют чёткую нелинейность уже в ответе на изменение контраста на 20%. При низкой освещённости даже проведение сигнала от палочек к биполярным клеткам близко к нелинейному, нелинейность здесь связана с проведением сигнала от метаботропных рецепторов глутамата к дендритам биполярных клеток. Некоторые амакринные клетки включают тормозные контуры обратной связи, усиливающие нелинейность ответа. В результате, ввиду нелинейной пространственной интеграции становится не вполне корректно описывать чувствительность ганглиозных клеток в понятиях традиционных рецептивных полей, без учёта нелинейности ответа индивидуальных элементов нейронных контуров[1].

Появление детерминированного хаоса в поведении живых систем впервые предсказано в работах Роберта Мэя при описании динамики популяций с использованием логистического отображения (каскада бифуркаций). Модель предсказывала увеличение скорости воспроизводства популяции пропорционально её текущей численности, если популяция мала и падение скорости воспроизводства при превышении теоретического «порога вместимости» среды для чрезмерно большой популяции. Однако при коэффициенте воспроизводства больше 3 численность популяции начинала колебаться между удваивающимся

[1] Greg Schwartz, Fred Rieke. Nonlinear spatial encoding by retinal ganglion cells: when 1 + 1 ≠ 2. // JGP. 2011. Vol. 138(3): 283-290.

числом значений, простираясь от нуля до теоретического максимума, что отражало непредсказуемость дальнейшего её поведения.

Популяции с нелинейной динамикой могут иметь множество устойчивых состояний, меняющихся при изменении параметров и отображающихся в фазовом пространстве рядом странных аттракторов, часто значительно отличающихся по своей топологии и размерности. Иногда это свидетельствует о наличии фазовых переходов в динамике системы, которая может существовать либо в одном, либо в другом состоянии, но иногда популяция может стабилизироваться в разных состояниях при одних и тех же значениях параметров, что говорит о квазиинтранзитивности системы.

Это объясняет часто наблюдаемые различия в динамике численности популяций одного вида, обитающих в практически идентичных условиях. Например, в динамике численности популяции рыжей полевки (*Myodes glareolus*) описаны как колебания с периодом 3 и 4 года, так и полное исчезновение флуктуаций, как регулярные колебания, так и квазипериодические флуктуации. Влияние внешних климатических факторов на процессы воспроизводства популяции заметно расширяет диапазон возможных динамических режимов, и приводит, фактически, к случайному блужданию по бассейнам притяжения различных режимов. В целом, показано, что смена динамических режимов, наблюдаемая в живых системах, определяется не только воздействием модифицирующих факторов, но и внутренними свойствами самой системы[1].

Первая модель, описывающая динамику численности (плотности) двух популяций, взаимодействующих по принципу хищник – жертва, была предложена независимо А. Лотка (Lotka, 1925) и Вито Вольтерра (Volterra, 1931): $x_1 = ax - bxy$; $y_1 = -cy + dxy$, где x и y – плотности популяции жертвы и хищника соответственно, a – скорость размножения популяции жертвы в отсутствие хищника, b – удельная скорость потребления популяцией хищника популяции жертвы при единичной плотности обеих популяций, c – естественная смертность хищника, d/b – коэффициент переработки потребленной хищником биомассы жертвы в собственную биомассу.

В основу модели положены следующие идеализированные представления о характере внутривидовых и межвидовых отношений в системе хищник – жертва:

1. В отсутствие хищника популяция жертвы размножается в соответствии с принципом Мальтуса – экспоненциально;

2. Популяция хищника в отсутствие жертвы экспоненциально вымирает;

---

[1] Фрисман Е. Я., Неверова Г. П., Кулаков М. П., Жигальский О. А. Смена динамических режимов в популяциях видов с коротким жизненным циклом: результаты аналитического и численного исследования. // Матем. биология и биоинформ. 2014. Том 9(2): 414–429.

3. Суммарное количество жертвы, потребляемое популяцией хищника в единицу времени, линейно зависит и от плотности популяции жертвы, и от плотности популяции хищника;

4. Потребленная хищником биомасса жертвы с постоянным коэффициентом перерабатывается в биомассу хищника;

5. Какие бы то ни было дополнительные факторы, оказывающие влияние на динамику популяций, отсутствуют.

Основная особенность системы Лотки - Вольтерра, благодаря которой она стала классической и в какой-то мере эталонной для многих последующих моделей математической экологии, состоит в том, что на основе очень упрощенных представлений о характере закономерностей, описывающих поведение системы, сугубо математическими средствами было выведено заключение о качественном характере поведения такой системы – о наличии в системе колебаний плотности популяций, часто нелинейного характера.

Позднейшие модификации базового уравнения Лотки – Вольтерра, включающие различные комбинации биологических факторов, влияющих на динамику системы, позволяют описать нелинейные колебания в популяциях, более приближенных к реальности. Например, в систему уравнений можно ввести параметр приспособленности хищника к жертве. При этом система начинает тяготеть к четырём состояниям: при малой приспособленности хищника к жертве популяция хищника всегда вымирает, популяция жертвы при этом в зависимости от начальных условий либо также вымирает, либо стабилизируется; увеличение приспособленности хищника создает возможность устойчивого стационарного сосуществования хищника с жертвой; при дальнейшем возрастании приспособленности хищника сосуществование становится возможным лишь в автоколебательном режиме, причем амплитуда колебаний тем больше, чем выше приспособленность хищника; наконец, если приспособленность хищника становится слишком велика, обе популяции при любых начальных условиях обречены на вымирание.

Ещё одна модификация уравнения Лотки – Вольтерры используется при моделировании экосистемы консумента и продуцента, при добавлении в неё хищника. При высокой, но не чрезмерной приспособленности консумента хищник также может закрепиться в сообществе, причем это приводит к стабилизации колебаний плотностей популяции продуцента и консумента, происходивших в отсутствие хищника. Наибольший интерес в такой модели представляет случай чрезмерной приспособленности консумента к продуценту. Оказывается, что присутствие хищника в такой ситуации создает возможность устойчивого стационарного сосуществования популяций продуцента, консумента и хищника, тогда как сосуществование

продуцента и консумента в отсутствие хищника невозможно. В этом случае как значительное однократное снижение численности хищника, так и постепенное ухудшение условий его существования приводят к полному вымиранию сообщества. При этом постепенное ухудшение условий существования хищника не влечет за собой, в отличие от случая средней приспособленности консумента, постепенного снижения уровня равновесной численности хищника до нулевого. Равновесная численность популяции по мере ухудшения условий, разумеется, снижается, но лишь до некоторого критического ненулевого уровня. Дальнейшее же сколь угодно малое ухудшение условий влечет за собой полную гибель сообщества. Еще более интересно, что к столь же катастрофическим последствиям может приводить однократное резкое снижение численности консумента. Последовательность событий в реальной популяции может быть в рамках рассмотренной схемы такова: значительное однократное искусственное снижение численности консумента (насекомых-вредителей) ведет к уменьшению плотности популяции хищника (насекомоядных птиц); ослабление пресса хищников влечет за собой вспышку численности насекомых, «ускользающих» от контроля со стороны хищника; вспышка численности насекомых вызывает выедание ими их ресурса (хвои или листвы) до уровня ниже критического, после чего исходный лес гибнет и надолго замещается качественно иной экосистемой[1].

Интересно, что биоразнообразие увеличивает устойчивость экосистем к климатическим изменениям. Так, продуктивность сообществ состоящих из одного или двух видов изменяется примерно на 50% при экстремальных климатических изменениях, тогда как сообщества, которые включают в себя 16-32 вида, снижают в этих же условиях свою продуктивность всего на 25%[2].

Более того, для наибольшей устойчивости экосистемы должны быть гетерогенными, допускающими возможность разных путей («каналов») передачи вещества и энергии от основания трофической пирамиды до ее вершины, в них должны быть «верховные хищники», способные переключаться с одного канала на другой, а передача энергии через разные каналы должна быть асимметричной[3].

Всякая природная популяция есть многокомпонентная открытая динамическая система с нелинейными взаимодействиями между компонентами, совершающими собственные колебания, инициированные внутренними и внешними причинами. Сезонные,

---

[1] Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований. 2003. 368 стр. ISBN: 5-93972-244-X.

[2] Forest Isbell, Dylan Craven, John Connolly et al. Biodiversity increases the resistance of ecosystem productivity to climate extremes. // Nature. 2015. Doi:10.1038/nature15374.

[3] Neil Rooney, Kevin McCann, Gabriel Gellner, John C. Moore. Structural asymmetry and the stability of diverse food webs // Nature. 2006. Vol. 442: 265-269.

климатические циклы, колебания количества ресурсов и численности хищников, эпидемии, мутации, миграции делают поведение популяций далёкими от статичного равновесия или линейных аппроксимаций, что делает нелинейные модели более пригодными для экологического моделирования.

Сравнение линейной детерминистической и нелинейной стохастической моделей с реальной динамикой популяции сделано в работе исследовательской группы Константино (R.F. Costantino) на примере динамики популяции жука *Tribolium castaneum* (Herbst). В качестве переменных трёх разностных уравнений, описывающих популяцию LPA, были выбраны численности личинок (L), куколок (P) и взрослых особей жука (A).

$$L_{t+1} = bA_t \exp\left(-\frac{c_{ea}}{V}A_t - \frac{c_{el}}{V}L_t\right),$$
$$P_{t+1} = (1-\mu_l)L_t,$$
$$A_{t+1} = P_t \exp\left(-\frac{c_{pa}}{V}A_t\right) + (1-\mu_a)A_t.$$

Здесь L_t – количество питающихся личинок в единицу времени t, P_t – количество питающихся личинок, куколок и новых взрослых в единицу времени t, и A_t – число половозрелых взрослых особей в единицу времени t. μ_a и μ_l – вероятность смерти взрослых и личинок не от каннибализма в единицу времени.

LPA модель предсказывает последовательность переходов в динамике популяции в ответ на изменения смертности взрослых особей μ. Для очень небольших значений смертности численность популяции стабильна, при увеличении μ популяция входит в режим каскада бифуркаций, однако при дальнейшем увеличении μ популяция возвращается в состояние стабильного равновесия, после которого дестабилизация численности происходит вновь (рис. 6.15).

Случайные события могут часто приводить систему в состояние неустойчивого равновесия, вызывать появление циклов и других инвариантных множеств. В многомерных системах, обычно встречающихся в экологии, нестабильные инвариантные множества часто ассоциированы с областями притяжений в фазовом пространстве, представляющими собой "устойчивое многообразие" инвариантного множества (рис. 6.16). Точки вблизи устойчивого многообразия временно попадают в зону неустойчивого множества, прежде чем снова устремятся к аттрактору. Нестабильные

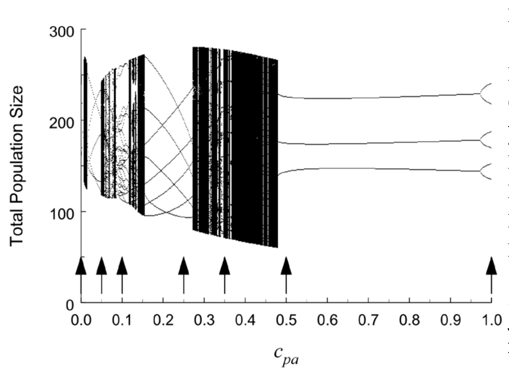


Рис. 6.15. Каскад бифуркаций динамики воспроизводства в популяции *Tribolium castaneum*.

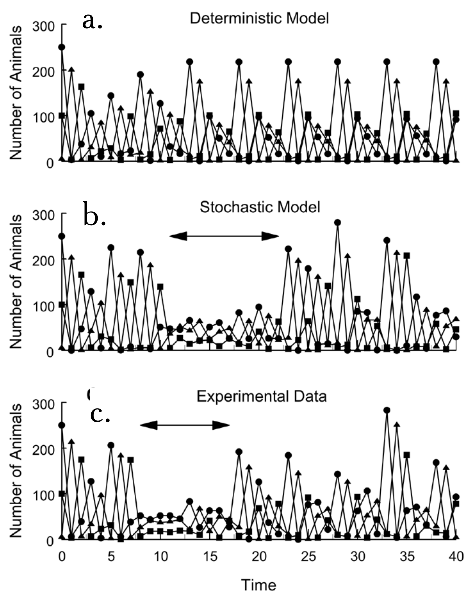


Рис. 6.16: a — Предсказание динамики численности популяции *Tribolium castaneum* на основе детерминистической модели; b — предсказание динамики численности популяции *Tribolium castaneum* с использованием стохастической модели; c — экспериментальные данные.

инвариантные множества такого типа называются «сёдлами». Нелинейные системы, особенно с комплексной динамикой, как правило, изобилуют сёдлами. Так как случайное событие может служить причиной отклонения динамики от аттрактора и перемещения орбиты к нестабильному множеству или устойчивому многообразию, популяционная динамика становится смесью влияний стабильного и нестабильного множеств. Результирующий временной паттерн в этом случае зависит от степени влияния устойчивого и неустойчивого множеств.

Для детерминистической LPA модели, если популяция однажды достигает стабильного аттрактора, она остаётся там навсегда. Но такое поведение не свойственно стохастической LPA модели, и не подтверждается экспериментальными наблюдениями. Популяции часто демонстрируют временные колебания и иногда это колебания типа фазового перехода. Частый феномен, наблюдаемый в колебаниях культуры *Tribolium* – это фазовый переход, при котором один периодический паттерн заменяется другим. Детерминированные аттракторы сами по себе при этом не объясняют фазовые переходы, наблюдаемые в популяции. Для понимания таких переходов более интересно исследование границ бассейнов притяжений фазовых траекторий и седловых точек, которые, вместе со стохастичностью играют ключевую роль в переходной динамике популяции. В целом, стохастическая модель нелинейной динамики популяции столь хорошо описывает эмпирические данные, что должна считаться, как утверждают авторы, не грубой абстрактной теоретической аппроксимацией, а ключевой методологией для объяснения результатов наблюдений (рис. 6.17)[1].

[1] Costantino R.F., Desharnais Robert A., Cushing J.M., Dennis Brian, Henson Shandelle M., King Aaron A. Nonlinear stochastic population dynamics: The flour beetle Tribolium as an effective tool of discovery. // Advances in Ecological Research. 2005. Vol. 37: 101-14.

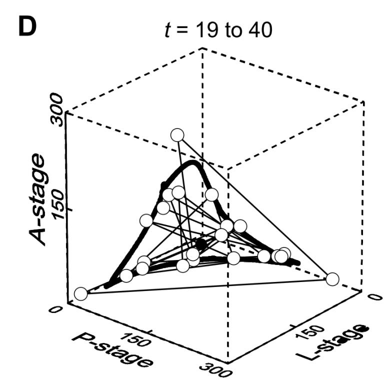


Рис. 6.17. Портрет динамики популяции *Tribolium castaneum* в фазовом пространстве.

Детерминированный хаос можно обнаружить в динамике живых систем на всех уровнях их организации. Возникает вопрос: проявляется ли он в анатомии и морфологии живых организмов? Для обнаружения, исследования, количественной оценки естественной хаотичности в морфологии организма необходимо сравнение анатомических структур в симметричных частях одного организма, т.е. клона клеток с исходно идентичным геномом: у радиально симметричных организмов – в разных антимерах, у билатерально симметричных – на правой и левой половинах тела, у метамерных – в разных метамерах. Различия одинаковых структур у двух разных, пусть и родственных, организмов могут отражать не спонтанную естественную хаотичность, а генетические различия в строении структур или отклонения в пределах нормы реакции, обусловленные небольшими различиями окружающей среды. Сравниваемые части внутри организма должны быть морфологически и функционально тождественны. Для таких исследований парные органы организма млекопитающих не вполне пригодны ввиду генетически запрограммированных морфологических различий правой и левой сторон тела. В качестве адекватных моделей были описаны гастроваскулярная система сцифомедузы *Aurelia aurita* и трахейные жабры личинок поденок *Siphlonurus immanis* и *Parameletus chelifer*[1].

Гастроваскулярная система медузы выполняет функции транспорта питательных веществ, экскреции половых продуктов и продуктов обмена. Также в гастроваскулярных каналах происходит внутриклеточное пищеварение. Все четыре сектора (антимера) медузы, обладающей радиальной 4-лучевой симметрией, функционально и морфологически эквивалентны.

Гастроваскулярные каналы окрашивали, вводя в них какой-либо гистологический краситель. После того, как краситель расходился по каналам, окрашивая их, медузу клали на фильтровальную бумагу и высушивали, в результате медуза усыхала так, что от неё оставалось лишь плоское изображение на фильтровальной бумаге. На изображении хорошо была видна окрашенная система каналов. Система каналов представлялась в виде ветвящегося древа, и сравнивалось число ветвей одного ранга во всех 4-х секторах (рис. 6.18).

[1] Исаева В.В., Каретин Ю.А., Чернышев А.В., Шкуратов Д.Ю. Фракталы и хаос в биологическом морфогенезе. Владивосток: Дальнаука. Институт биологии моря ДВО РАН. 2004. 128 с.

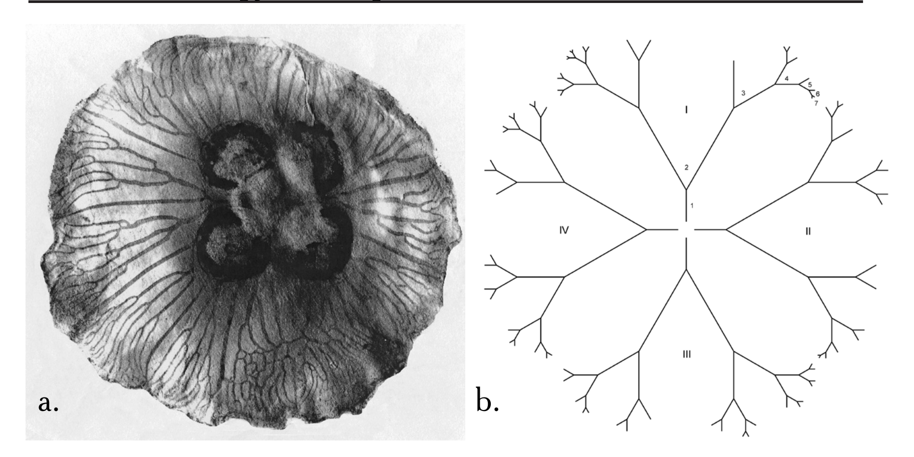


Рис. 6.18: а — Особь медузы *Aurelia aurita* с окрашенной гастроваскулярной системой; б — картина ветвления перрадиальных каналов *Aurelia aurita*, представленная в виде стандартных дихотомически ветвящихся деревьев.

На представленной матрице (табл. 1) дано суммарное число ветвей второго – восьмого рангов (N 2 – N 8) раздельно для левой (л) и правой (п) половин каждого из четырех перрадиальных каналов (I – IV) трех особей *A. aurita*, обозначенных буквами А, Б и В. Видно, что первые два дихотомические ветвления протекают совершенно стереотипно, третий шаг ветвления, как правило, тоже стереотипен, однако иногда дает «сбои»; после четвертой бифуркации упорядоченность, т.е. регулярность и повторяемость ветвления утрачивается, и рисунок ветвления становится хаотичным. Итак, граница между порядком и хаосом в структурной организации каналов как в пределах одного организма (клона клеток с исходно идентичным геномом), так и у различных особей медузы пролегает на уровне 4-5 рангов ветвей.

			А				Б				В		
	I л п	II л п	III л п	IV л п	I л п	II л п	III л п	IV л п	I л п	II л п	III л п	IV л п	
N 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
N 2	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	ПОРЯДОК
N 3	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	
N 4	4 2	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 0	--------------
N 5	4 4	6 4	8 6	8 6	6 6	6 6	8 8	6 6	8 6	6 8	8 6	0 0	
N 6	8 4	2 2	8 2	4 6	8 6	4 4	4 4	8 8	10 4	6 2	2 4	0 0	ХАОС
N 7	4 2	0 2	0 0	0 0	6 2	6 0	6 0	2 4	4 2	2 0	0 2	0 0	
N 8	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	2 0	0 2	0 2	0 0	0 0	0 0	0 0	

Таблица 1. Матрица суммарного числа ветвей второго — восьмого рангов (N 2 — N 8) раздельно для левой (л) и правой (п) половин каждого из четырех перрадиальных каналов (I — IV) трех особей *A. aurita*, обозначенных буквами А, Б и В.

Надо заметить, что при описанном подходе не рассматривалось множество других особенностей характера ветвления, таких как кривизна ветвей, их линейные и угловые размеры, а также такие топологические характеристики как анастомозы ветвей (рис. 6.19) – в реальности, с учётом всех этих особенностей, хаотизация паттерна ветвления проявляется раньше и в большей мере.

Из выявленной картины можно сделать вывод, что у аурелии под строгим генетическим контролем находится формирование начальных, самых общих черт гастроваскулярной системы, формирующихся на ранних этапах ее морфогенеза: 4-лучевая симметрия, образование 8 неветвящихся и 8 ветвящихся каналов, а также первые 2 ветвления каналов. Дальнейший же морфогенез каналов менее жестко детерминирован, оказываясь лабильным, хаотизированным.

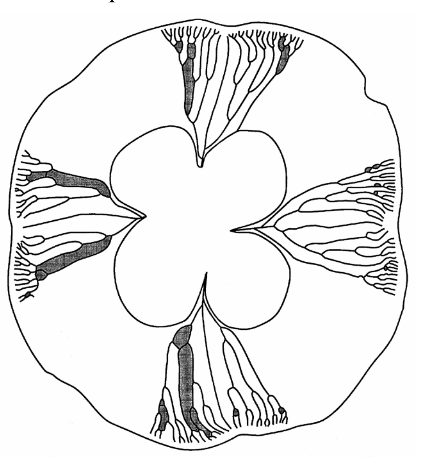


Рис. 6.19. Анастомозы ветвей перрадиальных каналов одной из особей *Aurelia aurita*: замкнутые контуры в системе каждого канала закрашены.

Одна из причин хаотизации видится в асинхронном формировании веточек в разных каналах. Такая гетерохрония в сочетании с непрерывным и относительно быстрым увеличением диаметра зонтика, по-видимому, приводит к возникновению небольших поначалу различий в расположении ветвей второго и третьего порядка на ранних этапах развития медуз. А различия числа ветвей высших порядков соответственно сказываются на числе всех последующих, дочерних ветвей. Если древо – продукт ветвления какого-либо канала второго-третьего порядков первым заняло определённую область зонтика медузы, и плотность заполнения пространства этим древом достаточна для выполнения функций возлагаемых на гастроваскулярную систему, другие ветви, соответственно, не разовьются, или разовьются не полностью.

Интересно, что различные популяции медузы обладают разной степенью хаотизации ветвления каналов, так у *A. aurita* из прибрежных вод Европы анастомозы редки или вообще отсутствуют, в то время как у особей из прибрежных вод Северной Америки и Гренландии анастомозы всегда многочисленны. У половозрелых *A. aurita* из залива Петра Великого анастомозы всегда присутствуют, но их количество значительно варьирует – от нескольких у одной медузы до двух-трех

десятков в одном октанте. Вообще, сравнительно-анатомический анализ показывает, что эволюция сцифоидных медуз направлена в сторону увеличения плотности заполнения пространства каналами гастроваскулярной системы за счет появления разнообразных способов образования новых ветвей и анастомозов, хаотизация ветвления каналов сочетается с множественным анастомозированием как эволюционным усложнением морфофункциональной организации ветвящихся каналов[1].

Примеров хаотизации структур при увеличении их числа или сложности организации можно найти много. Скелет разных видов радиолярий содержит различное число элементов: отростков, игл, отверстий. У тех видов, число элементов скелета которых не велико (например, семейства *Acropyramididae* (*Nassellaria*)), незначителен и уровень хаотизации, неопределённости в форме, размерах и расположении этих элементов, что говорит о жёстком генетическом контроле роста каждого элемента. У видов же, скелет которых содержит сотни элементов (род *Cladarachnium*), жёсткая определённость положения каждого элемента уже отсутствует, радиолярия поддерживает лишь общую форму, размер, жёсткость конструкции своего скелета, при более-менее статистически «правильном» расположении и характеристиках отдельных его частей. В скелете, состоящем из небольшого числа элементов, изменение каждого элемента может привести к значительному изменению свойств всей конструкции. И генетический контроль роста и местоположения каждого элемента скелета в отдельности возможен и оправдан. Когда же число элементов скелета столь велико, что некоторая вариабельность их не имеет существенного значения, а генетической информации для жёсткого контроля роста каждого элемента в отдельности требуется слишком много, иногда нереально много, организм осуществляет генетический контроль лишь общего плана строения структур, часто с участием процессов самоорганизации. С подобным мы сталкивались в главе, посвящённой биологической самоорганизации: в примитивной нервной системе нематоды, состоящей из сотни клеток, местоположение каждого синапса может быть жёстко задано генетически, нервная система высшего млекопитающего содержит миллиарды нейронов, и генетический контроль осуществляется уже над группами клеток, между которыми возникает конкуренция, и которые, обладая некоторой свободой, участвуют в процессах самоорганизации, формирующих надклеточные структуры. Как пластичность нейронных связей позволяет менять поведение в ответ на новую информацию, как пластичность формирования капиллярной

[1] Исаева В.В. Синергетика для биологов. Вводный курс: учебное пособие по направлению 020200 "Биология" и специальности 020201 "Биология". М.: Наука. 2005. 158 с. ISBN: 5-02-033973-3.

сети обеспечивает полноценное кровоснабжение любой части тела, при любых вариациях его анатомического строения, так и отсутствие жесткой детерминированности ветвления каналов гастроваскулярной системы, пластичность этой системы в ходе всего онтогенеза позволяет сформировать нормально функционирующую гастроваскулярную систему при любых нарушениях симметрии медузы или при перестройках после повреждения.

Личинки поденок – другая интересная модельная система для исследования эпигенетической вариабельности морфологии. Трахейные жабры расположены на брюшке личинок в виде нескольких пар плоских листков с ветвящимся рисунком трахей (рис. 6.20). Строго повторяемым для жаберной трахейной системы личинок поденки оказывается лишь наличие основного ствола трахейной системы и самые общие черты его бокового ветвления. рисунок ветвления каждого жаберного листка различается даже по числу боковых ветвей первого порядка, отходящих от основного ствола, в ходе последующих шагов ветвления вариабельность нарастает как каскад бифуркаций. Сравнение с каскадом бифуркаций не случайно: нарастающую хаотизацию ветвления можно интерпретировать, как частное проявление универсального сценария перехода от порядка к хаосу с появлением случайных малых флуктуаций,

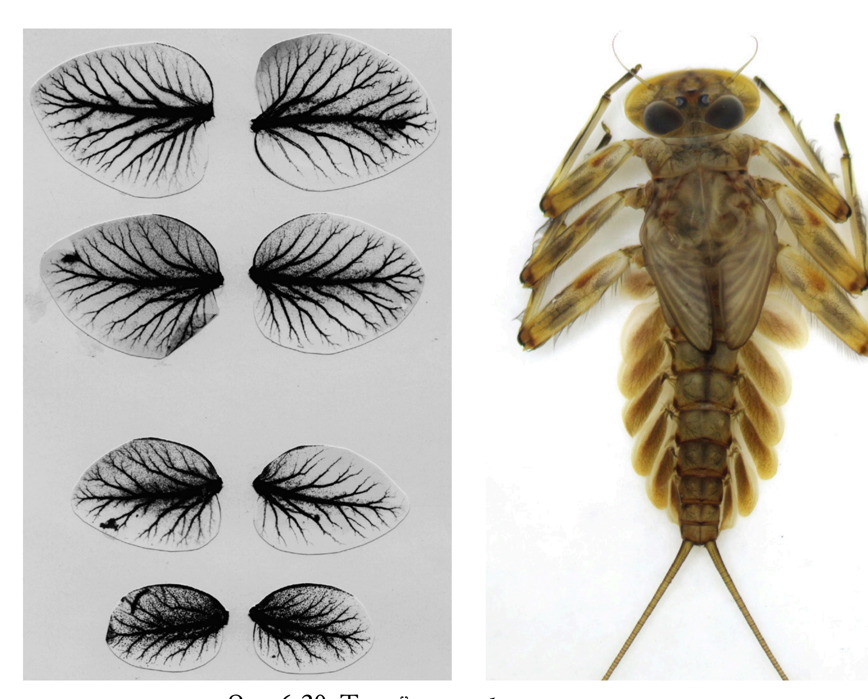


Рис. 6.20. Трахейные жабры личинки поденки.

умножающихся и усиливающихся в ходе морфогенеза.

Интересно, что в жилковании крыльев летающих насекомых не наблюдается такой вариабельности, как в жилковании трахейных жабр подёнок или в ветвлении гастроваскулярной системы медуз. Ю.А.Музланов подбирал упавшие крылья от стрекоз (*Leucorrhinea quadripunctata*), которых схватывали в воздухе белые трясогузки (*Motacilla alba*). Другую серию крыльев исследователь получил от стрекоз, пойманных сачком в те же часы на той же луговине. По половине промеров крыльев (в 6 промерах из 12), выполненных с большой тщательностью, были найдены статистически достоверные различия между сравниваемыми сериями. Кроме промеров учитывалось наличие в крыльях мелких качественных вариаций - фенов. Оказалось, что крылья съеденных стрекоз достоверно отличались наличием редких фенов для этого вида. Все это может означать только то, что трясогузки в среднем чаще схватывали уклоняющихся особей[1]. Это свидетельствует о стабилизирующем отборе, который можно объяснить тем, что даже небольшие случайные вариации размеров крыла, (а также его формы и жилкования, как нетрудно догадаться), ведут к ухудшению аэродинамических свойств оного. И действительно, различия правых и левых крыльев тех же стрекоз затрагивают лишь некоторые мелкие жилки, в то время как расположение большинства жилок подчинено общей билатеральной симметрии. Крыло настолько сложный, точно сконструированный орган, идеально приспособленный к выработанному насекомым определённому типу полёта, что практически любые случайные изменения ухудшают его свойства. Упорядоченное же расположение ветвей тех же трахейных жабр не имеет адаптивного значения, главное, заполнить объем лепестков трахеями с необходимой для газообмена плотностью.

Развитие иррегулярности, нарушающей радиальную симметрию, прослеживается и в эволюции гидроидных полипов. Так, у гидроида *Hataia parva* (*Hydrozoa, Athecata*; Hirai & Yamada, 1965) (рис. 6.21) расположение щупалец беспорядочно и постоянно изменяется в процессе роста и бесполого размножения. Такой тип организации многие авторы ранее рассматривали как эволюционно примитивный. Однако в настоящее время утвердилась точка зрения, согласно которой несимметричные гидроидные представляют собой эволюционно продвинутую, а не примитивную группу, что они «уже не симметричны», а не «ещё не симметричны»[2].

В процессе индивидуального развития живые организмы используют два типа морфологического кодирования в соответствии

[1] Яблоков А.В., Юсуфов А.Г. Эволюционное учение. М.: Высшая школа. 2006. 310 стр. ISBN: 5-06-000470-8.

[2] Исаева В.В., Каретин Ю.А., Чернышев А.В., Шкуратов Д.Ю. Фракталы и хаос в биологическом морфогенезе. Владивосток: Дальнаука. Институт биологии моря ДВО РАН. 2004. 128 с.

с функциональной потребностью в декодировании: линейное и нелинейное кодирование. Линейное кодирование основано на линейном отображении элементов кодирования в элементах морфологии. Простейшее линейное кодирование – это кодирование один-к-одному (также называемое прямым кодированием). Также как и копирование, формально, кодирование один-к-одному это биекция: каждый элемент кодирования спарен только с одним элементом результирующей структуры. На протяжении индивидуального развития многие организмы используют изометрическое кодирование один-к-одному, которое, как правило, называют препаттерном (prepatterns). Например, поперечное расчерчивание морфогенами эмбриона *Drosophila* на ранней стадии развития представляет собой препаттерн будущей морфологии личинки: каждая полоска высокой концентрации морфогена соответствует определённому сегменту личинки и vice versa. Более сложное линейное кодирование включает в себя линейные отображения между элементами кодирования и элементами формируемой структуры, в создании таких структур участвуют линейные трансформации, опирающиеся на план кодирования. Подобное кодирование используется в технике, к примеру, для простого метода компрессии изображений, когда вместо последовательности пикселей ‘WWWWWBBBB’ (где ‘W’ – белый, а ‘B’ – чёрный) записывается более короткая цепочка‘5W4B’, таким образом, символ в линейном кодировании соответствует нескольким элементам результирующей структуры.

С другой стороны, нелинейное кодирование (или непрямое кодирование) основывается на итерационных методах и взаимосвязанных компонентах, где определенный элемент кода как таковой не соответствует определённому элементу образующейся структуры. Яркий пример такого кодирования даёт любая ветвящаяся структура (гастроваскулярная система, лёгкие, кровеносная система и так далее). Каждый элемент такой системы не закодирован индивидуальным геном, генетический код лишь создаёт регуляторную сеть воспроизводящую паттерн ветвления посредством ряда



Рис. 6.21. Гидроид Hataia parva.

биохимических итераций[1].

Сеть генных регуляций вместе с локальными физико-химическими процессами управляет развитием такой динамической системы. В этом примере возникающая в процессе роста или регенерации структура развивается в соответствии с записанным в коде набором правил и итераций.

Многие свойства прямого, линейного и нелинейного кодирования различны. Нелинейное кодирование особенно эффективно при формировании повторяющихся элементов, здесь очень короткое правило может закодировать сложный ветвящийся паттерн, который может продолжать свой рост без необходимости удлинения кода. Кроме того, нелинейное кодирование имеет ценные свойства в эволюционном контексте, содействуя эволюционному возникновению модульности, масштабируемости, адаптируемости, новизны и разнообразия. В противоположность этому в кодировании один-к-одному повторяющиеся части в формирующейся структуре кодируются с повторением элементов кода, делая такое кодирование пространственно неэффективным. Линейное кодирование представляет собой баланс между пространственной эффективностью и скоростью считывания кода, также сочетание линейного и нелинейного кодирования может превзойти по эффективности любое из способов кодирования реализованных в чистом виде.

Морфогенез многих организмов имеет две ступени, на которых реализуется и нелинейный и один-к-одному способы кодирования. В течение индивидуального развития *Drosophila* гены материнского эффекта (такие как *bicoid* и *nanos*) и сеть генной регуляции, включающая gap гены, гены парной регуляции и гены полярности сегментов вместе, путём диффузии и взаимодействии продуктов этих генов, создают нелинейное кодирование паттернов гомеотических селекторных генов. Однако паттерн самих гомеотических селекторных генов формируется с использованием кодирования один-к-одному: местоположение экспрессии каждого гена определяет местоположение части тела, развитие которой он регулирует. Другой пример можно встретить в развитии гидры, у которой реакционно-диффузные процессы (нелинейное кодирование) создают характерный паттерн экспрессии гена *HyAlx*, затем этот паттерн используется для кодирования один-к-одному при определении местоположений, где будут расти щупальца. Ещё один пример демонстрирует развитие *Xenopus*, у которого биоэлектрическая сеть, создаваемая ионными каналами и щелевыми контактами (нелинейное кодирование) создаёт паттерн клеток с различным потенциалом покоя. Эти паттерны мембранных напряжений (кодирование один-к-одному) воспроизводят морфологию внешности

---

[1] Menshykau D., Kraemer C., Iber D. Branch mode selection during early lung development. // PLoS Comput Biol. 2012. Vol. 8(2): e1002377. Doi: 10.1371/journal.pcbi.1002377.

головастика, включая местоположение глаз и рта.

Эксперименты, влияющие на нелинейное и линейное кодирование, отражаются в глобальных или локальных изменениях морфологии, соответственно. У *Drosophila* эксперименты с мутациями gap генов (нелинейное кодирование) влияли на общий план развития личинки, в противоположность этому мутации гомеотических селекторных генов создают такие локализованные изменения в развитии мухи, как трансформация одного сегмента в другой. У гидры, результатом в изменении генов управляющих реакционно-диффузной реакцией (нелинейное кодирование) является изменение глобальной морфологии, с образованием щупальцев по всему телу, таким же образом изменение мембранного потенциала (нелинейное кодирование) в течение развития *Xenopus* ведёт к глобальным изменениям черепно-лицевого морфогенеза головастика[1].

Именно в процессе реализации нелинейного кода чаще всего можно наблюдать примеры образования хаотичной морфологии, поскольку кодирование такого типа используется для регуляции роста столь сложных структур, которые не могут быть закодированы прямым, линейным образом, и именно нелинейное кодирование, использующее при декодировании множество взаимодействующих элементов с положительной и отрицательной обратной регуляторной связью, градиенты концентраций, ингибирование и активацию, альтернативную расшифровку одного и того же кода, может лежать в основе появления эмерджентных структур, создавая новую сложность в развитии организма.

Динамика живых систем не столь линейна, как полагали когда-то редукционисты, способность к самобалансировке, адаптации к меняющейся среде, поддержанию динамического гомеостаза, будучи проявлениями самоорганизации, подразумевают наличие детерминированного хаоса. Имея иерархическую вертикальную и многокомпонентную горизонтальную организацию, живые системы суммируют большой спектр периодических и апериодических колебаний и циклов. На любом уровне организации, от субклеточного до экопопуляционного, живая система является частью большего динамического целого и суммой меньших динамических элементов, связанных часто нелинейными положительными и отрицательными обратными связями. Детерминированный хаос можно обнаружить не только в динамике живых систем, но и в их морфологии, будучи отпечатком хаоса динамического, неопределённости, непредсказуемости, эмерджентности развития биосистемы, хаотичность морфологии демонстрирует несводимость линейного

---

[1] Daniel Lobo, Mauricio Solano, George A. Bubenik, Michael Levin. A linear-encoding model explains the variability of the target morphology in regeneration. // J R Soc Interface. 2014. Vol. 11(92): 20130918. Doi: 10.1098/rsif.2013.0918. PMCID: PMC3899861.

генетического кода, к нелинейности его реализации в тех случаях, когда эта нелинейность допустима или даже необходима.

Глава 7. Моделирование процессов самоорганизации.

Как смоделировать цунами: берем океан…

Моделирование – один из основных методов исследования процессов самоорганизации, в том числе в биосистемах. Под моделированием, прежде всего, понимается математическое моделирование, которое в последние десятилетия превратилось в моделирование компьютерное. Самоорганизация – динамический процесс, описание статичных паттернов самоорганизации мало эффективно для раскрытия механизмов процесса. Необходимо отыскать движущие силы, раскрыть законы, пользуясь которыми мы сможем смоделировать и предсказать поведение системы в будущем. Но самоорганизующиеся системы, в отличие от многих систем, изучаемых классическими разделами физики, состоят из очень большого числа взаимодействующих нелинейно компонентов. Просчитать вручную взаимодействие между ними на протяжении тысяч и тысяч генераций, обнаружив при этом эмерджентные черты системы в целом представляется невозможным.

Можно выделить два основных класса моделей самоорганизации по типу пространственно-временного преобразования информации, используемые для моделирования биологических процессов: континуальные модели, применяющие дифференциальные уравнения для вычисления непрерывных изменений всех параметров модели во времени; дискретные модели, которые описываются разностными уравнениями и позволяют получать количественную и качественную информацию, с анализом континуальной эволюции параметров системы в дискретно выбранных моментах времени. Разностное уравнение

Дифференциальное уравнение – уравнение, связывающее значение производной функции с самой функцией, значениями независимой переменной, числами (параметрами). Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Порядок, или степень дифференциального уравнения – наивысший порядок производных, входящих в него.

Решением (интегралом) дифференциального уравнения порядка n называется функция y(x), имеющая на некотором интервале (a, b) производные: y'(x), y''(x), …, y(n)(x) до порядка n включительно и удовлетворяющая этому уравнению. Процесс решения дифференциального уравнения называется интегрированием. Все дифференциальные уравнения можно разделить на обыкновенные, в которые входят только функции (и их производные) от одного аргумента, и уравненияс частными производными, в которых входящие функции зависят от многих переменных.

В зависимости от комбинаций производных, функций, независимых переменных дифференциальные уравнения подразделяются на линейные и нелинейные, с постоянными или переменными коэффициентами, однородные или неоднородные. Решения дифференциальных уравнений подразделяются на общие и частные решения. Общие решения включают в себя неопределенные постоянные, а для уравнений в частных производных – произвольные функции от независимых переменных, которые могут быть уточнены из дополнительных условий интегрирования (начальных условий для обыкновенных дифференциальных уравнений, начальных и граничных условий для уравнений в частных производных). После определения вида указанных постоянных и неопределенных функций, решения становятся частными.

Первоначально дифференциальные уравнения возникли из задач механики, в которых требовалось определить координаты тел, их скорости и ускорения, рассматриваемые как функции времени при различных воздействиях. Основой теории дифференциальных уравнений стало дифференциальное исчисление, созданное Лейбницем и Ньютоном. Сам термин «дифференциальное уравнение» был предложен в 1676 году Лейбницем. Новый этап развития теории дифференциальных уравнений начинается с работ Анри Пуанкаре (1854-1912), созданная им «качественная теория дифференциальных уравнений» вместе с теорией функций комплексных переменных легла в основу современной топологии. Качественная теория дифференциальных уравнений, или, как теперь её чаще называют, теория динамических систем, сейчас активно развивается и имеет важные применения в естествознании.

позволяет описать динамику того или иного процесса как функциональную зависимость состояний системы в каждый дискретный момент времени.

Континуальные модели. В качестве примера моделей такого типа рассмотрим *реакционно-диффузную модель*, используемую, прежде всего, в воспроизведении процессов паттернообразования при росте и развитии организма. Модель включает в себя два (или более) диффундирующих и реагирующих друг с другом вещества. Процесс диффузии стремится выровнять концентрации реагентов, но может привести к противоположному результату (образованию пространственных паттернов, неоднородностей в распределении низкой и высокой концентраций), если будет сопровождаться химической реакцией, имеющей соответствующую положительную обратную связь, в которой скорость синтеза или распада реагентов варьирует в зависимости от их теперешней локальной концентрации. Если реагенты диффундируют из одной области, важно другое условие: какой-то из реагентов должен диффундировать быстрее другого. Великий британский математик Алан Тьюринг (Alan Turing) разработал этот класс моделей и предположил, что реакционно-диффузные системы могут описывать реальный процесс образования структур в эмбриогенезе[1]. Возьмём для примера простейший случай: двухкомпонентную, бинарную систему взаимодействия двух реагентов

[1] Turing Alan M. The Chemical Basis of Morphogenesis. // Philosophical Transactions of the Royal Society of London B. Vol. 641: 37–72. Doi:10.1098/rstb.1952.0012.

(морфогены *A* и *B*), которые подчиняются следующей комбинации правил:

1. A катализирует собственный синтез и синтез *B*;
2. B катализирует собственный распад и распад *A*;
3. B диффундирует быстрее, чем *A*.

Дополнительное условие для этой комбинации правил заключается в равномерном начальном распределении концентраций обоих реагентов в каждой точке пространства. Вышеописанные правила приведут к усилению любых случайных флуктуаций начальных концентраций любого из двух веществ, что неизбежно в реальном мире. Результатом этого автокаталитического процесса будет образование локального пика в концентрациях реагентов в месте начальной флуктуации, далее изменение концентрации распространится на близлежащее пространство, порождая относительно регулярные, периодически расположенные зоны с различной концентрацией реагентов.

Проследим формирование такого паттерна, начиная с локального небольшого увеличения концентрации морфогена *A*. Так как *A* катализирует собственный синтез, локальное увеличение его концентрации будет самоподдерживаться и вести к дальнейшему росту концентрации. Кроме того, так как *A* катализирует синтез *B*, пик концентрации *B* также будет расти в месте увеличения концентрации *A*. Но поскольку *B* диффундирует быстрее *A*, его пик будет более пологим, концентрация *B* будет увеличиваться несколько быстрее концентрации *A* в окружающем пик пространстве. В результате диффузии и самоингибирования пик *B* будет ниже пика *A*. Большая ширина пика *B* приведёт к следующим последствиям. Во-первых, автокаталитический рост ширины пика концентрации *A* прекратится, потому что в пространстве непосредственно вокруг пика *A* концентрация ингибитора B станет выше концентрации *A*. Во-вторых, по мере диффузии и увеличения концентрации *B* вокруг пика *A*, концентрация самого *A* станет уменьшаться всё сильнее, достигнув уровня ниже фонового (рис. 7.1). Это не только остановит распространение пика *A*, но и приведёт к формированию вторичных пиков распределения *A* в области непосредственно за местом локального спада.

Вторичные пики есть результат более быстрой диффузии *B* относительно *A*, в сочетании со спадом концентрации *B* вызванной снижением концентрации *A* вокруг пика. Главный факт, на который тут надо обратить внимание, заключается в том, что оба морфогена, *A* и *B* диффундируют в область локального спада концентрации из окружающего пространства,

Рис. 7.1. Начальная асимметрия концентраций морфогенов *A* и *B*.

но, так как *B* диффундирует быстрее, это снижает концентрацию *B* в окружающем локальный минимум пространстве быстрее, чем *A*.

Увеличение же концентрации *A* относительно *B* приведёт к запуску автокаталитического синтеза *A*. Следующий пик концентрации *A* образуется непосредственно за зоной локального минимума концентраций *A* и *B*. Конечно, этот второй пик также приведёт к появлению локального минимума вокруг себя и процесс будет продолжаться (рис. 7.2).

В этом примере формирование паттерна было инициировано небольшим локальным ростом концентрации *A* относительно *B*, но этот процесс так же точно можно инициировать уменьшением концентрации *A* относительно *B*, или увеличением/уменьшением *B* относительно *A*. Любое из перечисленных событий будут инициировать сходную последовательность событий, хотя в некоторых случаях локальные спады будут формироваться на месте пиков. Паттерны также будут формироваться, если множество различных случайных пертурбаций возникнет в разныхточках пространства, то есть если концентрации реагентов будут распределены случайно. В этом случае мы получим сходную картину возникновения минимумов и максимумов концентраций обоих реагентов, но распределены они будут менее регулярно.

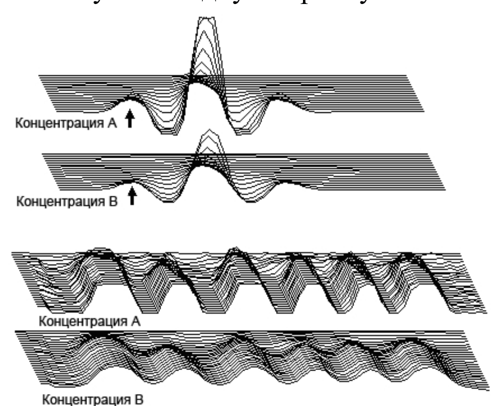


Рис. 7.2. Компьютерное моделирование. Отдельные линии отображают временной ряд изменения концентраций сверху вниз.

Уровень регулярности образующегося паттерна можно изменять (например, при моделировании как регулярных, так и нерегулярных паттернов окраски разных животных), увеличивая или уменьшая число флуктуаций, то есть точек инициации паттернообразования. В предельном случае одна точка инициации приведёт к самому регулярному паттерну. Другая возможность регуляции состоит в изменении правил протекания реакции. Можно создать правила, при которых конечный паттерн будет упорядочен вне зависимости от степени хаотичности начальных пертурбаций. Это возможно в случае определённой нелинейности влияния *A* и *B* на синтез и распад друг друга. Применение этой модели к маркированию частей эмбриона критикуют, отмечая способность зародыша «регулировать» размер своих частей относительно размеров целого («размерная инвариантность»). Может ли модель Тьюринга варьировать размеры «волн» и, соответственно, формирующегося

Алан Мэтисон Тьюринг (Alan Mathison Turing, 23 июня 1912 – 7 июня 1954) (рис. 7.3) – английский математик, логик, криптограф, кавалер Ордена Британской империи (1945), член Лондонского королевского общества (1951). Предложенная им в 1936 году абстрактная вычислительная «Машина Тьюринга», которую можно считать моделью компьютера общего назначения, позволила формализовать понятие алгоритма и до сих пор используется во множестве теоретических и практических исследований. Научные труды А. Тьюринга – общепризнанный вклад в основания информатики и, в частности, – теории искусственного интеллекта.

Во время Второй мировой войны Алан Тьюринг работал в Правительственной школе кодов и шифров, располагавшейся в Блетчли-парке, где была сосредоточена работа по взлому шифров и кодов стран оси. Он возглавлял группу Hut 8, ответственную за криптоанализ сообщений военно-морского флота Германии. Тьюринг разработал ряд методов взлома, в том числе теоретическую базу для Bombe – машины, использованной для взлома немецкого шифратора Enigma.

После войны Тьюринг работал в Национальной физической лаборатории, где по его проекту был реализован первый в мире компьютер с хранимой в памяти программой – ACE. Тьюринг опубликовал работу по химическим основам морфогенеза и предсказал протекающие в колебательном режиме химические реакции, такие, как реакция Белоусова – Жаботинского, которые впервые были представлены научному сообществу в 1968 году. В 1950 году предложил эмпирический тест Тьюринга для оценки искусственного интеллекта компьютера.

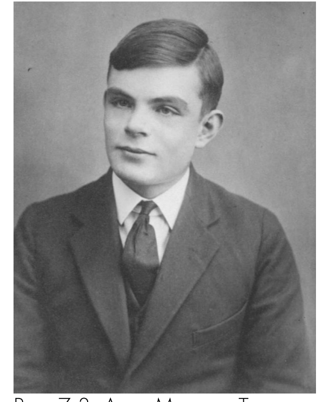


Рис. 7.3. Алан Мэтисон Тьюринг.

В 1952 году Алан Тьюринг был признан виновным по обвинениям в совершении «грубой непристойности» в соответствии с «поправкой Лабушера», согласно которой преследовали гомосексуальных мужчин. Тьюрингу был предоставлен выбор между принудительной гормональной терапией или тюремным заключением. Учёный выбрал первое. Алан Тьюринг умер в 1954 году от отравления цианидом. Следствие установило, что Тьюринг совершил самоубийство. Алан Тьюринг был признан «одной из самых известных жертв гомофобии в Великобритании». В 2002 году Алан Тьюринг был признан «одним из 100 величайших британцев в истории». В честь учёного названа Премия Тьюринга – самая престижная в мире награда в области информатики.

паттерна, в пропорции к размеру целого? Теоретически, есть несколько путей реализации этого, основанных на следующих общих принципах организации модели:

1. Важны правила поведения элементов, взаимодействие которых описывает модель, а не химическая природа субстанций. Например, субстанцией *A* может быть белок, или ион, или нуклеотид, или сахар, или что-либо ещё. То же касается субстанции *B*. Можно представить механизм генерации паттерна, в котором *A* и *B* не являются химическими реагентами: за них могут быть приняты плотности популяций двух типов клеток, которые регулируют показатели

клеточного роста и смертности друг друга, с более высокой скоростью миграции клеток одного из типов. *A* может быть числом клеток, *B* – уровнем механического натяжения и так далее. Важно выполнение общих правил взаимодействия элементов, а не сама природа этих элементов.

2. Мы можем не выяснять конкретные механизмы того, как реализуется система правил, которым подчиняется взаимодействие реагентов. Возможностей такой реализации может быть множество: к примеру, *A* может катализировать собственный синтез, активируя экспрессию определённого гена, или её автокатализ может осуществляться через активацию фермента, или превращением какой-либо сторонней молекулы в молекулу вещества *A*. Конечный паттерн будет тем же.

Набор правил, описанный выше, не уникален для процессов образования паттерна. Множество альтернативных правил могут породить такой же паттерн. Ниже приведён пример другого набора правил и паттерн, созданный компьютером на основе этих правил (рис. 7.4):

1. *A* производится с постоянной скоростью;
2. *B* разрушается с постоянной скоростью;
3. *A* катализирует собственный синтез и распад *B*;
4. *B* катализирует собственный синтез и распад *A*.

Вот ещё один набор правил, запускающих процесс морфогенеза:

1. Если концентрация *A* больше, чем *B*, то оба *A* и *B* синтезируются с постоянной скоростью;
2. В остальных случаях *A* и *B* разрушаются с постоянной скоростью;
3. *B* диффундирует быстрее, чем *A*.

Фактически существует неограниченное число комбинаций правил, способных произвести волнообразный паттерн. Разработаны математические методы вычисления таких комбинаций. Вместо инициации процесса путём локального изменения концентрации морфогенов можно с таким же успехом немного изменять сами правила взаимодействия реагентов в разных точках пространства.

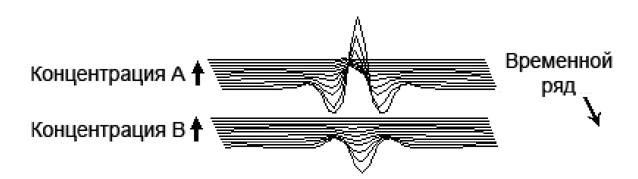


Рис. 7.4. Обратите внимание, что пик концентрации *A* сопряжён с минимумом концентрации *B*, и наоборот, то есть волны концентраций морфогена находятся в противофазе, это единственное отличие данного паттерна от паттерна, генерируемого предыдущим набором правил.

Случайные изменения в скорости реакции могут породить «семена» возникающих, растущих и распространяющихся максимумов и минимумов концентраций реагентов. В оригинальной модели Тьюринга необходимая для начала формирования паттерна неоднородность может с большей вероятностью сформироваться путём флуктуации скорости реакции, чем случайными вариациями концентраций реагентов.

Недавно были получены экспериментальные данные ещё раз опровергающие размерностную инвариантность паттернов описываемых реакционно-диффузной моделью. В живой клетке белки, воспроизводящие процессы, описываемые в реакционно-диффузной модели, способны организовать гораздо большее пространство, чем они занимают сами. С другой стороны, изменения внутриклеточного пространства могут влиять на биохимические реакции, позволяя клеткам ощущать их форму и размер. Несмотря на возможность реконструировать самоорганизацию белка по нескольким очищенным фрагментам, мы всё ещё не знаем, как геометрические границы пространства окружающего молекулу белка, влияют на пространственно-временные паттерны её динамики. Однако, при фотолитографическом исследовании мембран бактерий было обнаружено, что возникающий белковый паттерн реагирует на латеральную двумерную геометрию мембраны, белковые волны движутся вдоль самой длинной оси выделенного фрагмента мембраны, то есть, пространственное чувство не нуждается в трёхмерном компартменте. Интересно, что перемежающийся, прерывистый субстрат в этом эксперименте не нарушает макроскопической структуры наблюдаемой реакции (рис. 7.5)[1].

Реакционно-диффузные системы интересны в плане своей бистабильности, они могут спонтанно выходить из состояния пространственно-временной гомогенности, порождая как неподвижные структуры, так и паттерны, совершающие регулярные или хаотичные колебания. Переход из однородного в неоднородное

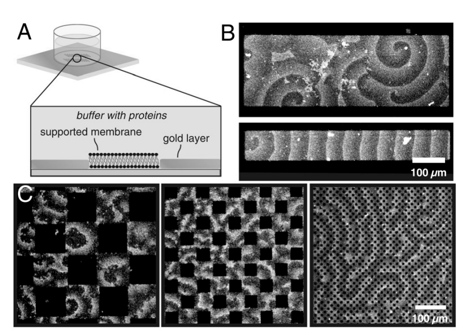


Рис. 7.5. Распространение волн реакции на поверхности мембраны перемежающейся регулярными участками с напылённым золотом. a — буфер, с протеинами поддерживающий реакцию на плазматической мембране, но не на золоте; b — фото волн реакции на сплошном субстрате; c — волны реакции на перемежающемся субстрате при разном увеличении.

[1] Schweizer J., Loose M., Bonny M., Kruse K., Mönch I., Schwille P. Geometry sensing by self-organized protein patterns. // Proc Natl Acad Sci USA. 2012. Vol. 109(38): 15283-8.

состояние есть фазовый переход, ведущий к появлению общей асимметрии системы, возникновению информации, самоорганизации.

В случае стационарных структур, компонент *B* (ингибитор) является стабилизатором. Стабилизирующий эффект ингибитора более выражен при высокой скорости его реакции и слабой диффузии. При снижении скорости реакции обычно возникают подвижные структуры (пульсаторы, бегущие волны), увеличение диффузии ведёт к образованию неподвижных пространственных паттернов (периодические структуры Тьюринга, локализованные филаменты). Одновременное действие обоих условий может вызвать к жизни и более комплексные структуры (колеблющиеся филаменты, осциллирующие зоны в окружении стационарных периодических паттернов, пространственно-временной хаос). Кроме того, существуют структурные элементы, имеющие свойства чётко локализованных частиц определённого размера, которые способны взаимодействовать друг с другом и с границами субстрата, на котором протекает реакция. Они могут порождать и уничтожать друг друга. На изображении 7.6 и рис. 5 Приложения приведены примеры некоторых структур таких двухкомпонентных систем. С помощью математического анализа Тьюринг установил, что реакционно-диффузная система даёт 6 потенциально устойчивых состояний в зависимости от динамики реакции и длины волны паттерна. В состоянии I система сводится к стабильному и униформному состоянию. В состоянии II возникает униформная фаза осцилляций концентраций морфогена. Такая фаза унификации наблюдается в системах типа циркадных ритмов или при сокращении сердечной мышцы. В состоянии III система формирует паттерны типа «соль-и-перец», подобные паттернам возникающим, когда дифференцированные клетки ингибируют дифференцировку соседних клеток. В качестве примера можно привести дифференцировку клеток нервных предшественников в эпителии эмбрионов дрозофилы.

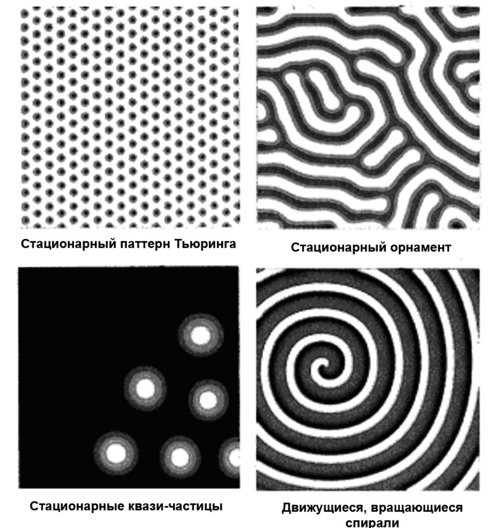


Рис. 7.6. Самоорганизованные пространственные структуры в двухкомпонентной реакционно-диффузной системе. Пара верхних рисунков — неподвижные паттерны, пара нижних — динамические, движущиеся структуры.

Состояние IV представляет собой необычное состояние, при котором паттерн «соль-и-перец», полученный в состоянии III, осциллирует. Интересно, что примеры последнего не обнаружены в развивающихся системах. В состоянии V генерируется распространяющаяся волна. Путешествующие волны, вызываемые этим механизмом в биологических системах, включают спиральные паттерны, формируемые социальными амёбами *Dictyostelium discoideum* при агрегации, а также волны ионов кальция, которые охватывают яйцо лягушки *Xenopus laevis* в ответ на проникновение спермия. В состоянии VI возникают стационарные паттерны. Находка этого типа волн является крупным достижением анализа Тьюринга, они обычно обозначаются как паттерны Тьюринга (Turing patterns). Данный паттерн – это тип нелинейной волны, которая поддерживается за счёт динамического равновесия системы.

Реакциозно-диффузные модели оказались применимы для моделирования самоорганизации и на клеточном и на популяционном уровне. Выяснилось, что одна из простейших химических схем, описывающих колебания в системе двух последовательных автокаталитических реакций, математически тождественна уравнениям, которые итальянский ученый В. Вольтерра в начале 1930-х гг. использовал для описания экологических процессов. В настоящее время это известная модель Лотки–Вольтерры, которая описывает периодические изменения численности «жертвы» и «хищника» в экологических системах.

На клеточном уровне модель используется для описания проникновения в клетку токсинов[1], миграции клеток[2], моделирования нейронных сетей[3], процессов, протекающих в клеточных мембранах[4]. Реакционно-диффузная модель описывает работу градиентов реагентов, управляющих протеканием митоза. Градиент фосфорилирования опосредуемый градиентом активности *Aurora B* киназы (белок, прикрепляющий митотическое веретено деления к центромере) организует веретено деления клетки, используя авто-регуляционные петли обратной связи и диффузию. Градиенты внутриклеточной активности, регулирующие локализованные митотические события проявляют признаки самоорганизации и кодируют пространственную

---

[1] Qasim Ali Chaudhry. Computational Modeling of Reaction and Diffusion Processes in Mammalian Cell. // Doctoral Thesis. 2012. Stockholm, Sweden. 53p. ISBN 978-91-7501-315-2.
[2] Nonaka S., Naoki H., Ishii S. A multiphysical model of cell migration integrating reaction-diffusion, membrane and cytoskeleton. // Neural Networks. 2011. Vol. 24(9): 979-89. Doi: 10.1016/j.neunet.2011.06.009.
[3] Angela Slavova. Reaction-Diffusion Cellular Neural Network Models. // 9th WSEAS International Conference on Neural Networks (NN'08). Sofia, Bulgaria. 2008.
[4] Saheed Ojo Akindeinde. Reaction-Diffusion in Cell Membranes. // Diploma Theses. 2009. Johannes Kepler Universität. Institute of Computational Mathematics.../../Стабильность экосистем обеспечивается асимметрией их структуры.pdf

информацию необходимую для образования веретена[1].

На основе реакционно-диффузной модели Тьюринга британский эмбриолог **Льюис Уолперт** (Robert Lewis Wolpert) в 1969 году создал модель морфогенетического поля зародыша: в модели действуют два диффундирующих морфогена, образующие линейные градиенты концентраций с максимумами на разных полюсах зародыша, так что концентрация первого максимальна на будущем переднем конце тела и постепенно снижается к будущему заднему, концентрация же второго максимальна на заднем полюсе зародыша и уменьшается к переднему[2]. Эти морфогены несут позиционную информацию, которая направляет клеточную дифференцировку таким образом, что морфогенетический эффект зависит от концентрации морфогена. Модель получила название «*французского флага*» из-за сходства образуемого ею паттерна с рисунком французского флага (пространство разделено на три качественно различные области). Модель интересна тем, что предполагает возможность формирования дискретных структур на основе непрерывного градиента морфогенов в теле зародыша, в данном случае, тело зародыша оказывается разделенным на три части – предшественники головного, брюшного и хвостового отделов тела животного.

На рисунке 7.7 представлен результат компьютерного моделирования реакционно – диффузной системы Уолперта: на верхней иллюстрации рост системы сопровождается её дифференциацией с образованием паттерна типа «*французский флаг*», на нижнем изображении сформированное морфогенетическое поле самостоятельно восстанавливается после хаотического перемешивания его компонентов. Результаты моделирования показывают возможность существования устойчивой, самоорганизующейся, самовосстанавливающейся реакционно-диффузной системы, предсказанной Уолпертом.

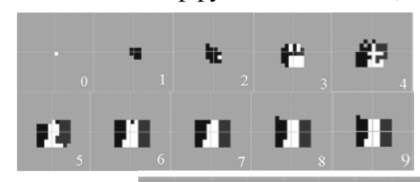


Рис. 7.7. Результат компьютерного моделирования реакционно-диффузной системы Уолперта.



[1] Fuller B.G. Self-organization of intracellular gradients during mitosis. // Cell Div. 2010. Vol. 5(1): 5. Doi: 10.1186/1747-1028-5-5.

[2] Wolpert L. Positional information and the spatial pattern of cellular differentiation. // Journal of Theoretical Biology. 1969. Vol. 25(1): 1–47.

Реакционно-диффузионный механизм, по-видимому, отвечает за формирование пальцев у позвоночных. В ходе онтогенеза пальцы возникают в виде «узора» из регулярно расположенных полосок на еще не расчлененной пластинке – зачатке кисти или стопы. Поначалу эти полоски отличаются от соседних клеток только активностью некоторых генов (таких как Sox9), а потом в них начинает формироваться хрящевая ткань.

Важную роль в формировании пальцев играет сигнальная система, основанная на белках Sonic hedgehog (Shh) и Gli3. У заднего края зачатка кисти (там, где будет мизинец) включается «организатор» группа клеток, выделяющих сигнальный белок-морфоген Shh. Последний не позволяет белку Gli3 превратиться в Gli3R – белок-репрессор, подавляющий экспрессию некоторых других генов-регуляторов. В результате формируется передне-задний градиент концентрации Gli3R (максимум там, где будет большой палец, минимум – возле мизинца), который играет ключевую роль в определении передне-задней полярности зачатка конечности.

Мутации, нарушающие работу системы Shh/Gli3, могут приводить к полидактилии и нарушениям «идентичности» пальцев (например, вместо большого пальца может развиться второй мизинец). Однако эта система, вопреки прежним предположениям, не является необходимой для развития пальцев как таковых. Оказалось, что даже если ее полностью отключить (например, удалив ген Gli3), пальцы всё равно развиваются (хоть и не такие, как надо, и в большем числе).

Это навело некоторых эмбриологов на мысль, что формирование пальцев, возможно, основано не на «позиционной информации», задаваемой градиентом концентрации того или иного морфогена (как думали раньше), а на совсем другом принципе, например, на реакционно-диффузионном механизме. Для проверки этого предположения авторы изучили эффекты другой важной группы генов-регуляторов, экспрессирующихся в зачатках кистей: хокс-генов Hoxa13, Hoxd11, Hoxd12 и Hoxd13. Их роль в развитии пальцев до сих пор оставалась не совсем ясной. Генно-инженерные эксперименты на мышах показали, что у животных с нормально работающей системой Shh/Gli3 частичное отключение перечисленных хокс-генов не приводит к выраженной полидактилии, однако ведет к укорочению пальцев, уменьшению числа фаланг, а в экстремальных случаях – к формированию костно-хрящевой дуги, соединяющей кончики пальцев. Самые интересные результаты дало отключение хокс-генов у мышей с неработающей системой Shh/Gli3. Оказалось, что постепенное уменьшение «дозы» хокс-генов (то есть числа работоспособных аллелей) приводит к столь же постепенному усилению полидактилии. У мышей с отключенной системой Shh/Gli3, но с полным набором хокс-генов (Gli3–/–, Hoxa13+/+, Hoxd11-13+/+) на лапках развивается по 7–8 пальцев. Отключение половины копий хокс-

генов (Gli3–/–, Hoxa13+/–, Hoxd11-13+/–) увеличивает число пальцев до 8–9. Если же отключить гены Hoxd полностью (Gli3–/–, Hoxa13+/–, Hoxd11-13–/–) , пальцев становится уже 13. При этом пальцы становятся короткими, тонкими, почти не расчлененными, а их концы сливаются в цельную костно-хрящевую дугу, окаймляющую кисть. Такая конечность больше похожа на плавники акул и примитивных лучеперых рыб, чем на лапы нормальных четвероногих (рис. 7.8).

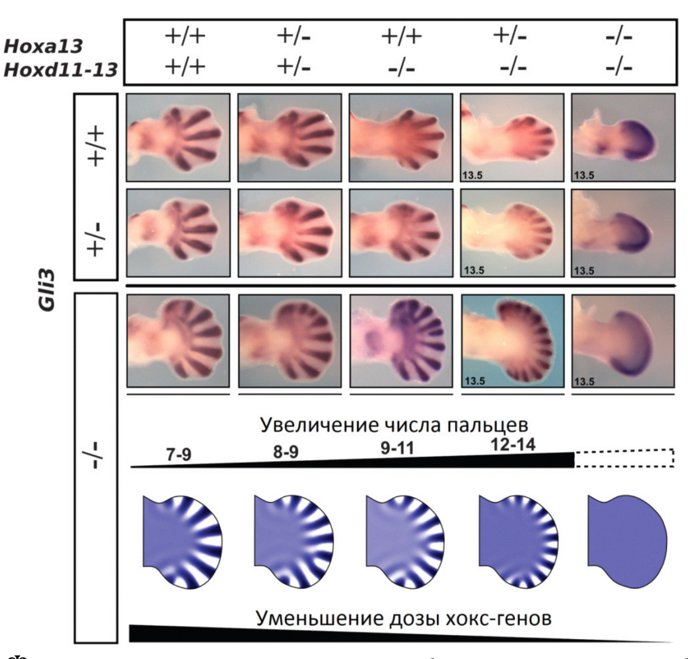


Рис. 7.8. Формирование пальцев у мышиных эмбрионов с разными комбинациями включенных и выключенных генов-регуляторов. Внизу показаны результаты моделирования закладки пальцев у мышей Gli3—/— на основе механизма Тьюринга[1,2].

Полученные результаты прекрасно согласуются с предположением о реакционно-диффузионном механизме формирования пальцев. Разработана тьюринговская модель, которая воспроизводит экспериментально установленные факты не только в общих чертах, но и в мелких деталях. Например, при полном отключении Hoxa13 эмбрионы погибают до рождения, но зачатки конечностей у них успевают сформироваться. Это позволило установить, что пальцы у эмбрионов Gli3–/–, Hoxa13–/– имеют тенденцию ветвиться. Такие же

[1] Rushikesh Sheth, Luciano Marcon, M. Félix Bastida, Marisa Junco, Laura Quintana, Randall Dahn, Marie Kmita, James Sharpe, Maria A. Ros. Hox Genes Regulate Digit Patterning by Controlling the Wavelength of a Turing-Type Mechanism. // Science. 2012. Vol. 338: 1476–1980.

[2] http://elementy.ru/novosti_nauki/431953

ветвящиеся пальцы сгенерировала и модель Тьюринга, когда в нее ввели соответствующие параметры.

Предложенная авторами модель постулирует существование двух взаимодействующих морфогенов – активатора и ингибитора. Это порождает на периферии зачатка конечности неподвижные «волны» концентраций морфогенов в форме полос, соответствующих будущим пальцам. Чтобы пальцы были ориентированы правильно, то есть росли от основания к периферии, необходимо, чтобы сила положительного влияния активатора на самого себя регулировалась расстоянием от основания конечности (проксимально-дистальным градиентом, который задается у позвоночных морфогеном FGF). Для объяснения большинства установленных фактов достаточно допустить, что сила воздействия активатора на ингибитор зависит от «дозы» генов Hoxa13 и Hoxd11-13. Чем меньше доза, тем сильнее воздействие. Отключение хокс-генов усиливает влияние активатора на ингибитор, что приводит к уменьшению длины «волн». В результате пальцы становятся многочисленнее и тоньше.

Наконец, чтобы объяснить ряд тонких деталей (таких как изменение ширины пальцев в проксимально-дистальном направлении, а также случаи их разветвления), пришлось еще предположить, что эффект хокс-генов модулируется проксимально-дистальным градиентом FGF.

Получившаяся модель весьма точно воспроизвела эффект уменьшения дозы хокс-генов у мышей Gli3–/– , включая то обстоятельство, что по мере увеличения числа пальцев уменьшается их длина. При полном отключении Hoxa13 и Hoxd11-13 число пальцев должно стремиться к бесконечности, а их размер – к нулю, что на практике будет означать просто-напросто отсутствие пальцев. Именно это и наблюдается как в модели, так и у трансгенных эмбрионов (которые в этом случае не доживают до рождения).

Точно не известно, когда и у кого впервые появилось пять пальцев. Некоторые древние земноводные часто имели не пять, а шесть, семь или даже восемь пальцев. Например, акантостега, жившая около 360 миллионов лет назад, имела восемь пальцев на передних конечностях (рис. 7.9). Но выяснено, что число пальцев зависит от физических закономерностей, описывающихся моделью Тьюринга: скорости, с которой молекулы-морфогены распространяются по ткани, силе их взаимодействия и скорости роста зачатка конечности. Если молекулы будут диффундировать быстрее, промежуток между пальцами будет увеличиваться, поэтому пальцев станет меньше. Если зачаток конечности станет больше на 20%, а все остальное останется прежним, неожиданно появится место для еще одного пальца. Такие случаи часто встречаются среди животных и людей, как паталогия развития.

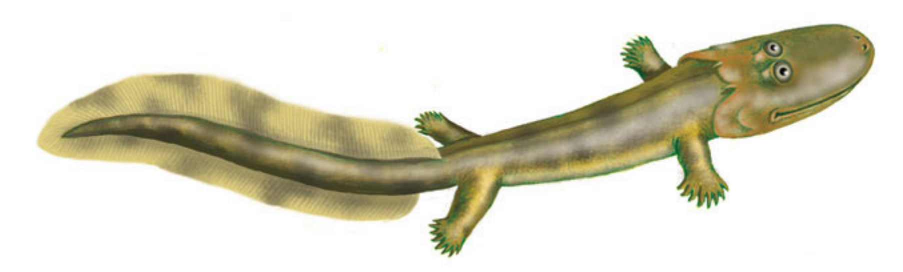


Рис. 7.9. Акантостега — одно из первых позвоночных животных, у которых появились конечности. Они не были приспособлены для передвижения по суше и имели по восемь пальцев. Рисунок: Paul Carney.

Интересно, что математическая задача описания начальных стадий формирования пространственной структуры с помощью реакционно-диффузионных механизмов (когда отклонение от однородного состояния невелико) аналогична математической задаче описания колебаний тонких пластинок или поверхности барабана. Таким образом, характер зависимости роста структуры от ее геометрии и размеров можно понять, наблюдая за аналогичными вибрирующими поверхностями. Если поверхность очень мала, она не сможет поддерживать колебания и возмущения быстро затухнут. Значит, чтобы возбудить незатухающее колебание, необходима поверхность определенного размера. Предположим, что поверхность, соответствующая реакционно-диффузионной области, имеет прямоугольную форму. По мере увеличения размеров прямоугольника возникает набор все более усложняющихся мод возможных колебаний. Важным примером того, как геометрия ограничивает эти колебательные моды, является ситуация, когда область настолько узка, что в ней могут существовать только простые одномерные моды. Для истинно двумерных структур нужна область, имеющая достаточно большую длину и ширину. Аналогичное требование для колебаний на поверхности цилиндра заключается в том, что его радиус не может быть слишком мал, в противном случае могут существовать только квазиодномерные моды, иначе говоря, могут образовываться только кольцеобразные структуры. Двумерные структуры могут существовать на поверхности лишь в том случае, если радиус достаточно велик. Таким образом, сужающийся цилиндр может демонстрировать переход от двумерной структуры к простым полосам (рис. 7.10). Леопард (*Panthera pardus*), гепард (*Acinonyx jubatus*), ягуар (*Panthera onca*) и генета (*Genetta genetta*) демонстрируют хорошие примеры таких структур. Пятна на шкуре у леопарда доходят почти до кончика хвоста. Хвосты у гепарда и ягуара имеют отчетливо выраженные полосатые участки, а у генеты хвост полностью полосатый. Эти

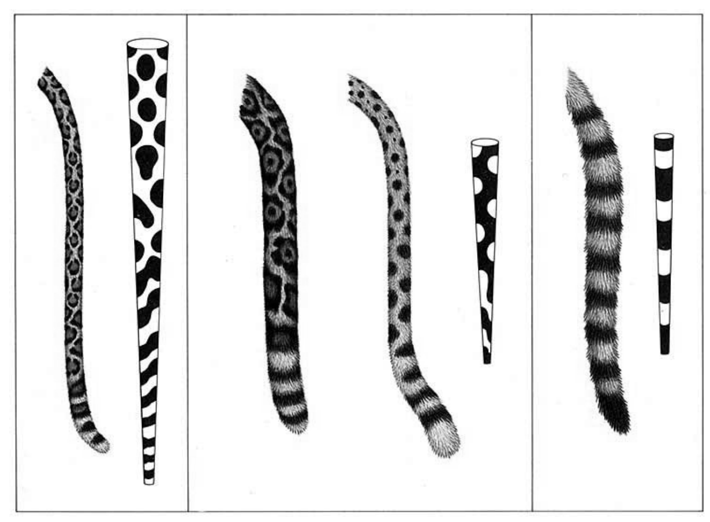


Рис. 7.10. Узоры на хвосте у леопарда (слева), ягуара и гепарда (в середине) и генеты (справа), а также структуры, полученные с помощью рекционно-диффузной модели для сужающихся цилиндров разного диаметра (справа на каждом рисунке).

наблюдения согласуются с тем, что известно о зародышах этих четырех животных. Хвост у зародыша леопарда резко сужается и сравнительно короткий, поэтому можно ожидать, что на нем могут сохраняться пятна до самого его кончика. Хвост у зародыша генеты соответствует другому крайнему случаю: он имеет почти постоянный, причем довольно малый, диаметр, поэтому на хвосте генеты должны возникать поперечные полосы. Предполагают, что моделируемые структуры соответствуют пространственным структурам в распределении морфогенов. Один из путей действия морфогенов – влияние на скорость созревания меланоцитов, именно различия в скорости созревания пигментных клеток определяют структуру окраски африканской полосатой мыши[1].

При изменении только размеров и геометрии области протекания реакции, в которой в качестве начальных условий выбраны случайные возмущения однородного стационарного состояния, и окрашивая в зависимости от концентрации одного из морфогенов области получившейся структуры в темный или светлый цвет, мы получим поразительное богатство возможных структур. Но модель дает также пример запрета на структуры определенного типа, которые действительно наблюдаются у животных исключительно редко. Если в основе механизма формирования предструктуры раскраски шкуры животных лежит реакционно-диффузионный процесс (или любой

[1] Ricardo Mallarino, Corneliu Henegar, Mercedes Mirasierra, Marie Manceau, Carsten Schradin, Mario Vallejo, Slobodan Beronja, Gregory S. Barsh & Hopi E. Hoekstra. Developmental mechanisms of stripe patterns in rodents. // Nature. 2016. Doi:10.1038/nature20109

другой процесс, который аналогичным образом зависит от размеров и геометрии), запрет обусловлен размерами и геометрией зародыша. В частности, модель допускает, что пятнистое животное может иметь полосатый хвост, но у полосатого животного не может быть пятнистого хвоста[1-3].

С помощью реакционно-диффузного механизма нетрудно получить набор полос на коже у зебры. Наиболее сложной является область соединения передней ноги и туловища, однако математическая модель верно предсказывает типичную картину полос в этой области (рис. 7.11)[4].



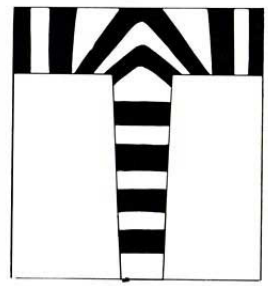


Рис. 7.11. Реакционно-диффузный механизм корректно воспроизводит окраску зебр даже в таких сложных областях, как область соединения передней ноги с туловищем животного.

Исследователи из Мичиганского университета создавали стоячие волны на вибрирующей пластинке и изменяли вид возникающих структур, меняя частоту колебаний. Структуры становились видимыми с помощью голографии, когда пластинка освещалась лучом лазера. Испускаемый лазером луч, расширяется и делится на две части. Одна часть падает на фотопластинку, отразившись от зеркала (опорный луч), другая часть отражается от предмета (предметный луч). Оба пучка лучей должны быть когерентными. Опорный и предметный лучи складываются на фотопластинке, образуя интерференционную картину. Там, где возникают максимумы интенсивности, эмульсия засвечивается сильнее, где минимумы – слабее. Отраженный от вибрирующей

---

1 J.B.L. Bard. A unity underlying the different zebra striping patterns. // Journal of Zoology. 1977. Vol. 183: 527-539.

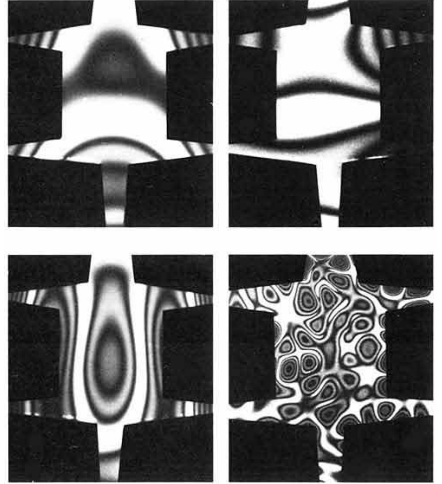
2 J.D. Murray. A pre-pattern formation mechanism for animal coat marking. // Journal of Theoretical Biology. 1981. Vol. 88(I): 161-199.

3 J.D. Murray. On pattern formation mechanisms for lepidopteran wing patterns and mammalian coat patterns. // Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series B. 1981. Vol. 295(1078): 473-496.

4 J.D. Murray, P.K. Maini. A new approach то the generation of pattern and form in embryology. // Science Progress. 1986. Vol. 70(280): 539-553.

пластинки свет интерферирует с опорным лучом, так что гребни волн складываются с гребнями, впадины – с впадинами, а впадины и гребни взаимно уничтожаются. Возникающая картина фиксируется на фотопластинке (рис. 7.12).

Обнаружилось, что низкие частоты колебаний создают простые структуры, а высокие – сложные структуры. Это наблюдение представляет интерес, поскольку было показано, что структура, образующаяся на пластинке, колеблющейся с большей частотой, идентична структуре, образующейся на пластинке большего размера, колеблющейся с меньшей частотой. Таким образом, эти данные подтверждают вывод о том, что по мере увеличения размеров области должны возникать все более сложные реакционно-диффузионные структуры. Полученные с помощью стоячих волн паттерны сильно напоминали паттерны, полученные с помощью реакционно-диффузной модели (рис. 7.13).



7.12. Структуры стоячих волн, генерируемых на тонкой вибрирующей пластинке, напоминающие узоры на шкуре у животных. Более сложные структуры соответствуют более высоким частотам колебаний.

Если один из параметров, например константа скорости в реакционной кинетике, непрерывно меняется, то реакционно-диффузионная модель переходит от состояния, в котором не могут возникать никакие структуры, к состоянию, в котором структуры генерируются, и, наконец, обратно к состоянию без структур. Причём, изменения могут происходить скачкообразно. Это согласуется с тем, что маленькие животные, такие как мыши, имеют равномерно окрашенные шкуры, животные промежуточных размеров –

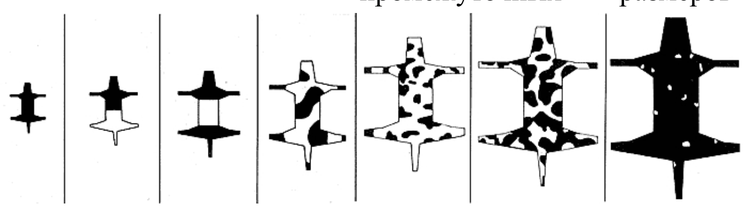


Рис. 7.13. Влияние размеров на моделирумые структуры раскраски для обобщенной формы животного. Увеличение размеров при неизменности остальных параметров дает большое разнообразие структур.

узорчатые шкуры, а окраска крупных животных, таких как слоны, снова однородна.

Реакционно-диффузная модель использовалась и для моделирования окраски рыбки Данио (*Danio*). Исследования показали, что паттерны раскраски кожи этих рыб закладываются и поддерживаются путем взаимодействий между пигментными клетками. Накамасу (Nakamasu) разработал сеть взаимодействий среди пигментных клеток, и хотя форма сети отличается от воспроизводимой в оригинальной модели Тьюринга, она согласуется с описанием коротко-действующих позитивных и дально-действующих негативных обратных связей (см. Приложение, рис. 6). Взаимное ингибирование между чёрными и желтыми клетками ведет себя как позитивная петля обратной связи, т.к. экспансия чёрных клеток ослабляет их противников. Множество сходных поверхностных паттернов, обнаруживаемых у беспозвоночных и растений, заставляет предположить наличие у них сходного реакционно-диффузного механизма, даже если его молекулярные основы у этих организмов различны[1].

Бабочка *Papilio dardanus* отличается фенотипическим полиморфизмом в раскраске крыльев. Вариации рисунка её крыльев воспроизводятся математически с использованием реакционно-диффузной модели с заданными вариациями параметров (рис. 7.14).

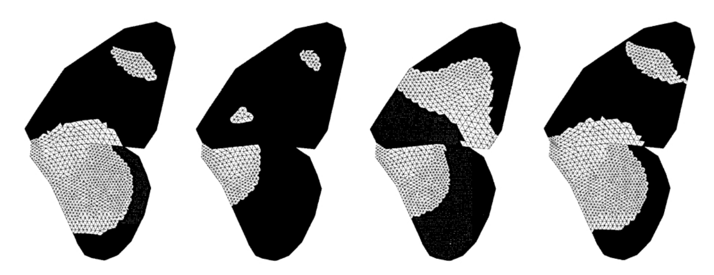


Рис. 7.14. Моделирование окраски крыльев бабочки Papilio Dardanus в реакционно-диффузной системе.

Другим хорошим примером являются регулярные закладки зачатков перьев у цыплят и волосяных фолликулов у мышей. Было показано, что пространственно периодические паттерны зачатков перьев регенерируют даже когда кожа рекомбинирована из диссоциированных клеток. Также изменения концентраций предполагаемых ключевых факторов меняют паттерн расположения волосяных фолликулов мышей по типу, предсказанному компьютерным моделированием. Интересно, что рост новых волосков опирается на взаимодействия между

[1] Akiko Nakamasua, Go Takahashia, Akio Kanbea, Shigeru Kondoa. Interactions between zebrafish pigment cells responsible for the generation of Turing patterns. // PNAS. 2015. Vol. 106(21): 8429–8434. Doi: 10.1073/pnas.0808622106.

соседними фолликулами, что происходит даже у взрослых мышей. В одном случае был идентифицирован мутант, у которого перемещение волны формирования волосков постепенно движется поперек кожи в ходе жизни животного. Было показано, как факторы FGF (fibroblast growth factor) и BMP (bone morphogenetic protein) действуют совместно, чтобы генерировать перемещение такой волны воспроизводимой в реакционно-диффузной модели[1].

Одними из классических динамических компьютерных имитационных моделей структурообразования стали модели **Х. Майнхардта** (Hans Meinhardt), читающего курс по теоретическим аспектам паттернообразования и нейронального развития в Институте биологии развития Макса Планка[2]. Модели Майнхардта описывают взаимодействия двух диффундирующих морфогенов – активатора и ингибитора, и воспроизводят такие природные структуры, как рисунок на раковинах различных моллюсков, жилкование листа и другие[3] (рис. 7.15).

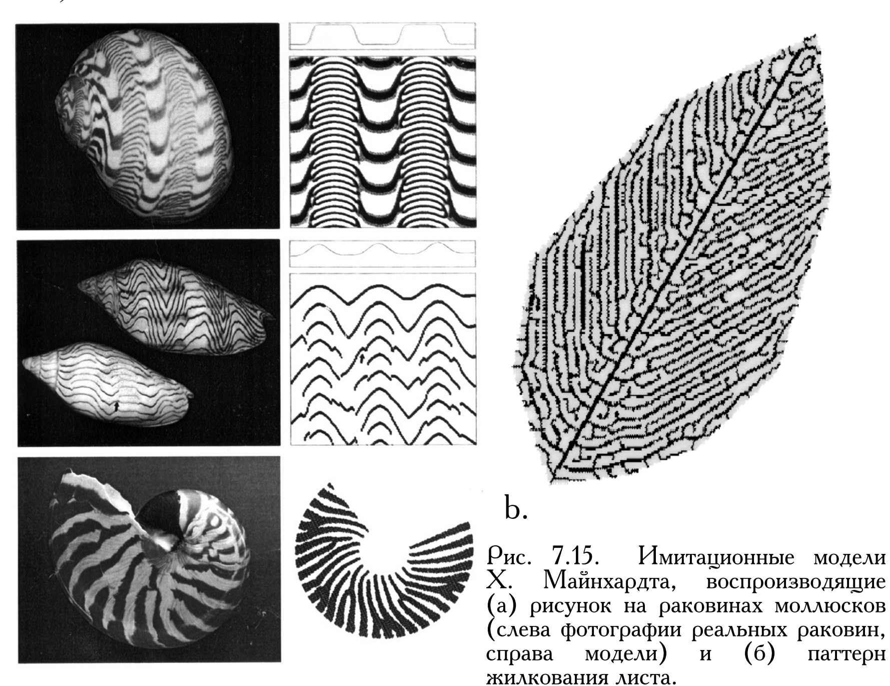


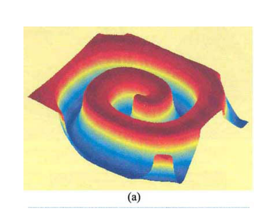
Рис. 7.15. Имитационные модели Х. Майнхардта, воспроизводящие (а) рисунок на раковинах моллюсков (слева фотографии реальных раковин, справа модели) и (б) паттерн жилкования листа.

[1] Shigeru Kondo, Takashi Miura. Reaction-Diffusion Model as a Framework for Understanding Biological Pattern Formation. // Science. 2010. Vol. 329(5999): 1616-1620. Doi: 10.1126/science.1179047.

[2] http://www.eb.tuebingen.mpg.de/research/emeriti/hans-meinhardt/home.html

[3] Meinhardt H. Models of biological pattern formation, Vol. 6. London, UK: Academic Press. 1982.

Паттерны генерируемые реакционно-диффузной моделью можно наблюдать в динамике работы простейшей электрической цепи, демонстрирующей режимы хаотических колебаний – схемы Чуа, которая рассматривалась нами в главе, посвящённой детерминированному хаосу. Схема генерирует двумерные и трёхмерные спиральные волны, стационарные паттерны, такие как паттерны Тьюринга и другие необычные паттерны в фазовом пространстве (рис. 7.16). Такие же паттерны многомерных аттракторов в фазовом пространстве описаны в работе приложений для обработки изображений, в работе нейронных сетей, в динамике ассоциативной памяти и других динамических процессах, схожесть пространственно-временой динамики позволяет предположить схожесть алгоритов описывающих самоорганизацию во всех этих столь различных системах.



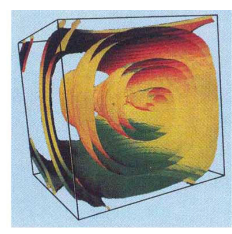
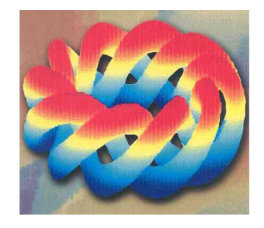



Рис. 7.16. Паттерны хаотических колебаний схемы Чуа.

Рассмотрим ещё один аспект моделирования с использованием реакционно-диффузных систем. Выше мы рассматривали модели с единожды заданным и неизменяемым на проятжении генерации паттерна алгоритмом. Но достаточно сложные структуры можно получить, изменяя правила взаимодействия морфогенов во времени. Например, начальный паттерн формируется при определённых отношениях реагентов A и B, скорости протекания реакции и скорости их диффузии, начальных концентрациях реагентов, уровне хаотичности паттерна. Сформированный паттерн переносится в среду, где меняется взаимодействие реагентов, скорости диффузии и протекания реакции и другие параметры. В результате на основе уже образованного паттерна формируется новый паттерн. Результаты 2-стадийного формирования паттернов приведены на рисунке 7.17. Такой подход даёт возможность получать более сложные и приближенные к природным структуры. Смена алгоритмов формирования паттерна используется живой природой: в процессе дифференцировки включаются и выключаются различные гены, меняющие поведение клеток и их реакцию на морфогены, непрерывно изменяется на протяжении всего эмбрионального морфогенеза набор самих морфогенов. Только последовательно сменяющие друг друга, многоступенчатые процессы



Рис. 7.17. Результат двустадийного формирования паттернов в реакционно-диффузных системах.

способны создать организм, состоящий из десятков и сотен типов клеток, с необыкновенно высоким уровнем асимметрии, информационной ёмкости. Многостадийное реакционно-диффузное моделирование, к примеру, было применено для описания эмбриогенеза дрозофилы. Одноступенчатый же реакционно-диффузный процесс может привести к возникновению лишь простых, достаточно симметричных линейных, точечных, спиральных паттернов.

Помимо теории паттернообразования осуществляемого с помощью механизмов диффузного распространения взаимодействующих друг с другом веществ-морфогенов, существует концепция, объясняющая биологический морфогенез на основе биомеханических взаимодействий клеток друг с другом и внеклеточным матриксом. Действительно, механические силы играют незаменимую морфогенетическую роль на всех стадиях развития организма, начиная от стадии делений дробления, когда оболочка оплодотворения физически удерживает бластомеры в контакте друг с другом, контакт же бластомеров регулирует их детерминацию. Дифференцировка таких клеточных линий, как мышечные, может завершиться только на твёрдом субстрате, если есть возможность их механического натяжения. Такие механохимические свойства среды, как наличие определённых наборов молекул клеточной адгезии, направляют миграцию и дифференцировку клеток *in vivo* и *in vitro*: клетки более подвижны и легче мигрируют преимущественно на субстрате с малой и средней степенью

адгезивности, на субстрате с высокой адгезивностью клетки прекращают перемещение, распластываются, часто прекращают делиться (так как для деления необходимо округлиться), дифференцируются. Трёхмерная структура субстрата и форма распластанной в этом субстрате клетки влияют на скорость её биохимических процессов.

Эпителиальные клетки лёгких достигают *in vitro* конечной стадии дифференцировки только на периодически растягиваемом субстрате. Клеточные потоки ориентируются согласно направлению сил испытываемых механических натяжений. Пространственная структура конгломератов спикулогенной мезенхимы определяет форму спикул иглокожих. Модели механического паттернообразования имитируют гаструляцию, нейруляцию, возникновение в исходно однородном поле клеток таких периодических структур, как сомиты, хрящевые зачатки скелетных элементов, кожные производные, например, зачатки перьев. Но многие морфогенетические процессы, регулируемые через механические взаимодействия клеток, тканей, зачатков развивающегося организма, принципиально могут быть смоделированы на основе реакционно-диффузных моделей. Если модель будет включать алгоритм взаимодействия элементов системы и скорости распространения влияний, сама природа элементов и их взаимодействий не существенна.

Дискретные модели. Дискретными называются математические модели, все переменные и параметры которых являются дискретными величинами. Модели дискретного типа выгодно отличаются от континуальных большей простотой расчётов. Они базируются не на дифференциальных, а на разностных уравнениях. Расчёт эволюции системы ведётся с использованием итерационного алгоритма: в уравнения, описывающие динамику системы, вводятся параметры текущего её состояния, результат расчёта представляет собой новые параметры, описывающие систему на следующем шаге развития. Полученные значения снова вводятся как переменные в те же уравнения, чтобы рассчитать состояние системы на следующем шаге её эволюции, и так далее. С примером дискретной модели мы сталкивались, рассматривая в главе 3 модель динамики популяции Ферхюльста, где рассчитанная численность популяции бралась в качестве переменной для вычисления численности следующей генерации. Динамика практически любой системы, которая вообще может быть смоделирована на компьютере, может быть имитирована на основе дискретной модели, хотя бы потому, что компьютер в своих вычислениях оперирует только дискретными единицами, как и классическая машина Тьюринга, по принципу которой работает любая современная вычислительная техника. Дискретная модель разбивает движение моделируемого объекта на ряд статичных шагов, положение или состояние объекта на следующем шаге вычисляется на основе его предыдущего состояния,

по алгоритму, описывающему изменение свойств объекта между предыдущим и последующим шагом. Возможно, время, пространство, материя, все формы взаимодействий в своих основах дискретны, тогда, как писал Тоффоли (Tommaso Toffoli): «В некотором смысле, в течение миллиардов лет природа постоянно вычисляла «следующее состояние» Вселенной; все, что нам надо сделать, – и действительно, что мы можем сделать, – это «войти в колею» этого гигантского непрекращающегося процесса вычисления и попытаться угадать, какая часть его движется в нужном нам направлении». Мы рассмотрим два класса дискретных моделей, используемых для исследования процессов биологической, и не только биологической, самоорганизации.

Клеточные автоматы (КА, CA – Cellular Automata).

Станислав Улам (польск. Stanisław Marcin Ulam), работая в Лос-Аламосской национальной лаборатории (Los Alamos National Laboratory, LANL) в 1930-е годы, изучал рост кристаллов, используя простую решёточную модель. В это же время Джон фон Нейман, коллега Улама, работал над проблемой самовоспроизводящихся систем. Первоначальная концепция фон Неймана основывалась на идее робота, собирающего другого робота. Такая модель известна как кинематическая. Разработав эту модель, фон Нейман осознал сложность создания самовоспроизводящегося робота и, в частности, обеспечения необходимого «запаса частей», из которых должен строиться робот. Улам предложил фон Нейману использовать более абстрактную математическую модель, подобную той, что Улам использовал для изучения роста кристаллов. Таким образом, возникла первая клеточно-автоматная система. Подобно решётке Улама, клеточный автомат фон Неймана двумерный, а самовоспроизводящийся робот описан алгоритмически. Результатом явился универсальный конструктор, работающий «внутри» клеточного автомата с окрестностью, включающей непосредственно прилегающие ячейки, и имеющего 29 состояний. Фон Нейман доказал, что для такой модели существует паттерн, который будет бесконечно копировать самого себя.

Также в 1940-е годы, Норберт Винер (Norbert Wiener) и Артуро Розенблют (Arturo Rosenblueth) разработали клеточно-автоматную модель возбудимой среды. Целью было математическое описание распространения импульса в сердечных нервных узлах. Их оригинальная работа продолжает цитироваться в современных исследованиях по аритмии и возбудимым средам.

В 1960-е годы клеточные автоматы изучались как частный тип динамических систем, и впервые была установлена их связь с областью символьной динамики. В 1969 году Г. А. Хедланд провёл обзор результатов, полученных в этом направлении. Наиболее значимым результатом явилось описание набора правил клеточного автомата как множества непрерывных эндоморфизмов в сдвиговом пространстве.


Джон фон Нейман в 1940-е

Джон фон Нейман (англ. John von Neumann; или Иоганн фон Нейман, нем. Johann von Neumann; при рождении Янош Лайош Нейман, венг. Neumann Jnos Lajos; 28 декабря 1903 – 8 февраля 1957) венгеро-американский математик еврейского происхождения, сделавший важный вклад в квантовую физику, квантовую логику, функциональный анализ, теорию множеств, информатику, экономику и другие отрасли науки. Наиболее известен как человек, с именем которого связывают архитектуру большинства современных компьютеров (так называемая архитектура фон Неймана), применением теории операторов к квантовой механике (алгебра фон Неймана), а также как участник Манхэттенского проекта и как создатель теории игр и концепции клеточных автоматов.


Джон Хортон Конвей

Джон Хортон Конвей (John Horton Conway; род. 26 декабря 1937, Ливерпуль) английский математик, известен преимущественно как создатель клеточного автомата «Life». Является одним из двух изобретателей игры «Рассада» (вместе с Майклом Патерсоном (Michael Paterson)). Разработал Алгоритм Судного Дня. Занимается теорией конечных групп, теорией узлов, теорией чисел.

В настоящее время является профессором математики в Принстонском университете, США. Его число Эрдёша равно единице. Конвей получил премию Berwick Prize в 1971 году и был избран членом Лондонского королевского общества в 1981 году. Конвей также является лауреатом премий Plya Prize (LMS) (1987), премии Неммерса по математике (1998) и премии Стила (2000).

Труды:

Конвей Дж., Слоэн Н. Упаковки шаров, решётки и группы. В 2 т. М.: Мир, 1990.

J. Conway and N. Sloane, Sphere packings, lattices, and groups, Springer-Verlag, 1993

Конвей Дж. Квадратичные формы, данные нам в ощущениях. М.: МЦНМО, 2008.

Conway, J. H. and Fung, F. Y. The Sensual (Quadratic) Form. Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 1997.

Конвей Дж., Смит Д. О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях. М.: МЦНМО, 2009.

John H Conway & Derek A Smith, On Quaternions And Octonions, A K Peters, 2003.

«Второе рождение» клеточных автоматов, как и большинства моделей самоорганизации, произошло с появлением компьютера, способного быстро рассчитывать в реальном времени поведение множества взаимодействующих элементов самоорганизующегося целого. Клеточные автоматы получили широкую популярность после создания английским математиком Дж. Конвеем (J. Conway) в 1970-м году игры «Жизнь» («Life») – программы клеточного автомата, популяризованного Мартином Гарднером (Martin Gardner)[1], (слово «игра» в названии модели имеет историческое и аллегорическое значение). Правила клеточного автомата Конвея были чрезвычайно просты: всё поле поделено на отдельные клетки, светлые клетки – живые, тёмные – мёртвые, или пустые. Популяция клеток развивается от генерации к генерации, число и местоположение живых клеток следующей генерации рассчитывается, исходя из числа и местоположения клеток генерации предыдущей. Заполненная ячейка, «живая» клетка, остается живой, если с ней контактируют 2 или 3 другие живые клетки; живая клетка рождает новую клетку в пустой ячейке, если число её соседей равно трем, и просто погибает, если число соседей меньше двух или больше трех. Пример смены трёх генераций приведён на рисунке 7.17. Закрашенные клетки – живые. Цифра в каждой клетке – число живых клеток, с которыми она контактирует. На верхнем рисунке начальная популяция из 4-х живых клеток, расположенных в ряд. На среднем – вторая генерация, полученная из первой по классическим правилам игры «Life»: выжили 2 средние клетки, контактировавшие каждая с двумя соседями, эти же клетки породили по 2 дочерние клетки. Крайние клетки, имевшие только по одному соседу, вымерли. Нижний рисунок – третья генерация – выжили 4 клетки второй генерации, имевшие по три соседа, они же породили две дочерние клетки. Клетки второй генерации, имевшие по 5 соседей, в третьей генерации вымерли.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	3	2	1	0
0	1	1	2	2	1	1	0
0	1	2	3	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	1	2	2	1	0	0
0	0	2	3	3	2	0	0
0	0	3	5	5	3	0	0
0	0	2	3	3	2	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0

0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0
0	1	2	5	5	2	1	0
0	1	2	2	2	2	1	0
0	0	1	2	2	1	0	0

Рисунок 7.17. Смена трех генераций 4-х клеток в игре «Жизнь» («Life»).

Простой алгоритм взаимодействий между отдельными элементами (клетками) порождает в игре «Life» достаточно сложное глобальное поведение всей системы: почти бесконечно разнообразные, нередко симметричные, иногда статичные, иногда подвижные, перемещающиеся

[1] Martin Gardner. Wheels, Life, and Other Mathematical Amusements. Published W.H. Freeman & Company. 1983. ISBN 0716715880. ISBN13: 9780716715887. http://www.maa.org/sites/default/files/pdf/pubs/focus/Gardner_GameofLife10-1970.pdf

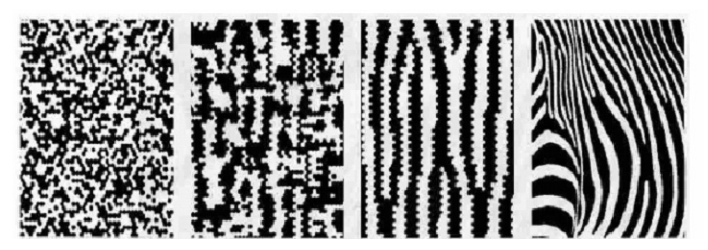
по клеточному полю, периодически колеблющиеся, пульсирующие структуры. Такие устойчивые состояния, стационарные или периодические, можно назвать аттракторами, к которым стремится клеточная популяция или группа клеток. Были найдены различные конфигурации, моделирующие неограниченный рост «популяции», а также конфигурации – «пожиратели». В системе может наблюдаться сложное поведение, аналогичное фазовому переходу: изменение состояния одной клетки может вызвать лавину изменений во всей системе – «глобальную катастрофу». Каждый набор правил порождает своё поведение, свои в той или иной степени устойчивые структуры, если возможность появления таковых при данном наборе правил вообще имеются.

Клеточные автоматы могут быть использованы для моделирования множества биологических, физических, химических структур и процессов (рис. 7.18), таких как агрегация, морфогенез, репродукция, рост кристаллов, течение жидкостей, перколяция, рост лесов, распространение эпидемий, видов, пожаров и пр., моделирование сетей генных регуляций, ферромагнетизм, рост городов, криптография, сжатие графических изображений.

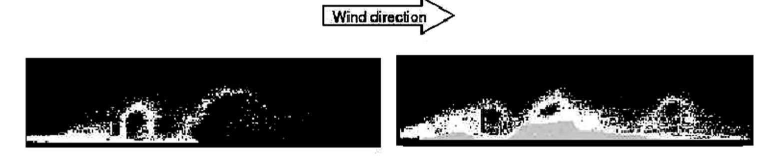
В 2002 году Томассо Тофоли (Tommasso Tofoli) в Бостонском университете выступил с интересной идеей. Одним из первых открытий в игре «Life» был планер, группа клеток, которая движется по диагонали через поле клеточного автомата. Планеры важны тем, что они передают информацию в виртуальном мире клеточного автомата. Когда планеры сталкиваются, они могут образовывать более сложные объекты, такие как стреляющие планерами «орудия». Когда планер сталкивается с другим объектом, он может начать толкать или тянуть его, может привести к его исчезновению или породить новое скопление клеток с иными свойствами. Планеры могут быть организованы таким образом, чтобы обрабатывать информацию, функционируя как логические вентили (logic gates). Тофоли предложил использовать планеры для моделирования целого класса природных столкновений в суперколлайдерах, которые трудно моделировать иным образом. Речь идёт о таких вещах, как бризеры и солитоны в молекулярных цепях, фазоны в квазикристаллах, изломы в ферромагнетиках и так далее. Вид расчета столкновений на основе клеточных автоматов имеет в данном случае большое преимущество по сравнению с обычными вычислениями, поскольку модель уже имеет много общих свойств с системой, которую воспроизводит, что позволяет делать модель более простой и точной (рис. 7.19)[1].

Группа авторов из отделения исследования бологической сложности университета Нотр Дам (University of Notre Dame) и

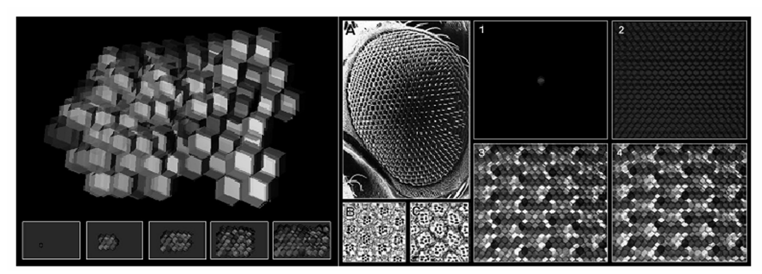
[1] Genaro J. Martinez, Andrew Adamatzky, Christopher R. Stephens, Alejandro F. Hoeflich. Cellular automaton supercolliders. // 2011. arxiv.org/abs/1105.4332



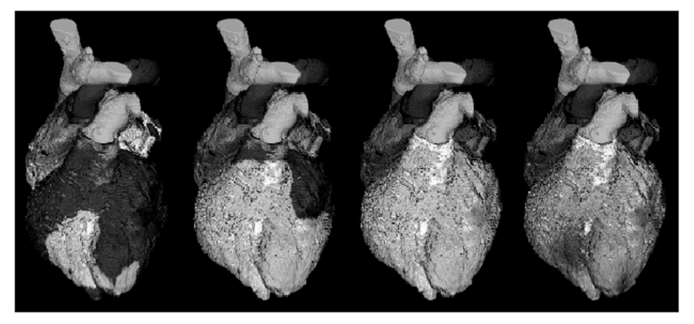
Последовательные шаги генерации рисунка шерсти зебры с помощью клеточного автомата (правый рисунок — натуральный рисунок шерсти зебры).



Модель переноса ветром и осаждения снега.



Симуляция развития эмбриона C. Elegans (левое изображение) и глазного диска Drosophila Melanogaster (правое изображение).



КА — трехмерная модель распространения возбуждения в сердце, различные фазы возбуждения — зоны различной яркости.

Рисунок 7.18. Имитация физических и биологических паттернов и процессов с помощью КА.

теоретического отделения национальной лаборатории Лос Аламоса (Los Alamos National Laboratory) использовала два типа клеточных автоматов: решёточно-газовые клеточные автоматы (lattice-gas-based cellular automata (LGCA)) и клеточную модель Поттса (cellular Potts model (CPM)) для воспроизведения процесса сортировки клеток в агрегатах эмбриональных клеток цыплят (рис. 7.20), развития тела слизевика Dictyostelium discoideum (рис. 7.21) и асептического роста опухоли. Эти модели включают межклеточные взаимодействия, рост и смерть клеток. Сложность в моделируемых системах появляется за счёт двух процессов: во-первых, за счёт эмерджентности свойств большого числа взаимодействующих автономных подвижных самоорганизующихся клеток, при этом клетки не должны формировать термодинамически равновесные структуры; во-вторых, за счёт наличия сложных обратных связей клеток со своим окружением, способности изменять

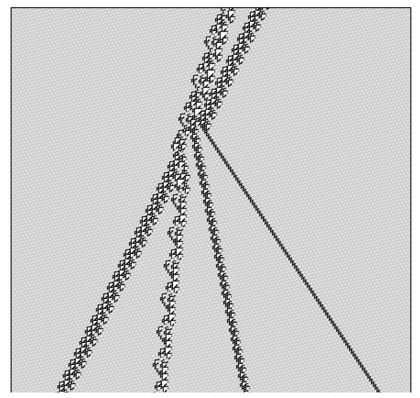


Рисунок 7.19. Пример моделирования клеточным автоматом столкновения частиц в φR110.

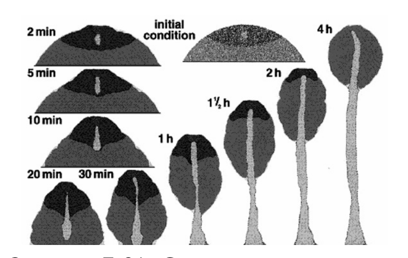


Рисунок 7.21. Симуляция образования плодового тела Dictyostelium с использованием клеточной модели Поттса соединенной с реакционно-диффузной моделью для воспроизведения диффузии цАМФ. Различными оттенками серого цвета отображены различные клеточные типы.

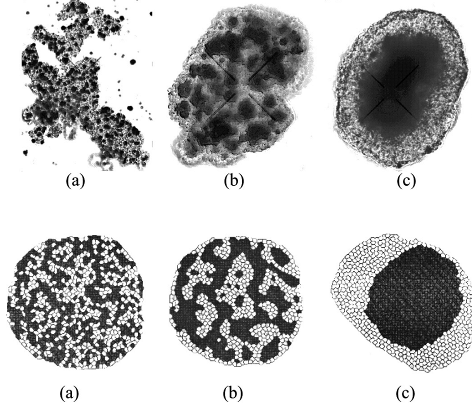


Рисунок 7.20. Сравнение симуляции в клеточной модели Поттса и экспериментальных культурах клеток сетчатки цыпленка. Верхние изображения — фотографии эмбриональных клеток цыпленка in vitro, нижние изображения — соответствующие им симуляции: светлые клетки — нейральные клетки сетчатки, темные клетки — пигментные клетки сетчатки. Изначально хаотичная смесь темных и светлых клеток (a) приблизительно через 10 часов формирует темные кластеры (b) и через 72 часа создает сердцевину из темных клеток окруженных светлыми клетками (c).

окружение, например, секретируя растворимые или нерастворимые вещества.[1] Окружение же, в свою очередь, меняет свойства клеток (их дифференцировку) изменяя генную экспрессию самих клеток. С расширенной моделью Поттса ранее работала нидерландский теоретический биолог и исследователь сложных систем Полина Хогевег (нидерл. Paulien Hogeweg); адаптируя её для изучения морфогенеза и развития, она смогла смоделировать полный жизненный цикл Dictyostelium discoideum, используя простые правила для хемотаксиса и дифференциальной адгезии.[2-3] Этот подход сейчас используется для моделирования во многих областях биологии развития (а также эволюционной биологии развития) и для моделирования миграции иммунных клеток лимфоидной ткани.

Модель клеточной дифференцировки с использованием клеточных автоматов может включать в себя время эволюции генных сетей, управляющих каждой клеткой. Симуляции с этим параметром показали, что сообщество, состоящее из дифференцированных клеток и демонстрирующее черты, наблюдаемые в реальном биологическом морфогенезе, функционирует в режиме пограничной стабильности, находясь на краю хаоса.[4] При сравнении работы реальных генных сетей с моделями клеточных автоматов, где каждый симулируемый «ген» соединён с K числом других генов (включая самого себя), взаимодействующих через асимметричные ближние и дальние связи, обнаружено три различных динамических режима работы генной системы: неподвижная, пограничная и хаотическая. Общее число циклических аттракторов, описывающих динамику модели, предсказывает очень ограниченное число типов дифференцированных клеток живого организма. Периоды этих аттракторов соответствуют различным циклам клеточной дифференцировки. Большинство циклов имеют короткие периоды и лишь несколько – очень протяжённые, что совпадает с картиной корреляции средней длины клеточного цикла и размера (сложности) генома биологических организмов. Периоды аттракторов начинают возрастать экспоненциально после превышения числом K значения в 5,4, что близко к среднему значению регуляторных сайтов на каждый ген многоклеточного организма. Степенной закон, описывающий увеличение среднего периода аттрактора с 0,39 до 1,68 при увеличении сложности генома, соответствует биологическим данным

[1] Mark S. Alber, Maria A. Kiskowski, James A. Glazier, Yi Jiang. On Cellular Automaton Approaches to Modeling Biological Cells. // Mathematical Systems Theory in Biology, Communications, Computation, and Finance. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications. 2003. Vol. 134: 1-39.
[2] Maree A.F.M., Hogeweg P. How amoeboids self-organize into a fruiting body: Multicellular coordination in Dictyostelium discoideum. // Proc Natl Acad Sci USA. 2001. Vol. 98: 3879-3883.
[3] Savill N.J., Hogeweg P. Modeling morphogenesis: from single cells to crawling slugs. // J Theor Biol. 1997. Vol. 184: 229-235.
[4] Silva H.S., Martins M.L. A cellular automata model for cell differentiation. // Physica A. 2003. Vol. 322: 555–566.

увеличения средней продолжительности митоза как квадратного корня от увеличения количества ДНК в клетке или линейной зависимости (возможно немного быстрее) увеличения средней продолжительности митоза от числа транскрибируемых в клетке генов. В пограничном режиме модель демонстрирует паттерн генной экспрессии, который стабилен ко всем возможным пертурбациям и ограниченному набору мутаций. В этом режиме дарвиновская адаптивная эволюция, движимая путём постепенного накопления положительных мутаций, становится возможной. Пограничный между неподвижным и хаотическим режим соответствует состоянию самоорганизованной критичности, которая и характерна для реальных генетических систем. В пограничной фазе доля осциллирующих генов колеблется около значения в 20%, 80% оставшихся генов входят в состав "неподвижной сердцевины". Этот результат соотносится с биологическими данными, согласно которым 70% или более генов транскрибируются в гетерогенный пул ядерных РНК во всех клеточных типах многоклеточного организма. Наличие шумов в модели не уничтожает фазовый переход между хаотичной и стабильной фазами динамики клеточного автомата, но влияет на значение критичной связности между генами, для которой этот переход происходит.[1]

На состояние самоорганизованной критичности, как типичное для биологических экосистем указывает результат моделирования клеточным автоматом виртуальной экосистемы, включающей в себя взаимодействия между особями и иерархию пищевых цепей. Симуляция показывает, что и маленькие пертурбации и исчезновение какого либо одного вида могут лавинообразно повлиять на множество других видов. И лавинообразные изменения, и вымирание описываются степенным законом; это подтверждает, что живой экосистеме присущи характеристики самоорганизованной критичности.[2]

В 1969 году немецкий инженер Конрад Цузе (Konrad Zuse) опубликовал книгу «Вычислимый космос»[3], где выдвинул предположение, что физические законы дискретны по своей природе, и что вся Вселенная является гигантским клеточным автоматом. Это была первая книга из области, называемой сейчас «цифровой физикой». В 2009 году лауреат Нобелевской премии по физике 1999 года Герард Хоофт (Gerard 't Hooft) предложил новую теорию объединения гравитации и квантовой механики, используя идею клеточных автоматов. Хоофт

---

1 Sales J. A. de, Martins M. L., Stariolo D. A. Cellular automata model for gene networks. // Physical Review E. 1997. Vol. 55(3): 3262-3270.
2 Xin-She Yang. Characterization of Multispecies Living Ecosystems With Cellular Automata. // Artificial Life VIII. Standish, Abbass, Bedau. MIT Press. 2002. p. 138-141. arXiv:1003.5288v1.
3 Konrad Zuse. Rechnender Raum (Calculating Space). Massachusetts Institute of Technology, Project MAC, 1970. 188 p.

предлагает модификацию теории локальных переменных, идея которой была предложена еще Альбертом Эйнштейном.[1] В 2002 году Вольфрам (Stephen Wolfram) публикует 1280-страничный текст «Новый тип науки» (A New Kind of Science), где широко аргументирует, что достижения в области клеточных автоматов не являются изолированными, но весьма устойчивы и имеют большое значение для всех областей науки.[2] Однако для того, чтоб учесть эмерджентные свойства материи, в природном клеточном автомате должны быть, на первый взгляд, заданы правила поведения как отдельных «клеток», так и образуемых ими структур. Ведь свойство целого несводимо к свойству составляющих его частей. Поведение клеточной популяции должно описываться законами, отличными от законов описывающих поведение отдельных клеток. А в классическом клеточном автомате возможно задание правил размножения и выживания только отдельных клеток. Но несводимость целого к элементам, его составляющим, обусловлена тем, что, будучи частью целого, элемент системы проявляет свойства, отличные от таковых вне системы. Часто взаимоотношения элементов внутри системы или взаимовлияния элемент-целое нелинейны. Свойство целого всё же складывается из свойств элементов, его составляющих, но свойства элементов трансформированны целым, это эффект обратной причинности. В клеточном автомате поведение отдельной клетки также зависит от конфигурации окружающих клеток, то есть задаётся окружением. Чаще всего оно зависит от конфигурации близлежащих клеток, то есть клетка подчиняется лишь локальным взаимодействиям, не имеет информации обо всей системе в целом, что присуще большинству процессов самоорганизации. Этим и интересны модели типа клеточных автоматов: на основе простых правил взаимодействий между элементами (клетками), обладающими лишь локальной информацией о своём окружении, можно получить сложное самоорганизованное поведение клеточной популяции как целого.

Вишняк и другие ученые из группы Массачусетского технологического института утверждают, что клеточный автомат имеет статус, отличный от статуса других физических моделей. Наиболее распространенным средством построения математической модели мира издавна служило дифференциальное уравнение, которое описывает изменения некоторой величины как функцию координат и времени. Например, уравнения Максвелла дают изменения электромагнитного поля от точки к точке и от одного момента времени к другому. Все величины в таких уравнениях являются непрерывными (они гладко изменяются), с другой стороны, клеточный автомат – полностью дискретная система. Пространством в нём является не континуум, а

[1] Gerard 't Hooft. Entangled quantum states in a local deterministic theory. // 2009. http://arxiv.org/abs/0908.3408.
[2] Stephen Wolfram. A New Kind of Science. Wolfram Media. 2002. 197p. ISBN-13: 000-1579550088.

клеточная схема; время разбивается на последовательность дискретных шагов, клетки автомата могут иметь лишь конечное число состояний, в то время как величина поля принимает значения из непрерывной области значений

Разумеется, реальные пространство и время и многие физические переменные величины рассматриваются как непрерывные, а не дискретные (по крайней мере в наиболее распространенных областях исследований). Однако из этого не следует, что дифференциальные уравнения по своей природе позволяют построить более совершенную модель реального мира. Когда уравнения должны быть решены численно, как при моделировании с помощью ЭВМ, непрерывные переменные могут быть вычислены приблизительно с некоторой конечной точностью; на самом деле они представляются дискретными величинами. При использовании клеточных автоматов дискретность выступает в явном виде, и их временная эволюция может быть вычислена точно; здесь приближения не нужны. Кроме того, в этом случае можно в большей степени использовать возможности цифровых вычислительных машин. 11-го ноября 2002 года Пауль Чепмен (Paul Chapman) построил образец Жизни, который является РММ (Регистровой Машиной Минского). Фактически РММ эквивалентна машине Тьюринга. Первая версия образца была большой (268,096 живых ячеек на площади 4,558 x 21,469 клеток) и медленной (20 поколений/сек при использовании Life32 Иогана Бонтеса (Johan Bontes) на 400 MHz AMD K6-II). Таким образом, эмпирически было подтверждено, что в игре «Жизнь» можно выполнить любой алгоритм, который реализуется на современном компьютере. Ассистент Вольфрама Мэтью Кук доказал, что «Правило 110» – элементарный одномерный клеточный автомат с поведением, находящимся на границе хаоса и стабильности, является Тьюринг-полным, это означает, что любая вычислительная процедура может быть реализована с помощью данного клеточного автомата. Наименование «Правило 110» было дано потому, что бинарная последовательность 01101110 при переводе в десятичную систему даст число 110.

Прелесть игры “ Life “ состоит в ее непредсказуемости. Некоторые паттерны полностью умирают; многие другие образуют устойчивые конфигурации либо циклические конфигурации с периодом в несколько поколений. Однако за прошедшие годы было найдено много очень интересных начальных состояний, таких, как “скользящая пушка”, которая порождает нескончаемый поток снарядов. Среди множества возможных правил перехода лишь немногие интересны сами по себе. Например, правило, устанавливающее, что данная клетка будет “включена” тогда и только тогда, когда клетка слева от нее включена, определяет эволюцию, которую очень легко предсказать: любая начальная схема сохраняет свою конфигурацию, но сдвигается на одну клетку вправо на каждом временном шаге. Подкласс правил,

называемых счетными, или суммирующими, по-видимому, содержит образцы почти всех встречающихся типов клеточных автоматов. При правилах такого рода новое состояние клетки зависит только от числа соседей в данном состоянии, но не от их положения. Многие автоматы, основанные на таких правилах, были изучены членами группы информационной механики лаборатории вычислительной математики в Масачусетском технологическом институте. В эту группу входят Э. Фредкин, Н. Марголус, Т. Тоффоли и Дж. Вишняк.

Если же говорить об отдельных свойствах моделируемых природных систем, то клеточные автоматы могут быть весьма полезны как для моделирования поведения системы с использованием идентичного природному механизма образования паттерна, так и для создания чисто имитационных моделей, генерирующих сходные с природными паттерны, но не повторяющих динамику процесса. Примером первого рода может служить моделирование деления и смерти биологических клеток динамикой появления и исчезновения клеток клеточного автомата. Получение в таком клеточном автомате паттернов, сходных с природными, может свидетельствовать о том, что и исследуемая биосистема обходится набором правил, используемых в клеточном автомате, хотя это отнюдь не обязательно. В таком случае можно говорить об имитации клеточным автоматом неких логических шагов образования паттерна. Например, исчезновение родительской клетки в клеточном автомате и появление рядом дочерней может описать миграцию одной и той же клетки в биосистеме. Это не нарушает общую логику природного паттернообразования, а в биологических системах, скорее всего, можно найти примеры формирования сходного паттерна и тем, и другим способом. Мы не можем непосредственно ввести в клеточный автомат (в его классическом виде, где правила определяют лишь рождение и смерть клеток) глобальные параметры морфогенетического поля, но мы можем задать локальное поведение самих клеток, сходное с таковым в данном морфогенетическом поле, то есть мы можем задать свойства среды особенностями поведения элементов в этой среде.

Выше были описаны ставшие классическими правила игры «Life», открытые Дж. Конвеем, но на самом деле сегодня найдено множество интересных правил, объединённых в целые семейства и классифицированных по типам. Практически при всякой попытке классификации будут возникать ситуации, когда по одному свойству предмет можно отнести к одному классу, а какому-либо другому свойству – к другому классу. Такая же ситуация и с клеточными автоматами: встречаются правила, которые имеют свойства, присущие одновременно одному и другому классу. В различных типах КА могут меняться следующие элементы:

– Число состояний, которые может принимать клетка. В «Life»

только 2 состояния: клетка или жива или мертва. В некоторых же других клеточных автоматах число возможных состояний клетки достигает 256. Разные состояния обычно отображаются разными цветами.

– Число измерений. Одномерный КА – представляет собой один ряд клеток, состояние клетки рассчитывается, опираясь на состояния соседей справа и слева. Обычно линии просчитываются одна за другой сверху вниз, заполняя плоскость, так что мы имеем, в сущности, двумерную презентацию, хотя расчёт состояния каждой клетки не выходит за пределы линии, в которой она находится; также существуют дву- и трехмерные КА.

– Форма клеток. Кроме квадратных клеток, к примеру, можно встретить КА с гексагональными ячейками.

– Тип соседства. Тип Мура (Moore) – учитывается состояние 9 прилежащих клеток (сама центральная клетка + 8 окружающих клеток), комбинация известная как «короб»; тип фон Неймана (Von Neumann) – учитывается состояние 5 прилежащих клеток (сама центральная клетка + 4 окружающие клетки, контакт клеток вершинами углов не считается); в других типах КА могут учитываться клетки за пределами непосредственного окружения центральной клетки.

– Вес соседей. Клетки, находящиеся в разных состояниях или расположенные в разных местах вокруг центральной клетки, могут вносить разный вклад в её выживание и воспроизводство.

– Изменение состояния центральной клетки может быть результатом различных процессов, происходящих в соседних клетках. Все существующие игры можно разделить на 2 общих типа:

1. Тоталистические (totalistic, также называемые счетными, или суммирующими), в них пространственное расположение живых соседей не имеет значение для выживания центральной клетки, важно лишь их число. Внешний тоталистический тип (outer totalistic) дополнен правилом, включающим в рассмотрение состояние самой центральной клетки, для вычисления её последующих состояний. Многие автоматы, основанные на таких правилах, были изучены членами группы информационной механики лаборатории вычислительной математики в Массачусетском технологическом институте.

2. Общие бинарные (General binary), правила этих КА различают не только число соседей, но также их расположение, что позволяет создавать анизотропные (конфигурационно- специфичные) правила.

Стивен Вольфрам в своей книге “A New Kind of Science” предложил 4 класса, на которые все клеточные автоматы могут быть разделены в зависимости от типа их эволюции. В порядке возрастания сложности классы выглядят следующим образом:

Класс 1: Результатом эволюции почти всех начальных условий является быстрая стабилизация состояния и его гомогенность. Любые случайные конструкции в таких правилах быстро исчезают.

Класс 2: Результатом эволюции почти всех начальных условий

является быстрая стабилизация состояния, либо возникновение колебаний. Большинство случайных структур в начальных условиях быстро исчезает, но некоторые остаются. Локальные изменения в начальных условиях оказывают локальный характер на дальнейший ход эволюции системы.

Класс 3: Результатом эволюции почти всех начальных условий являются псевдо-случайные, хаотические последовательности. Любые стабильные структуры, которые возникают, почти сразу же уничтожаются окружающим их шумом. Локальные изменения в начальных условиях оказывают широкое, неопределямое влияние на ход всей эволюции системы.

Класс 4: Результатом эволюции почти всех правил являются структуры, которые взаимодействуют сложным и интересным образом с формированием локальных, устойчивых структур, которые способны выживать длительное время. В результате эволюции правил этого класса могут получаться некоторые последовательности Класса 2, описанного выше. Локальные изменения в начальных условиях оказывают широкое, неопределямое влияние на ход всей эволюции системы. Некоторые клеточные автоматы этого класса обладают свойством универсальности по Тьюрингу. Последний факт был доказан для Правила 110 и игры «Life».

Клеточные автоматы могут разделяться по свойству обратимости: автомат называется обратимым, если для каждой текущей конфигурации существует только одна предшествующая конфигурация. Если рассматривать клеточный автомат как функцию, отображающую одну конфигурацию в другую, то обратимость предполагает биективность этой функции. Если клеточный автомат обратим, то его обратная эволюция также может быть описана клеточным автоматом. Конфигурации, не имеющие предшествующих, то есть недостижимые в данном клеточном автомате, носят название «Сады Эдема». Для одномерных клеточных автоматов существуют алгоритмы определения обратимости или необратимости. Однако для клеточных автоматов с двумя и более измерениями таких алгоритмов нет. Обратимые клеточные автоматы часто используют для моделирования таких физических феноменов, как динамика жидкости и газа, поскольку они подчиняются законам термодинамики. Такие автоматы специально создаются обратимыми. Подобные системы изучались Томасо Тоффоли (Tommaso Toffoli) и Норманом Марголусом (Norman Margolus). Существует несколько типов обратимых конечных автоматов. Наиболее известными являются клеточный автомат второго порядка и блочный клеточный автомат. Обе эти модели следуют несколько модифицированному варианту определения клеточного автомата, однако доказано, что они могут быть эмулированы традиционным клеточным автоматом со значительно большим размером окрестности и числом состояний. Также, было доказано, что любой обратимый клеточный автомат может

быть сэмулирован блочным клеточным автоматом.

Первоисточник изменений в мире клеточных автоматов – это огромное число возможных правил, для определения будущего состояния клетки, исходя из теперешней конфигурации ее соседей. Если k – число состояний, которое может принимать каждая клетка, а n – число клеток, входящих k^{k^n} в окрестность (число рассматриваемых соседей), то существует возможных правил. Так, для двоичного автомата с окрестностью фон Неймана (где n = 4) существует более чем 65000 возможных правил; для окрестности Мура (где n = 8) имеется 1077 правил.

Простейший одномерный клеточный автомат задается с помощью восьми бит. Таким образом, все правила клеточного автомата располагаются на вершинах 8-мерного единичного куба. Такой гиперкуб является пространством всех возможных одномерных клеточных автоматов. Для одномерного клеточного автомата, где соседями одной клетки являются соседи её соседей необходимо 25=32 бита и пространством всех возможных правил будет 32-мерный единичный куб. Расстоянием между двумя клеточными автоматами может считаться количество шагов, необходимых для того, чтобы перейти от одного правила к другому по ребрам куба. Такое расстояние называется расстоянием Хэмминга.

Исследования пространства правил клеточных автоматов позволяет ответить нам на вопрос, который ставится следующим образом: близко ли расположены относительно друг друга правила, которые порождают похожие друг на друга (в плане динамики) клеточные автоматы? Графическое представление гиперкуба высокой размерности на двумерной плоскости – довольно сложная задача. Однако на двумерной плоскости можно легко представить процесс эволюции одномерного клеточного автомата. При этом по одной оси откладывается дискретное время, а по другой – соответствующие состояния клеточного автомата (рис. 7.22 a-b). В случае двумерного клеточного автомата можно добавить третью ось. При этом две оси будут соответствовать состояниям клеточного автомата, а третья – дискретному времени. Процесс эволюции такого автомата представляет собой некоторую трехмерную фигуру в пространстве. Исследования показали, что клеточные автоматы, классифицированные как класс 1, имели меньшее количество единичных бит в строке правила, и они были сконцентрированы примерно в одном месте на гиперкубе. В то же время правила класса 3 имели большее (порядка 50 %) количество единичных бит. Для пространств правил клеточных автоматов большей размерности было показано, что правила класса 4 расположены между классами 1 и 3. Это наблюдение приводит к понятию грань хаоса применительно к теории клеточных автоматов и напоминает понятие фазового перехода.

Рассмотрим несколько наиболее интересных семейств

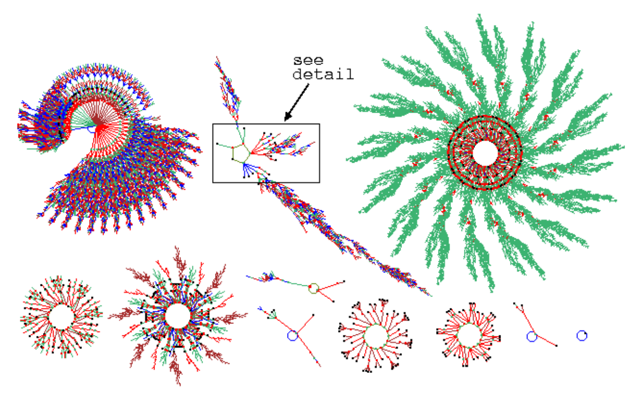


Рисунок 7.22 a. Поле бассейнов аттракторов комплексного КА. 216=65536 состояний в фазовом пространстве соединены в 89 басейнов аттракторов, 11 из них приведены на рисунке.

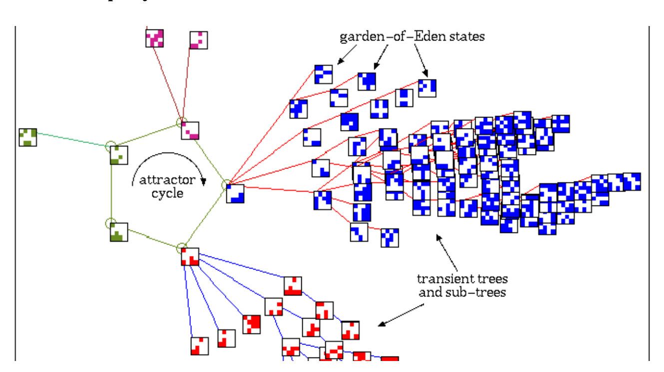


Рисунок 7.22 b. Деталь второго бассейна с рисунка 7.22 a. Состояния показаны как паттерны 4x4 бита.[1]

клеточных автоматов.

Семейство "Life", уже упомянутое выше. Относится к типу *outer totalistic*, однобитное (клетки могут принимать только 2 значения: живая и мёртвая, (чёрное и белое), поэтому для описания состояния клетки достаточен 1 бит информации: 0 или 1). Самое популярное семейство, повальное увлечение которым породило после его появления (и продолжает порождать) огромное количество интересных клеточных паттернов. Как видно на снимке окна (рис. 7.23), правила позволяют отметить число клеток в скоплениях, которые выживут на следующем шаге развития (в данном случае выживут клетки, имеющие 2 или 3 соседа) и которые породят дочернюю клетку (в

[1] Andrew Wuensche. Mike Lesser. The Global Dynamics of Celullar Automata: An Atlas of Basin of Attraction Fields of One-Dimensional Cellular Automata. Santa Fe, NM: Discrete Dynamics Incorporated. 1992. 272p. ISBN-10: 0201557401. ISBN-13: 978-0201557404.

данном случае дочернюю клетку породят только клетки, имеющие по 3 соседа). В качестве программы моделирования КА я взял программу *MCell* (*Mirek's Cellebration*), это, пожалуй, лучшая программа КА, содержащая огромное число правил и уже найденных паттернов, а также позволяющая создавать свои правила, автор *Mirek Wojtowicz* (Польша, www.mirekw.com). В этой программе правила можно задавать также в текстовой форме, основанной на Xlife стандарте (строка на рисунке внизу), в данном случае «23/3», что означает выживание клеток в следующей генерации только в конгломератах из двух и трёх клеток и рождение новой клетки в конгломератах из трёх клеток (правило игры «Life», созданной Джоном Конвеем, именем которой названо всё описываемое семейство правил). Для того, кто привык работать с командной строкой, быть может, такое представление правил окажется предпочтительнее: как правило, эта строка интуитивно понятна и почти не требует расшифровки, она будет использоваться мной в подписях к некоторым рисункам. Поиграв с различными комбинациями правил, вы увидите, что стабильность популяции оказывается колеблющейся около значения 3. Правила, где клетки выживают и размножаются, имея меньше трёх соседей, часто приводят к быстрому росту популяции, просто заполняющей всё доступное пространство, популяции же, где для выживания и размножения нужно больше трёх клеток, часто оказываются нежизнеспособны и быстро вымирают. Создать динамичную популяцию, которая существовала бы достаточно долго, и её существование не сопровождалось бы вымиранием или бесконтрольным ростом или не вырождалось бы в неизменную устойчивую структуру, созерцать которую станет бессмысленно, очень сложно. Большинство комбинаций правил, увы, «безжизненны». Конвей первоначально предположил, что никакая начальная комбинация клеток в правилах игры «Life» (23/3) не может привести к неограниченному размножению и предложил премию в 50 долларов тому, кто докажет или опровергнет эту гипотезу. Приз был получен группой из Массачусетского технологического института, придумавшей неподвижную повторяющуюся фигуру, которая периодически создавала движущиеся «планеры» – *Планерное ружьё Госпера* (рис. 7.24). Таким образом, количество живых клеток могло расти неограниченно. Затем были найдены движущиеся фигуры, оставляющие за собой «мусор» из других фигур.

Рисунок 7.23. Окно задания правил семейства “Life”.

К настоящему времени более или менее сложилась следующая классификация фигур для классического правила «Life» (23/3):

Рисунок 7.24. Планерное ружье Госпера.

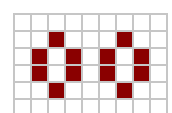
Устойчивые фигуры: фигуры, которые остаются неизменными.

– Устойчивый образец (англ. stable pattern) – объект, который является собственным родителем;

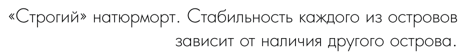
– Натюрморт (англ. still life, strict still life) – устойчивый объект, являющийся конечным и непустым, который не может быть разделён на две устойчивые части;

– Псевдонатюрморт (англ. pseudo still life) – устойчивый объект, не являющийся натюрмортом, в котором присутствует хотя бы одна мёртвая клетка, имеющая более трёх соседей всего, но меньше трёх соседей в каждом из составляющих объект натюрмортов.

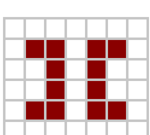
Точное определение «устойчивости» представляет интерес в контексте перечисления натюрмортов: например, согласно приведённым определениям, количество устойчивых конфигураций размера 8 (т.е. состоящих из 8 живых клеток) в «Жизни» бесконечно, так как пара блоков на любом расстоянии друг от друга является устойчивой; тем не менее, количество натюрмортов ограниченного размера считается конечным. Известно число натюрмортов и псевдонатюрмортов размера не выше 24 клеток.



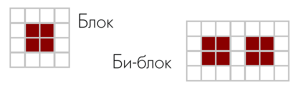
Псевдонатюрморт в «Life». Удаление одного из островов не влияет на стабильность второго острова.



«Строгий» натюрморт. Стабильность каждого из островов зависит от наличия другого острова.



Наиболее распространённый натюрморт – *блок* – конфигурация в форме квадрата 2 × 2. Два блока, размещённые в прямоугольнике 2 × 5, образуют *би-блок* – простейший псевдонатюрморт. Блоки используются в качестве составных частей во множестве сложных устройств, например, в планерном ружье Госпера.

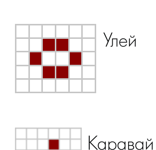


Блок

Би-блок

Второй по распространённости натюрморт: *улей* (англ. hive, beehive). Ульи часто возникают четвёрками в конфигурации, называемой *пасекой* (англ. honey farm).

Третий по распространённости натюрморт – *каравай* (англ. loaf). Караваи нередко появляются *парами* (англ. bi-loaf). В свою очередь, двойные караваи также появляются в парах, называемых *пекарнями* (англ. bakery).



Улей

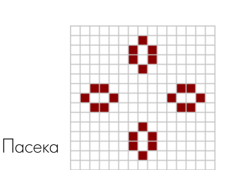
Каравай



Двойной каравай

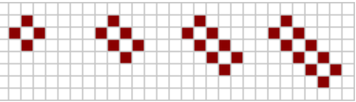


Пекарня

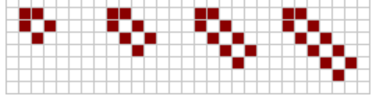


Пасека

Ящик (англ. tub) – натюрморт, который состоит из четырёх живых клеток в окрестности фон Неймана центральной мёртвой клетки. Добавление одной живой клетки по диагонали к центральной клетке превращает ящик в *лодку* (англ. boat), а добавление симметрично ещё одной клетки – в *корабль* (англ. ship). Естественное удлинение этих трёх конфигураций даёт *баржу* (англ. barge), *длинную лодку* (англ. long-boat) и *длинный корабль* (англ. long-ship) соответственно. Удлинение можно продолжать сколь угодно долго.

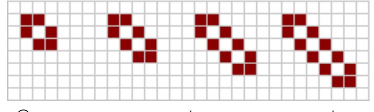


Слева направо: ящик, баржа, длинная баржа, …



Слева направо: лодка, длинная лодка, …

Из двух лодок можно составить ещё один натюрморт – *лодочный бант* (англ. boat tie), а из двух кораблей – *корабельный бант* (англ. ship tie).



Слева направо: корабль, длинный корабль, …



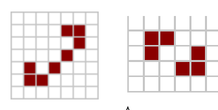
Лодочный бант



Корабельный бант



Другие устойчивые фигуры:



Каноэ

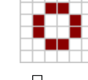


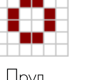
Авианосец



Знак интеграла

Манго / Сигара





Пруд

Змея

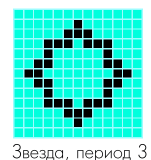
Мафусаилы: фигуры, которые долго меняются, прежде чем стабилизироваться.

Периодические фигуры (Осцилляторы): фигуры, у которых состояние повторяется через некоторое число поколений в той же самой ориентации и позиции. Другими словами, осциллятор – это любой образец, который является предшественником самого себя. Эволюция осциллятора длится сколь угодно долго. Минимальное число поколений, через которое осциллятор возвращается в исходную конфигурацию, называется периодом осциллятора. Осциллятор с периодом 1 обычно называется устойчивой конфигурацией, так как он не изменяется. В «Life» конечные осцилляторы известны для всех периодов, кроме 19, 23, 38 и 41. Хотя существуют осцилляторы периода 34, все известные примеры считаются тривиальными, поскольку они состоят из по существу отдельных компонент, осциллирующих с меньшими периодами. К примеру, осциллятор с периодом 34 можно получить путём размещения во вселенной двух независимых осцилляторов с периодами 2 и 17. Осциллятор считается нетривиальным, если он содержит хотя бы одну клетку, период осцилляции которой равен периоду осциллятора.

Примеры осцилляторов:



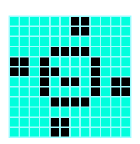
Мигалка, период 2



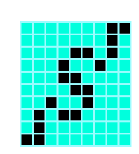
Звезда, период 3



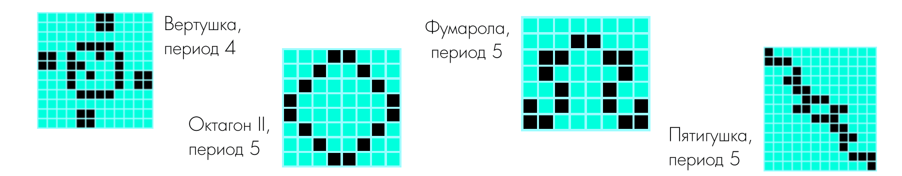
Крест, период 3



Часы 2, период 4



Французский поцелуй, период 3



Двигающиеся фигуры (космические корабли): фигуры, у которых состояние повторяется, но с некоторым смещением. Наименьшее число поколений, за которые корабль повторяет сам себя называется периодом космического корабля. Первым обнаруженным космическим кораблём стал планер. Планер был найден во время отслеживания эволюции R-пентамино в 1970 году Ричардом Гаем. Космический корабль периода p, который перемещается на (m,n) в течение его периода, где $m \geq n$, имеет тип $(m, n) / p$. Как было доказано Конвэем в 1970 году, $p \geq 2m + 2n$. Космические корабли, движущиеся по горизонтали или вертикали, называются ортогональными кораблями. Если движение космического корабля происходит по диагонали под углом 45°, такой корабль называется диагональным. Космические корабли, движущиеся под другими углами, называются косыми или наклонными (англ. oblique). В 2010 году был сконструирован первый наклонный космический корабль типа (5120, 1024) / 33699586.

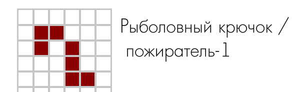
Пример космического корабля, конфигурация в КА с правилами 3/35 (клетка рождается, если у неё 3 соседа, и выживает, если у неё 3 или 5 соседей).

Связные с кораблями конфигурации – *тагалонги* (англ. tagalong) – конфигурации, которые не являются сами по себе космическим кораблём, но могут быть присоединены к космическому кораблю, чтобы сформировать новый космический корабль. Другими словами, тагалонг – это часть космического корабля, которую можно удалить без разрушения корабля. Тагалонг, расположенный перед космическим кораблём, называют *пушалонгом* (англ. pushalong). Существует и неподвижная конфигурация, периодически выпускающая космический корабль – *ружьё* (англ. gun). Космические корабли могут использоваться для передачи информации. Способность планера переносить информацию стала частью доказательства, что «Life» является тьюринг-полной.

Паровозы: двигающиеся фигуры, которые оставляют за собой следы в виде устойчивых или периодических фигур.

Пожиратели и отражатели: Пожиратель (англ. eater) способен уничтожить космический корабль и восстановиться после реакции. Отражатель (англ. reflector) вместо уничтожения космического корабля изменяет направление его полёта. Первым известным отражателем был пентадекатлон – осциллятор периода 15, найденный Конвеем в 1970 году, впоследствии оказавшийся 180-градусным отражателем планера. Как разновидность отражателя, существует так называемый устойчивый отражатель – это отражатель, который является устойчивым, т.е. целиком состоит из натюрмортов. Первый устойчивый отражатель был найден Полом Коллаханом (Paul Callahan) в октябре 1996 года, первая версия которого имела время повторения 4840. Вскоре оно было улучшено до 1686, 894 и 850. В апреле 2013 был найден 90-градусный отражатель со временем повторения 43.

Примеры пожирателей:



Пожиратель-2

Сорняки (паразиты): фигуры, которые при столкновении с некоторыми фигурами дублируются.

Правило «*Коралл*» («Coral») приводит к мгновенному вымиранию основной массы хаотично разбросанных клеток (рис. 7.25, левая иллюстрация) и появлению небольшого числа кластеров, причём маленькие кластеры остаются стабильными, а после определённого порога начальной величины начинают расти, приобретая неправильную форму, сливаясь (рис. 7.25, правая иллюстрация). Пример биоморфного хлопьевидного паттерна, созданного в семействе "Life" (правило «*Хлопья*», «Flakes») приведён на рисунке 7.26. В правиле «*Коагуляция*» («Coagulation») (рис. 7.27) популяция клеток быстро растёт и в центре образовавшегося конгломерата среди ряби постоянно умирающих и рождающихся клеток начинают «кристаллизоваться» зоны неизменного цвета, создавая имитацию процесса осаждения или кристаллизации. Интересен паттерн, созданный с использованием правила «*InverseLife*» (рис. 7.28): живые клетки, размножаясь, быстро заполняют всё пространство, и на субстрате из живых клеток начинается развитие паттерна «популяции» клеток мёртвых, фантомная имитация. Даже появляются стабильные движущиеся конфигурации мёртвых клеток (на рисунке одна такая конфигурация движется в правый верхний угол).

Ещё более простое семейство правил: "**Vote for Life**" («Голосуем за Жизнь»), содержит только данные о числе соседей, при наличии которых клетка становится (или остаётся) живой. На снимках (рис. 7.29) показано окно правил этого семейства, выставленное правило (названное «Голосование» («Vote»)) ведёт к образованию конгломератов в местах случайных скоплений хаотичной популяции клеток. Размер конечных конгломератов зависит от начального числа клеток (рис. 7.30). Тип семейства правил: *totalistic*, 1-битное.

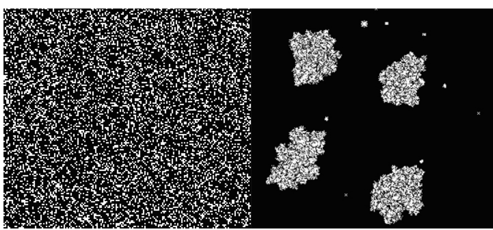


Рисунок 7.25. Правило «Coral» 45678/3.

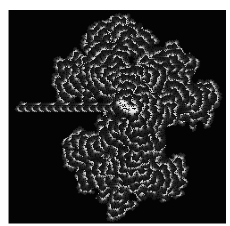


Рисунок 7.26. Правило «Flakes»: 012345678/3

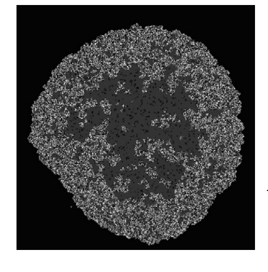


Рисунок 7.28. Правило «InverseLife» 34678/0123478

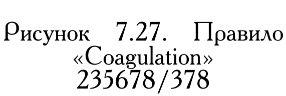
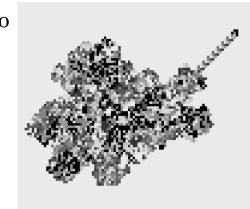


Рисунок 7.27. Правило «Coagulation» 235678/378



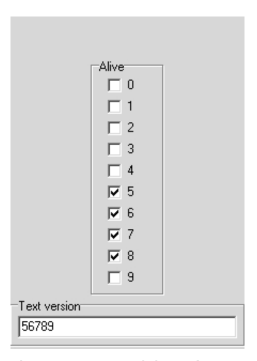


Рисунок 7.29. Окно правил для семейства: “Vote for Life”

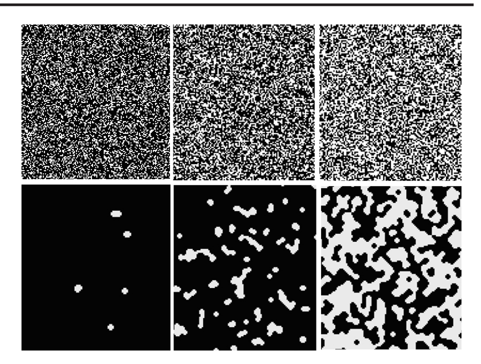


Рисунок 7.30. «Vote». Правый столбец: 30%-ное начальное заполнение живыми клетками (верхний рисунок); средний столбец: 40%-ное заполнение; правый столбец: 50%-ное заполнение, порождает уже систему связных конгломератов.

Правила «Flakes» и «InverseLife» представляют собой модифкации *Муравья Лэнгтона* (Langton's ant) – двумерной машины Тьюринга с очень простыми правилами, изобретенной Крисом Лэнгтоном (Christopher Langton). Муравей Лэнгтона на каждом шаге может двигаться в одном из четырёх направлений согласно следующим правилам: на чёрном квадрате – повернуть на 90° влево, изменить цвет квадрата на белый, сделать шаг вперед на следующую клетку, на белом квадрате – повернуть на 90° вправо, изменить цвет квадрата на чёрный, сделать шаг вперед на следующую клетку. Эти простые правила вызывают довольно сложное поведение: после некоторого периода довольно случайного движения муравей начинает непременно строить дорогу из 104 шагов, повторяющуюся бесконечно, вне зависимости от изначальной раскраски поля (рис. 7.31). Это наводит на мысль, что «магистральное» поведение является аттрактором муравья Лэнгтона.

Муравей Лэнгтона представляет собой частный пример реализации *Тьюрмита* (Turmite) – машины Тьюринга, которая имеет ориентацию в пространстве, текущее состояние и «ленту», состоящую из бесконечного двухмерного массива ячеек. Тьюрмиты по своей вычислительной способности эквивалентны обычной одномерной машине Тьюринга и разделяются на тьюрмиты с относительной и абсолютной ориентацией. Тьюрмиты с относительной ориентацией имеют внутреннюю ориентацию, команды в программе содержат изменение ориентации относительно текущей: «налево», «вперёд», «направо», «развернуться», (примером такого тьюрмита и является муравей Лэнгтона), тьюрмиты с абсолютной ориентацией, иногда называемые просто «двумерные машины Тьюринга», используют в программах абсолютное смещение («на север», и.т.д.).

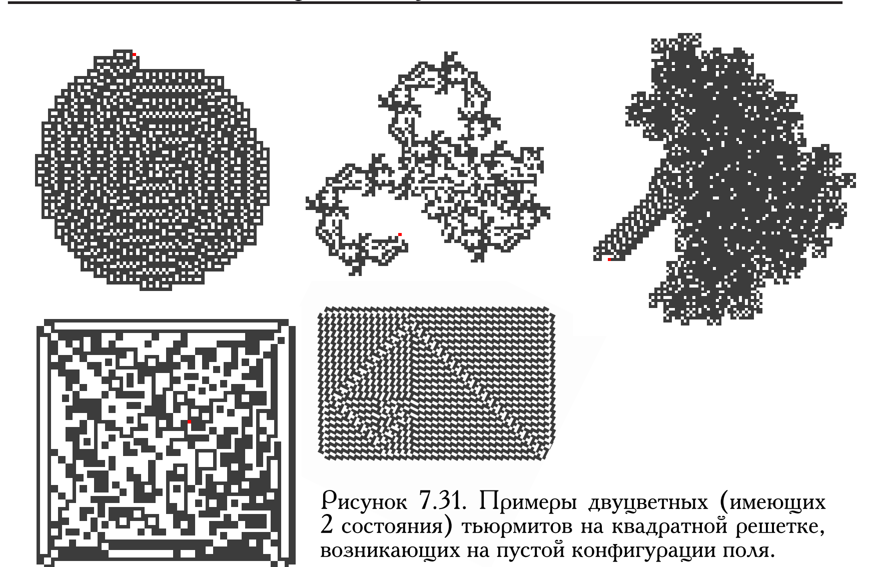


Рисунок 7.31. Примеры двуцветных (имеющих 2 состояния) тьюрмитов на квадратной решетке, возникающих на пустой конфигурации поля.

Семейство “**Larger than Life**” («Больше чем Жизнь»).

Это правило расширяет возможности семейства “Life”, можно задавать уже до 256 соседей, вместо 10, как в семействе “Life”. В этом семействе есть история: клетка, прежде чем умереть, проходит ряд стадий, обычно отображаемых разными цветами. Порождать дочерние клетки может только клетка, родившаяся в предыдущей генерации, но, старея, она продолжает занимать пространство и как бы оставляет след прежнего состояния системы (если есть 10 степеней истории, они отображаются 10 разными цветами, и по этим цветовым паттернам мы можем восстановить картину последних 10 генераций). Также можно менять тип соседства, включать или выключать из расчётов центральную клетку, изменять число состояний и включать/выключать историю. Ранг (Range) – размер зоны соседства: 1 – восемь окружающих клеток, 2 – два круга, то есть 24 окружающие клетки и так далее. [В текстовой версии: R – ранг (1-10), C – число состояний (0-25), если задано меньше 3-х, значит история не активна, M – учитывание центральной клетки (1 – учитывается, 0 – нет), S – ранг учитываемый для выживания, B – ранг учитываемый для рождения дочерней клетки, N – тип соседства: NM для Moore и NN для von Neumann.] Снимок окна правил на рисунке 7.32. Два интересных примера паттернов порождаемых этим семейством: «*Большинство*» («Majority») (рис. 7.33) – на поле, заполненном хаотично расположенными клетками, быстро происходит самоорганизация большого кластера и после начинается постепенное, более медленное периодическое осаждение в краевых областях агрегата, подобное

периодическому осаждению нерастворимой соли при диффузии одного из реагентов в двумерном пространстве, заполненном другим реагентом (так называемые кольца Лизегенга). На рисунке 7.34 последовательно расположены этапы трансформации кластеров в правиле *Насекомые* «Bugs». «Существа» движутся по полю, сталкиваются, сливаются, некоторое время метаморфизируют и снова делятся на 2-3 дочерних «существа» или вымирают.

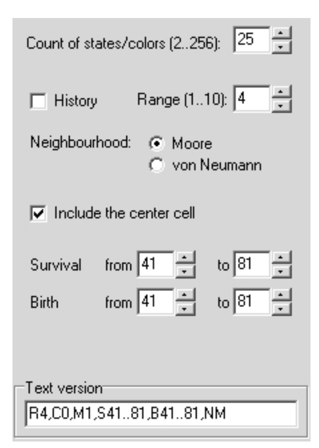


Рисунок 7.32. Снимок окна правил семейства «Larger than Life».

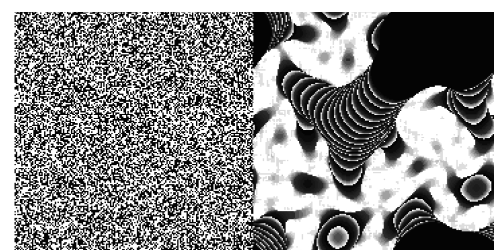


Рисунок 7.33. Правило «Majority» (R4,C0,M1,S41-81,B41-81,NM).



Рисунок 7.34. Правило «Bugs» (R5,C0,M1,S34-58,B34-45,NM).

Семейство «1D binary». Как видно из названия, это семейство 1-мерных автоматов, относящихся к классу *General binary*. Как видно из снимка (рис. 7.35) семейство имеет историю (когда история включена, можно задать до 256 состояний клетки, когда отключена – всего 2 состояния), кроме того, можно менять ранг соседства. Главное окно: «таблица правил», колонка 2 "Neighborhood" («*Соседство*») показывает все возможные конфигурации клеток (0 – клетка мертва, 1 – жива; автомат одномерный, значит, рассматривается только 1 ряд клеток, на иллюстрации отражено правило, в котором ранг соседства задан равным 1, то есть рассматривается 3 клетки: клетка справа, слева и сама центральная клетка). Колонка 3 задаёт результат конфигурации: будет ли мертва или жива центральная клетка при данной конфигурации. В данном случае, если все 3 клетки мертвы (верхняя строка), в следующей генерации центральная клетка останется мертвой (0 в колонке X), если центральная и левая клетка мертвы, а правая жива (колонка 2), в

следующей генерации центральная клетка будет жива (1 в колонке X) и так далее. На рисунках 7.35 и 7.36 показаны два паттерна, созданные двумя правилами этого семейства. Окно правил, настроенное на «Linear A», приведено на рисунке 7.37. Текстовая запись правила «*R3 Gliders*» («*Планеры*») гораздо длиннее, так как ранг соседства в ней равен трём (R3), то есть необходимо описать состояние уже 7 клеток. Этому семейству принадлежит честь генерировать Тьюринг-полное «*Правило 110*», с помощью которого может быть реализована любая вычислительная процедура (табл. 7.1). Паттерн эволюции клеточного автомата по Правилу 110 изображён на рисунке 7.38.

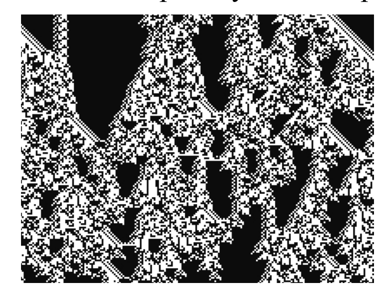


Рисунок 7.35 R3,W3B469C0EE4F7FA 96F93B4D32B09ED0E0 «R3 Gliders».

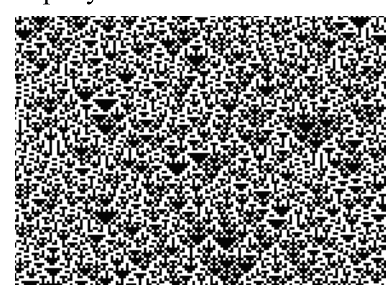


Рисунок 7.36. R1,W5A «Linear A».

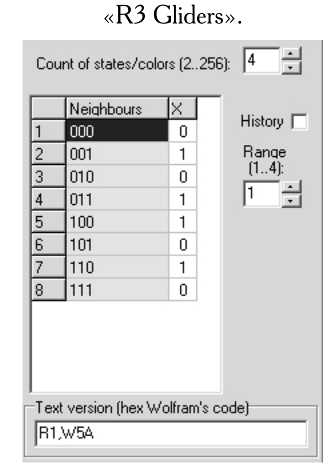


Рисунок 7.37. Окно правил 1D binary.

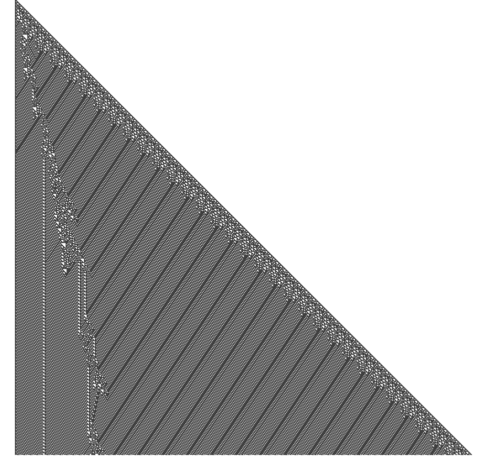


Рисунок 7.38. Эволюция клеточного автомата по Правилу 110.

Текущее состояние	111	110	101	100	011	010	001	000
Новое состояние центральной клетки	0	1	1	0	1	1	1	0

Таблица 7.1. Код генерации тьюринг-полного «Правила 110».

Другое известное правило, воспроизводимое этим семейством – «*Правило 184*», описываемое следующими правилами (табл. 7.2):

Текущая окрестность клетки	111	110	101	100	011	010	001	000
Новое состояние клетки	1	0	1	1	1	0	0	0

Таблица 7.2. Код генерации «Правила 184».

Название правила представляет собой код Вольфрама, описывающий приведённую таблицу: нижняя строка таблицы (10111000) при переводе из двоичной системы счисления в десятичную даёт 8 + 16 + 32 + 128 = 184. Правило 184 можно описать на интуитивном уровне несколькими различными способами:

– На каждом шаге пары состояний вида 10 изменяются на пары вида 01. На основании этого описания правило 184 называют детерминированной версией «кинетической модели Изинга[1] с асимметричной спин-обменной динамикой».

– На каждом шаге клетка в состоянии 1, справа от которой находится клетка в состоянии 0 («свободное пространство»), перемещается вправо, освобождая занятое пространство. Это описание соответствует применению, связанному с моделированием транспортных потоков.

– Если клетка находится в состоянии 0, то её новое состояние берётся из ячейки слева от неё. В противном случае, её состояние берётся из ячейки справа от неё. Иными словами, каждая ячейка может быть реализована с помощью мультиплексора[2] и по своему действию напоминает вентиль Фредкина[3].

В автомате с правилом 184 образцы (последовательности состояний клеток) обычно быстро стабилизируются, приводя к последовательности состояний, движущейся в одном из двух направлений. Если начальная плотность «единиц» меньше 50 %, в результате эволюции возникают движущиеся вправо кластеры «единиц», разделённых «нулями»; кластеры разделены блоками «нулей». При начальной плотности больше 50 %, образец эволюционирует в движущиеся влево кластеры «нулей», разделённых «единицами»;

[1] Модель Изинга – математическая модель статистической физики, предназначенная для описания намагничивания материала.

[2] Мультиплексор – устройство, имеющее несколько сигнальных входов, один или более управляющих входов и один выход. Мультиплексор позволяет передавать сигнал с одного из входов на выход; при этом выбор желаемого входа осуществляется подачей соответствующей комбинации управляющих сигналов.

[3] Вентиль Фредкина (CSWAP от англ. Controlled SWAP – управляемый обмен) – универсальный трехвходовый логический вентиль класса C-U (контролируемые операции U), достаточный для построения схем любой степени сложности. Обладает обратимостью – зная состояние выходов можно точно установить состояния входов элемента, таким образом, на его базе можно строить обратимые вычисления и обратимые логические схемы.

кластеры разделены группами «единиц». Если же начальная плотность равна 50 %, образец более медленно стабилизируется в последовательность чередующихся «единиц» и «нулей», которую можно с равным успехом считать движущейся влево или вправо.

Правило 184 позволяет решить задачу классификации плотности и описать несколько на первый взгляд разных систем частиц:

– Правило 184 может быть использовано в качестве простой модели транспортного потока на однополосном шоссе и лежит в основе многих микроскопических моделей транспортного потока. Частицы, обозначающие транспортные средства, движутся в одном направлении, останавливаются и начинают движение в зависимости от «состояния» автомобилей прямо перед ними. Количество частиц в течение симуляции остаётся неизменным. В связи с этим применением правило 184 также называют «дорожным правилом».

– В физике аэрозолей правило 184 применяется для моделирования осаждения частиц на нерегулярную поверхность, где на очередном шаге симуляции каждый локальный минимум поверхности заполняется частицей. В течение симуляции число частиц возрастает; помещённая частица не перемещается.

– Автомат с правилом 184 можно рассматривать в контексте баллистической аннигиляции, как систему частиц, движущихся влево и вправо в одномерной среде. Когда две частицы сталкиваются, они аннигилируют друг с другом, так что на каждом шаге число частиц остается неизменным или уменьшается.

«*Правило 30*» (табл.7.3), относящееся к данному семейству автоматов Стивен Вольфрам, подробно описавший его в своей книге «A New Kind of Science» называет своим «самым любимым правилом». Правило 30 обладает апериодическим, хаотическим поведением. Правило представляет собой интерес, потому что оно порождает сложные, во многих отношениях случайные структуры из простых, четко определенных правил (рис. 7.39). Вольфрам полагает, что клеточные автоматы в целом и Правило 30 в частности – ключ к пониманию того, как простые правила могут порождать сложные структуры и различное сложное поведение разных природных объектов. Например, структуру, похожую на порождаемую «Правилом 30», можно найти на раковине широко распространённого тропического моллюска *Conus textile* (рис. 7.40). «Правило 30» также используется как генератор псевдослучайных чисел (ГПСЧ) в продукте Wolfram Research – Mathematica. Кроме того, это правило было предложено для использования как шифратор последовательностей в криптографии. Вольфрам предположил хаотичность эволюции по «Правилу 30», основываясь, в основном, на её внешнем графическом виде. Однако позже было показано, что применение «Правила 30» удовлетворяет более строгим определениям хаоса, сформулированными Девани

и Надсоном (Devaney, Knudson)[1-2]. В соответствии с критерием Девани, «Правило 30» демонстрирует эффект бабочки – (если задать 2 начальных состояния, различающиеся, например, только одним битом, то отдалённые многими поколениями потомки этих 2 состояний будут совершенно различные), периодические конфигурации плотны в пространстве всех конфигураций топологии Кантора. Также, «Правило 30» обладает свойством перемешивания. В соответствии с критерием Надсона, это показывает чувствительность к начальным условиям и плотность орбит процесса (любая конфигурация в итоге приводит к возникновению всех возможных конечных конфигураций клеток).

Семейство “**Weighted Life**” («Взвешенная жизнь»). Класс: totalistic. Это семейство позволяет задавать собственный вес (от -256 до 256) каждому из соседей, включая саму центральную клетку. Выживает клетка, соседи которой наберут суммарно заданный в правилах вес. То есть, правило разрывает границы грубой градации

Текущее состояние	111	110	101	100	011	010	001	000
Новое состояние центральной клетки	0	0	0	1	1	1	1	0

Таблица 7.3. Код генерации «Правила 30».

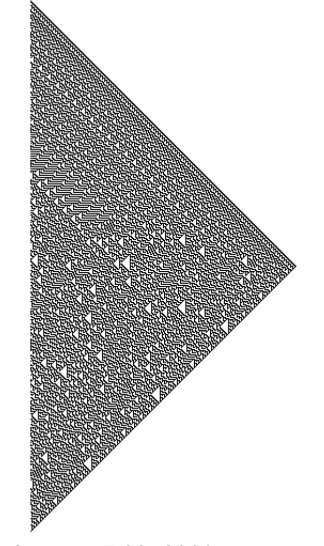


Рисунок 7.39. 2000 шагов эволюции «Правила 30».



Рисунок 7.40. Раковина моллюска Conus textile, пятна окраски которой очень похожи на узор, порождаемый «Правилом 30».

[1] R.L. Devaney. Introduction to Chaotic Dynamical Systems. 1986. Publisher: Benjamin-Cummings Publishing Co., Subs. of Addison Wesley Longman,US. 336 p. ISBN-10: 0805316019. ISBN-13: 978-0805316018.

[2] C. Knudsen. Aspects of noninvertible dynamics and chaos. 1994. Ph.D. thesis (2nd ed.) Technical University of Denmark, Physics Department. Lyngby.

состояния клетки, основанной лишь на подсчёте немногих соседей, теперь состояние клетки может меняться в числовых границах от -2048 до 2048 включительно (8x256). “Weighted Life” это одно из семейств с наиболее комплексными правилами. Правила многих других семейств могут быть реализованы в нём. Например, для того, чтобы реализовать правила “*Life*”, достаточно просто задать значение 1 всем соседям и 0 центральной клетке. Можно также включить симметричный режим задания правил, тогда при изменении веса одного из соседей, автоматически будет меняться вес трёх других симметричных ему соседей (рис. 7.41).

Примеры созданного при помощи правила «Hour glass» («*Часовое стекло*») семейства “Weighted Life” структур представлены на рисунке 7.42. Процесс, направляемый данным правилом, имитирует как бы оседание клеток на дно игрового поля. При этом осевшие клетки «замерзают» и всякая клетка, «упавшая» на них сверху, также застывает в месте соприкосновения с ранее «замерзшей» клеткой. Если правила определяют поведение частиц, первоначально распределенных на поле случайным образом, то прямое «оседание» частиц этого хаотичного поля (без хаотичных боковых движений и вообще без каких-либо взаимодействий частиц в процессе оседания) порождает биоморфные паттерны.

Семейство “**Rules tables**” («Таблицы правил»). Тип: totalistic. Семейство “Rules tables” позволяет определять правила при помощи специальных таблиц переходов (рис. 7.43). Эти таблицы устраняют все ограничения тоталистических правил, позволяют задать любое теоретически возможное правило, зависящее от состояния клеток. Ряды

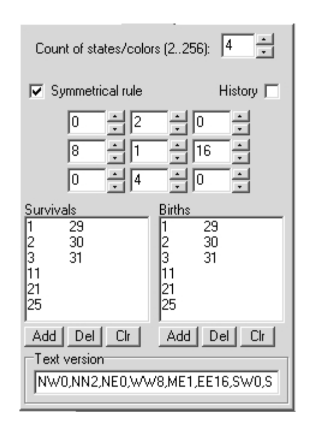


Рисунок 7.41. Окно правил семейства “Weighted Life”.

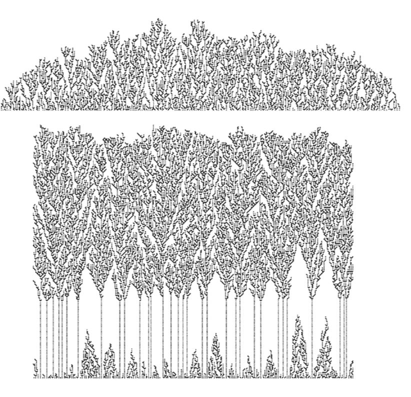
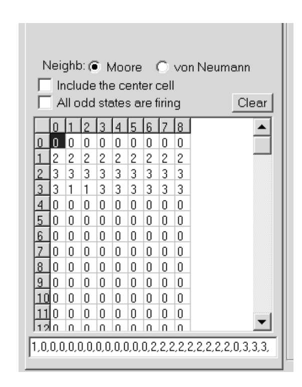


Рисунок 7.42. Ветвящиеся структуры, рождаемые правилом «Hour glass» (параметры именно этого правила даны на рис. 7.41).

таблицы представляют состояния клеток (от 0 до 255); колонки – число учитываемых соседей. Смысл таблицы прост: каждая клетка таблицы определяет, какое следующее состояние должна принять клетка, имеющая заданное состояние (определяемое рядом) и заданное число соседей (определяемое колонкой). На рисунке 7.44 можно увидеть интересное правило этого семейства – «WireWorld» («*Мир проводов*»), имитирующее распространение импульса по проводнику. Тёмные клетки распространяются по ряду светлых клеток, как по проводнику, с нижнего левого угла, где находится их генератор.

Клетка в Wireworld может находиться в одном из четырех состояний: 1. Пустая, 2. Голова электрона, 3. Хвост электрона, 4. Проводник. Клетки ведут себя следующим образом: Пустой → Пустой, Голова электрона → Хвост электрона, Хвост электрона → Проводник, Проводник → Голова электрона при условии, что на соседних клетках есть ровно 1 или 2 головы электронов, иначе они остаются проводниками. Модификацией этого правила, получены паттерны, имитирующие работу логических элементов: «*AND*», «*NOT*», «*OR*», также в Wireworld возможно создать любой образец муравья Лэнгтона. Wireworld был предложен в 1987 году Брайаном Сильверманом (Brian Silverman), смоделировавшем в его программе Phantom Fish Tank. Автомат стал более известен после опубликования статьи в колонке «Computer Recreations» журнала Scientific American.[1] Несмотря на простоту правил, Wireworld является полным по Тьюрингу. Текстовый формат правил представляет ряд цифр, в котором заданы последовательно: тип соседства (1 для Moore, 2 для von Neumann), активность центральной клетки (0 или 1), и далее вся таблица, линия за линией. Вот, к примеру,



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 7.43. Таблица правил семейства “Rules tables”.

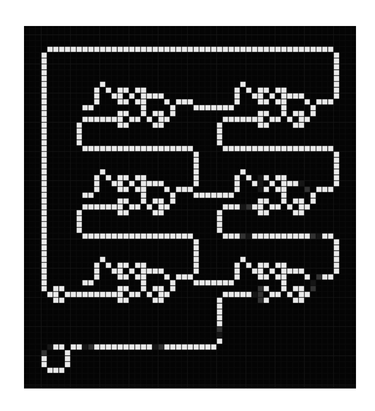


Рисунок 7.44. Паттерн правила «WireWorld».

[1] Dewdney A.K. Computer recreations: a cellular universe of debris, droplets, defects and demons. // Scientific American. 1989. Vol. 261: 102-105.

текстовая версия правила «WireWorld»: 1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,2,2,2,2,2,2,2,2,0,3,3,3,3,3,3,3,3,3,0,3,1,1,3,3,3,3,3,3 (ряды, содержащие только нули, опущены). А так можно описать правилами этого семейства правило классической игры «Life»: 1,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1

Семейство “**General binary**”. Тип: *2D, binary*. Центральная панель окна правил (рис. 7.45) представляет собой матрицу, где каждая ячейка – это одно состояние клетки. Серый треугольник означает, что данная клетка при данной конфигурации соседей сохранится, чёрный треугольник, что клетка станет живой. Правила, как и всякие бинарные, ассиметричные, правила, позволяют реализовывать направленное движение клеток и паттернов. Основная масса паттернов отличается ригидностью, устойчивостью, именно в этом классе можно найти большое количество самых грандиозных космолётов, осцилляторов, движущихся трансформирующихся, но остающихся стабильными мозаик и прочее. На иллюстрации (рис. 7.46) показано игровое поле, на котором собрано большое количество осцилляторов правила «Just Friends» («*Просто друзья*»). Цифры, выписанные клетками, остаются неподвижными при смене генераций, осцилляторы, как им и положено, осциллируют. Многие интересные паттерны невозможно показать на статичном изображении, они интересны своей динамикой. Например, на рисуке 7.47 показан кластер называющийся «Omniperiodic Oscillator» («*Всепериодичный осцилятор*») и реализованный по правилу «Just Friends», упомянутому выше. В центральной части структуры беспрерывно бежит по кругу точечный, шириной в 1-4 клетки, «мотылёк» локальных обратимых перестроек паттерна, соединений и разъединений, небольших трансформаций его элементов. На большой скорости, когда проследить за деталями процесса невозможно, кажется, что по структуре бежит точечная волна ряби, вроде порхания невидимого мотылька.

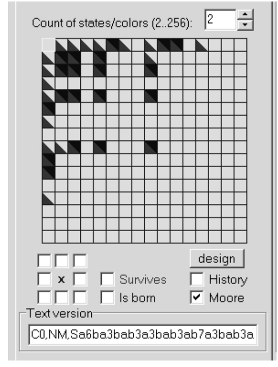


Рисунок 7.45. Таблица правил семейства “General binary”.

Рисунок 7.46. Осцилляторы правила «Just Friends».

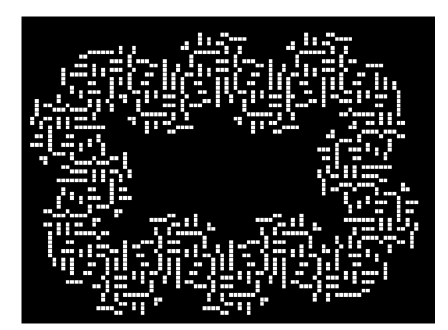


Рисунок 7.47. Паттерн «Omniperiodic Oscillator» правила «Just Friends».

Семейство “**Margolus neighborhood**” («Соседство Маргулиса»). Тип: *2D, binary*. Пространство клеточного автомата разделено на изолированные блоки 2x2. Каждый блок делает шаг влево вниз каждую генерацию, и затем возвращается назад. В таблице (рис. 7.48) описаны все 16 возможных конфигураций, правые блоки – изображения исходных конфигураций, левые блоки – новые конфигурации, на которые будут изменены исходные в следующей генерации. Новые конфигурации, разумеется, можно задавать самостоятельно. Эта система хорошо подходит для моделирования физических систем. Другая её особенность – простое создание обратимых правил. Необходимым условием обратимости является детерминированность правила перехода в обоих направлениях, вперед и назад, т.е. каждое возможное состояние окрестности должно иметь единственное предыдущее состояние и единственное последующее состояние. Игра «Life» необратима, потому что предыдущий этап какого-нибудь состояния нельзя определить однозначно; например, если текущее состояние клетки – «мертва», в предыдущем поколении она могла иметь любое число «живых» соседей, отличное от трех. Правило «Sand» («*Песок*») на рисунке 7.49 имитирует пересыпающийся песок (более светлые клетки), правило «*BBM*» (рис. 7.50) – отскакивание пар связанных движущихся клеток от стенок неподвижной прямоугольной конструкции.

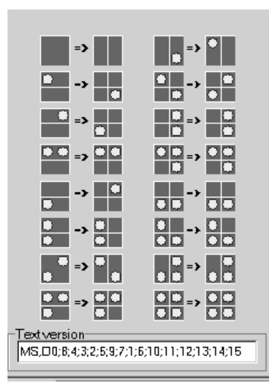


Рисунок 7.48. Окно правил семейства “Margolus neighborhood”.

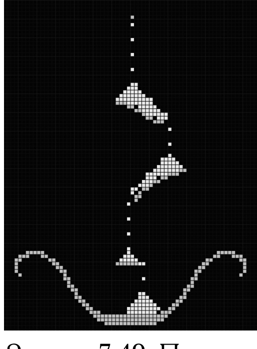


Рисунок 7.49. Правило «Sand».

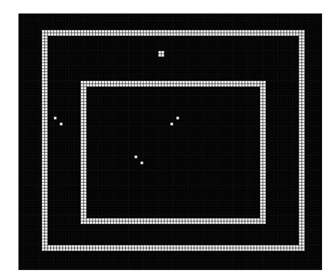
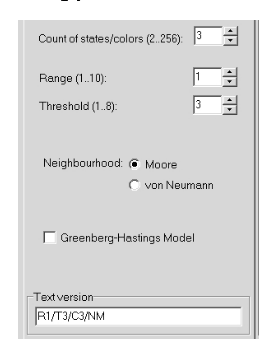
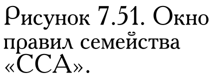


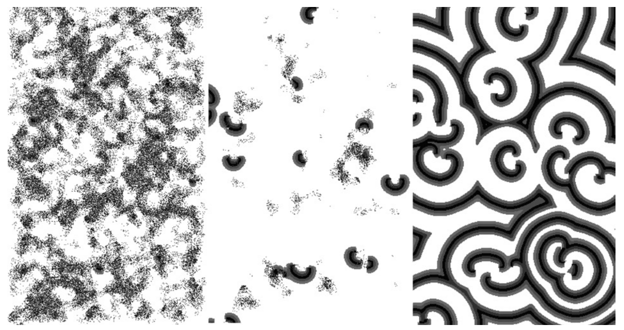
Рисунок 7.50. Правило «BBM».

Семейство «**Cyclic Cellular Automata, CCA**» («Циклический клеточный автомат») (см. Приложение, рис. 7). Одно из самых интересных для синергетического моделирования семейств, способное породить комплексную самоорганизацию на основе итерации очень простых правил. Центральная клетка меняет цвет, только когда в кластере появляется пороговое число клеток этого цвета, (определяется значением «Threshold» («*Порог*») (рис. 7.51)); цвета могут меняться только в определённом порядке. Здесь правила появления и исчезновения клеток модели имитируют логику вовлечения молекул реагента в химическую реакцию в автокаталитических химических реакциях типа реакции Белоусова-Жаботинского или распространение возбуждения в биологической ткани (появление клеток клеточного автомата имитирует возникновение возбуждённых клеток биосистемы и, соответственно, распространение волны клеточных изменений). Пример самозарождения волн в такой системе дан на рисунке 7.52: слева – поле хаотично делящихся клеток с несколькими уже возникшими точками инициации волн, в центре – большинство хаотично делящихся клеток вымерло, начали распространяться клеточные волны (причем не все точки инициации выжили), справа – всё поле охвачено волновым процессом и поделено между крупнейшими точками инициации, новые центры не появляются.

Сегодня клеточные автоматы во всех их модификациях используются в таких разделах математики, информатики и физики, как Теория автоматов, Теория алгоритмов, Теория игр и математическое программирование, Алгебра и теория чисел, Теория вероятностей и математическая статистика, Комбинаторика и теория графов, Фрактальная геометрия, Вычислительная математика, Теория принятия решений, Математическое моделирование. Кроме того, многие закономерности, обнаруженные в игре, имеют свои аналогии в других, подчас совершенно «нематематических» дисциплинах.




Рисунок 7.51. Окно правил семейства «ССА».


Рисунок 7.52. Динамика возникновения и распространения волн клеток циклического клеточного автомата.

Эволюции некоторых сложных колоний в клеточных автоматах удивительным образом схематично повторяют этапы развития спиралевидных галактик; теория автоматов вообще и игра «Life» в частности используются для анализа «явлений переноса» – диффузии, вязкости и теплопроводности; поведение ячеек клеточного автомата во многом напоминает процессы, происходящие при столкновении элементарных частиц; стационарные и пульсирующие колонии являются показательным примером простейших устройств, созданных на основе нанотехнологий; процессы доминации, вытеснения, поглощения, сосуществования, слияния и уничтожения популяций клеток во многих аспектах схожи с явлениями, происходящими при взаимодействии больших, средних и малых социальных групп; конфигурации, подобные строящимся в игре, возникают во время химических реакций на поверхности, в частности в опытах М. С. Шакаевой[1] возникают движущиеся молекулярные конструкции аналогичные «жизненному» планеру. Также предпринимаются попытки объяснить периодические химические реакции с помощью многомерных клеточных автоматов. В биологии клеточные автоматы являются средой моделирования генных регуляций, клеточной дифференцировки, нейрональных процессов, индивидуального развития, органогенеза, опухолевого роста, динамики биоценозов, распространения инфекций и многих других. Клеточные автоматы, как, впрочем, и большинство визуальных моделей самоорганизации, вышли из подпространства науки в широкое пространство современной визуальной культуры и стали элементами разнообразнейших проявлений science art (см. Приложение, рис. 8), например, фигура «планер» (glider) в 2003 году была предложена в качестве эмблемы хакеров (рис. 7.53).

Модель агрегации, ограниченной диффузией (Diffusion Limited Aggregation, DLA).

Другая модель дискретного типа, воспроизводящая процесс самоорганизации, которая была создана Виттеном и Сендером (T.A. Witten Jr., L.M. Sander) в 1981 году – это модель DLA (Diffusion Limited Aggregation, Модель агрегации, ограниченной диффузией).[2] Модель построена на агрегации частиц в условиях их случайного движения.



Рисунок 7.53. Эмблема хакеров.

[1] Малинецкий Г.Г. , Шакаева М.С. О клеточном автомате, моделирующем колебательные химические реакции на поверхности.// Доклады АН СССР. 1992. Т. 325(4): 716-723.
[2] Witten T.A., Sander Jr. and L.M. Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon. // Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47: 1400. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.

В этой модели на поле, заполненное частицами, совершающими хаотическое броуновское движение, вносится центр агрегации, к которому «прилипает» всякая случайно прикоснувшаяся к нему частица; начинается рост конгломерата частиц, всегда уникальный в деталях, но всегда статистически подобный типичному конгломерату, характерному для заданных условий. Кластер, образуемый DLA процессом, называют Броуновским деревом.

Классический конгломерат Виттена-Сандера – многократно разветвленная структура. Сходный паттерн наблюдается при некоторых процессах кристаллизации. В сущности, модель DLA имитирует процесс кристаллизации как перехода жидкой фазы в твёрдую на зерне-затравке. Конечная форма кластера зависит от особенностей поведения слипающихся частиц. Чем статистически более вероятно, что частица, соприкоснувшись с конгломератом, прилипнет к нему, тем более рыхлым получается конгломерат. Варьируя вероятность слипания соприкасающихся частиц, можно получить кластеры различной морфологии. Для компьютерного моделирования мы использовали программу *DLA Java Applet* (Anna Umansky, umansky@miranda.bu.edu; Sergey Buldyrev, sergey@miranda.bu.edu; http://polymer.bu.edu/java/java/dla2/dlaapplet.html). Компьютерные кластеры, построенные с использованием разных параметров, весьма разнообразны морфологически (см. Приложение, рис. 9).

Модель DLA оказалась применимой для имитационного моделирования многих форм неживой и живой природы, таких разных явлений, как осаждение металла при электролизе, электрический разряд при пробое диэлектрика, формирование "вязких пальцев" при вытеснении воздухом вязкой жидкости. Эта модель имитирует также рост минеральных дендритов, бактериальных колоний и морфологические проявления многих других процессов самоорганизации в природе и эксперименте (рис. 7.54).

Модифицированные модели агрегации, ограниченной диффузией, могут быть полезны в качестве имитационных моделей морфогенеза биологических объектов. В качестве наиболее абстрактной имитации, не претендующей на научную точность, но скорее являющейся некоей визуализацией многих процессов морфогенеза, можно рассматривать имитацию направленного роста биологической структуры, например, отростков нейрона, определяемого градиентом фактора роста или морфогена, с использованием той же модели DLA (рис. 7.55 b). Подобные паттерны этой модели имитируют уже некое морфогенетическое поле с различным распределением «морфогена» (рис. 7.55 a, b), рост, начинающийся с линейного центра агрегации (рис. 7.55 c) или взаимодействие хаотических кластеров (рис. 7.55 d).

Кроме того, морфогенез многих природных самоорганизующихся объектов, в том числе нейронов, может детерминироваться не одним

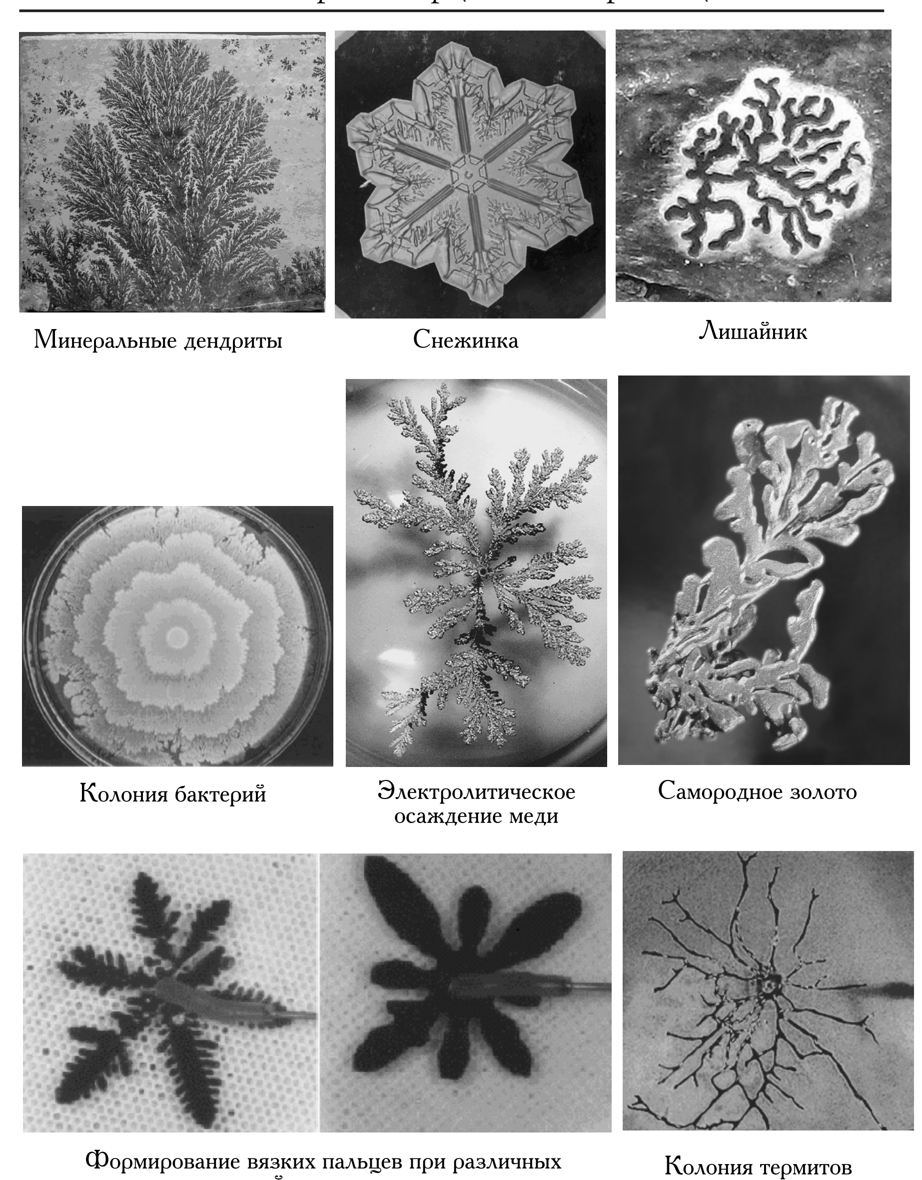


Рисунок 7.54. Биологические и физические кластеры, имитируемые моделью DLA.

единственным алгоритмом построения, а несколькими последовательно сменяющими друг друга алгоритмами. Простая последовательная смена параметрических значений при использовании одной и той же модели агрегации, ограниченной диффузией (DLA Java Applet) приводит к появлению паттернов, более близко имитирующих морфологию нейронов по сравнению с классической моделью DLA (рис. 7.56).

a. b. c. d.

Рисунок 7.55. Моделирование направленного роста кластеров DLA: a — кластер в изотропной среде; b — векторизованный рост; c — рост с линейного центра агрегации; d — взаимодействие нескольких кластеров.

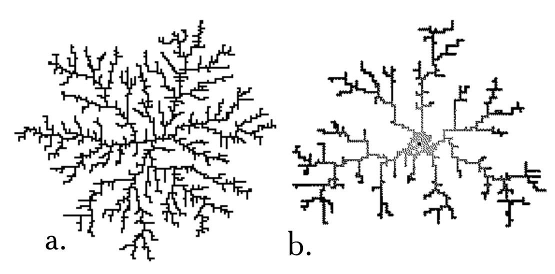


Рисунок 7.56. Паттерны модели DLA, построенные при неизменных (a) и последовательно изменяемых (b) значениях параметров.

Экспериментальным путем получены и трехмерные анизотропные натурные кластеры – металлические деревья Даккора (G. Daccord). Для получения таких трехмерных фрактальных деревьев в гипсе высверливаются отверстия, через которые поступает дистиллированная вода, понемногу растворяющая гипс; затем образовавшиеся пустоты заполняются металлическим сплавом, а оставшийся гипс удаляется кислотой.

Морфогенез подобных структур сочетает в себе упорядоченность и хаос, ограниченную детерминированность и непредсказуемость, связь локальной структуризации и глобального паттерна. Детерминированный хаос как основа формообразования делает модель DLA достаточно корректной для моделирования природных систем, обладающих тем же свойством. Детерминированность роста кластера DLA определяется направлением притока новых частиц и правилами их связывания между собой. Меняя эти параметры и вводя новые, можно создавать достаточно объективные модели очень широкого спектра природных процессов.

Природные структуры, моделируемые DLA алгоритмом, должны обладать уникальной организацией на микроскопическом уровне (на уровне отдельных элементов), что вытекает из некоторой стохастичности процессов образования подобных структур и сходстве общего паттерна структур, формируемых по сходному алгоритму, (связность элементов структуры как таковой уже говорит о наличии в её формировании детерминированности, закона, алгоритма). Например, стохастичность паттерна электролитического осаждения меди обусловлена стохастичностью броуновского движения ионов электролита, оседающих на растущий кластер, уникальность в деталях формы деревьев Даккора – случайностью расположения зон большей проницаемости для жидкости в любой гетерогенной, состоящей из случайно сцепленных частиц среде, будь то гипс, почва или глина. Уникальность снежинок определяется уникальностью пути их падения через толщу атмосферы, с уникальным для каждой снежинки сочетанием зон различного давления, влажности, температуры, воздушных потоков, влияющих на процесс кристаллизации снежинки во время её полёта. Древовидные паттерны являются отражением «нестабильности» процесса их формирования. Например, древовидные кластеры легко получить, высушивая смесь кристаллического и аморфного вещества. Кристаллическое вещество, высыхая, кристаллизуется с образованием правильных кристаллов, уровень стохастичности таких кристаллов минимален, аморфное вещество, высыхая, не кристаллизуется вовсе; если же их смешать, процесс объединения молекул кристаллического вещества в макроскопические кристаллы, отражающие топологию кристаллической решётки, будет нарушен. Аморфное вещество служит здесь тем дестабилизирующим агентом, который заставляет кристаллическое вещество высыхать с образованием «нестабильных»,

«неправильных» паттернов, форм, находящихся на границы хаоса и упорядоченности. Легче всего получить такие древа, смешав солёную воду с яичным белком, или высушить перкол, разведённый морской водой (рис. 7.57).

Предшественником DLA модели была *модель Эдена* (*Eden's Model*), опубликованная Эденом в 1960 году.[1] Центральная частица помещается в центр поля, остальные частицы хаотично добавляются к границам. Так как новые частицы присоединяются к разным частям конгломерата со статистически равной вероятностью, кластер получается округлый (рис. 7.58), подобный DLA модели с заданной низкой вероятностью прилипания частицы к конгломерату, что позволяет частице проникнуть в экранированные отростками части агрегата, и, таким образом, статистически уравнивает всю внешнюю границу конгломерата для доступности новым частицам.

Моделирование эволюции.

Любая модель самоорганизации касается, по сути, механизмов возникновения новых признаков сложных систем, их эволюции, отбора, закрепления тех признаков, что способствуют наиболее долгому и устойчивому существованию системы. В биологии давно существует направление, посвящённое моделированию процесса эволюции: возникновения, закрепления, трансформации признаков, взаимоотношений элементов сложной системы, подобных взаимоотношениям между различными видами или особями внутри популяции, и других явлений, которые, как мы предполагаем, присущи



Рисунок 7.57. Высохший в чашке Петри перкол разведенный морской водой.

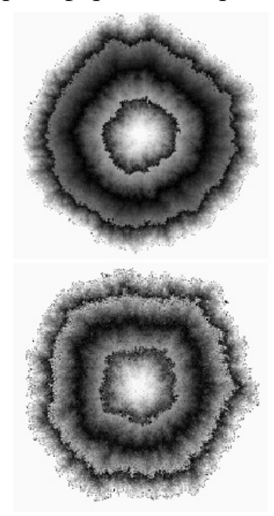


Рисунок 7.58. Модель Эдена.

[1] Eden M. A two-dimensional growth process. // In Proceedings of Fourth Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics, and Probability. University of California Press, Berkeley. 1960. Vol. 4: 223-239.

реальным живым системам и формируются в процессе биологической эволюции, то есть самоорганизации биосистем. Это направление исследований – **эволюционное моделирование**, в котором можно выделить: *1) модели возникновения молекулярно-генетических информационных систем, 2) моделирование общих закономерностей эволюции, 3) эволюционные модели искусственной жизни, 4) прикладное эволюционное моделирование*.

Моделирование эволюции с использованием идей эволюционных алгоритмов и искусственной жизни началось с работы Нильса Баричелли (Nils Aall Barricelli) в 1960-х, и было продолжено Алексом Фрейзером (Alex Fraser), который опубликовал ряд работ по моделированию искусственного отбора.[1] Эволюционные алгоритмы стали общепризнанным методом оптимизации благодаря работам Джона Холланда (John Henry Holland), а также в результате работ Инго Реченберг (Rechenberg Ingo) использовавшего их для решения сложных инженерных задач в 1960-х и начале 1970-х годов.[2]

Модели возникновения молекулярно-генетических информационных систем разрабатывались в связи с проблемой происхождения жизни. Одна из моделей этого рода – модель *квазивидов* была предложена в 1971 г. Манфредом Эйгеном (Eigen) вместе с Петером Шустером (Schuster).[3] В этой модели анализируется эволюция популяции последовательностей символов (информационных аналогов цепочек ДНК или РНК). В простейшем случае последовательность представляет собой двоичный код. Последовательности обладают определенными селективными ценностями. Эволюция популяции представляет собой размножение и отбор последовательностей в соответствии с их селективными ценностями, а также мутации, т.е. случайные замены символов в последовательностях. В результате эволюции формируется квазивид: популяция, в которой наряду с оптимальной последовательностью есть множество сходных с ней мутантов. Эйген с сотрудниками провели ряд имитационных расчетов на ЭВМ и продемонстрировали достаточно высокую скорость поиска оптимальных последовательностей в модели квазивидов. В конце 1970-х годов Эйген и П.Шустер предложили модель гиперциклов. В гиперцикле к цепочкам РНК добавляются цепочки аминокислот – белки, которые выполняют определенные каталитические функции и вместе с цепочками РНК формируют целостную систему кооперативно взаимодействующих макромолекул. Образно говоря, в гиперцикле цепочки РНК кооперируются, но не сами, а с

[1] Fraser A.S. Monte Carlo analyses of genetic models. // Nature. 1958. Vol. 181(4603): 208–9. DOI:10.1038/181208a0. PMID 13504138.

[2] Rechenberg Ingo. Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. // PhD thesis. Fromman-Holzboog. 1973.

[3] Эйген М., Шустер П. Гиперцикл. Принципы самоорганизации макромолекул. М.: Мир, 1982. 270 с.

привлечением примитивных полипептидных ферментов. Ферменты могли способствовать повышению точности копирования, в результате количество информации, которое такие примитивные “особи” могли передавать потомкам, возрастало. Таким образом, модель гиперциклов интерпретировала гипотетическую стадию эволюции, которая могла следовать за квазивидами. Базируясь на модели квазивидов, М.Эйген и П.Шустер рассмотрели гипотетическую схему эволюции от отдельных макромолекул до интегрированных клеточных структур. Эта схема характеризует некий общий сценарий предбиологической эволюции.

Другая модель молекулярно-генетических информационных систем – модель сайзеров (syser – сокращение от system of self reproduction – самовоспроизводящаяся система) была предложена новосибирскими учеными В.А.Ратнером и В.В.Шаминым в 1980г.[1] Эта модель описывает систему макромолекул, в которую входят: полинуклеотидная матрица, ферменты репликации и ферменты трансляции (рис. 7.59); полинуклеотидная матрица хранит информацию, кодирующую синтезируемые в сайзере ферменты, ферменты репликации обеспечивают копирование полинуклеотидных цепочек, а ферменты трансляции – синтез ферментов в соответствии с закодированной в матрице информацией. Модель сайзеров была предложена независимо от Ратнера и Шамина Р.Файстелем (R. Faystel) (Берлин, 1983 г.). По общей структуре модель сайзеров сходна со схемой самовоспроизводящихся клеточных автоматов Дж. фон Неймана. Самовоспроизводящиеся автоматы по фон Нейману содержат хранящую информацию ленту (аналог полинуклеотидной матрицы), автомат для копирования ленты (аналог ферментов репликации) и автомат для синтеза произвольного автомата по закодированной в ленте информации (аналог ферментов трансляции) (таблица 7.4).

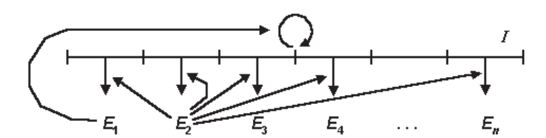


Рисунок 7.59. Общая схема сайзера. I — полинуклеотидная матрица, Ei — ферменты / белки. Круговая стрелка над матрицей иллюстрирует процесс репликации. Стрелки, направленные вертикально вниз, иллюстрируют процессы трансляции. Стрелки от ферментов E1 и E2 поясняют, что эти ферменты катализируют процессы трансляции и репликации. Полинуклеотидная матрица I кодирует протеины, фермент репликации E1 обеспечивает репликацию матрицы I , фермент трансляции E2 обеспечивает синтез белков в соответствии с информацией, хранящейся в матрице I.

[1] Ратнер В.А., Шамин В.В. Сайзеры: моделирование фундаментальных особенностей молекулярно-биологической организации. Соответствие общих свойств и конструктивных особенностей коллективов макромолекул. // Журнал общей биологии. 1983. Т.44(1): 51-61.

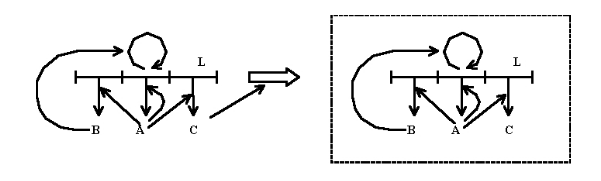


Рисунок 7.60. Самовоспроизводящиеся автоматы Дж. фон Неймана. L — лента, хранящая информацию, A — автомат, предназначенный для изготовления произвольного автомата согласно информации, закодированной в ленте L, B — автомат для копирования ленты L, C — автомат, координирующий процесс отделения нового изготовленного автомата-потомка от автомата-родителя.

Самовоспроизводящиеся автоматы Дж. фон Неймана	**Сайзеры**
Запоминающая лента *L*	Полинуклеотидная матрица *I*
Автомат *A*, предназначенный для изготовления произвольного автомата согласно информации, закодированной в ленте *L*	Фермент трансляции E_2
Автомат *B*, копирующий ленту *L*	Фермент репликации E_1
Автомат *C*, координирующий процесс отделения автомата-потомка от автомата-родителя	Деление коацерватов в процессе роста сайзеров

Таблица 7.4. Сравнение архитектур автоматов Дж. фон Неймана и сайзеров.

Последним примером моделей молекулярно-генетических систем стоит упомянуть *NK-автоматы С. Кауффмана* (Stuart Alan Kauffman), доктора, теоретического биолога, исследователя комплексных систем, ныне работающего в Институте системной биологии (Сиэтл, США). Автоматы Кауффмана есть сеть из *N* булевых логических элементов. Каждый логический элемент имеет *K* входов и один выход. Сигналы на входах и выходах элементов бинарны, т.е. принимают значения 0 либо 1. Выходы одних элементов поступают на входы других, эти связи случайны, но число входов *K* каждого элемента фиксировано. Сами логические элементы также выбираются случайно. При больших *K* (порядка величины *N*) "жизнь" автоматов стохастична: последовательные состояния аттракторов радикально отличаются друг друга, программы очень чувствительны как по отношению к минимальным возмущениям (случайное изменение одной из компонент выходного вектора *X(t)* в процессе работы автомата), так и по отношению к мутациям (изменение типа элемента или связи между элементами). Если степень связности *K* уменьшается, то такой стохастический тип поведения сохраняется до тех пор, пока *K* не достигнет величины

порядка 2. При $K \approx 2$ поведение автомата принципиально меняется. Влияние минимальных возмущений становится мало, мутации обычно вызывают только слабые изменения динамики функционирования автомата. Только отдельные редкие мутации приводят к радикальным, каскадным изменениям программ автоматов. Длина аттракторов L и число аттракторов M уменьшаются до величин порядка $N^{1/2}$. Такое поведение характеризуют как жизнь на границе хаоса и порядка (“at the edge of chaos”). *NK*-автоматы могут рассматриваться как модель генетической регуляторной системы живых клеток. Действительно, если мы рассматриваем экспрессию определенного гена (синтез соответствующего белка) как зависящую от наличия в клетке других белков, то мы можем аппроксимировать схему регуляции отдельного гена булевым логическим элементом – в результате вся сеть регуляторных связей, определяющая экспрессию генов живой клетки, может быть представлена в виде *NK*-автомата.[1-3]

С.А.Кауффман аргументирует, что именно случай $K \approx 2$ есть адекватная модель молекулярно-генетических систем управления биологических клеточных организмов. Основные моменты этой аргументации состоят в том, что регуляторные генетические системы на границе хаоса и порядка обеспечивают одновременно как необходимую стабильность жизненных программ клеток, так и потенциал для прогрессивных эволюционных улучшений; типичные схемы генной регуляции включают только небольшое число входов от других генов, что согласуется со значением $K \approx 2$; если мы сравним число различных аттракторов *NK*-автомата M при $K = 2$ (вычисленное для разных значений N), с числом различных типов клеток n_{cells} (т.е. с числом различных программ жизни клетки для фиксированного генома) биологических организмов разного эволюционного уровня, то мы получим близкие цифры (рис. 7.61). Например, для человека мы имеем ($N \sim 105$): $M = 370$, $n_{cells} = 254$.

Моделирование общих закономерностей эволюции с использованием эволюционных алгоритмов. Эволюционные алгоритмы моделируют базовые положения в теории биологической эволюции – процессы отбора, мутации и воспроизводства. Такие алгоритмы относят к адаптивным поисковым механизмам, среди которых можно выделить *генетические алгоритмы, генетическое программирование, эволюционное программирование, эволюционные стратегии, дифференциальную эволюцию и нейроэволюцию*.

---

[1] Kauffman, Stuart. The Origins of Order: Self Organization and Selection in Evolution. Oxford University Press. 1993. ISBN 0-19-507951-5.

[2] Kauffman, Stuart. At Home in the Universe: The Search for Laws of Self-Organization and Complexity. Oxford University Press. 1995. ISBN 0195111303.

[3] Huang S., Kauffman S.A. Complex Gene Regulatory Networks – from Structure to Biological Observables: Cell Fate Determination. // In Meyers, R. A. Encyclopedia of Complexity and Systems Science. 2009. Springer. ISBN 978-0-387-75888-6.

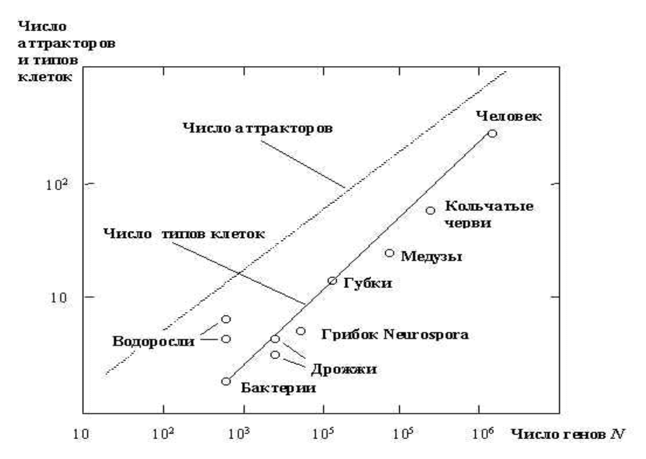


Рисунок 7.61. Сопоставление зависимости числа различных типов клеток от числа генов N (сплошная линия) и зависимости числа аттракторов NK-автоматов при K = 2 от числа логических элементов N (пунктирная линия). По С.А. Кауффману.

Генетические алгоритмы – эвристический алгоритм поиска, включающий в себя случайный перебор моделей поведения (алгоритмов, переменных) и закрепление тех из них, которые ближе всего приводят к искомому результату (то есть генетический алгоритм включает в себя способность к изменчивости и отбору, это основа самоорганизации, эволюции любых сложных систем, в том числе и биологической эволюции, и в частности, эволюции генетической информации, откуда и идёт название этого алгоритма).

Первые работы по симуляции эволюции были проведены в 1954 году Нильсом Баричелли (Barricelli) на компьютере, установленном в Институте перспективных исследований Принстонского университета.[1-2] С 1957 года[3] австралийский генетик Алекс Фразер (Alex Fraser) опубликовал серию работ по симуляции искусственного отбора среди организмов с множественным контролем измеримых характеристик. Симуляция Фразера включала все важнейшие элементы современных генетических алгоритмов. С 1960-х годов компьютерная симуляция эволюционных процессов, описанная в книгах Фразера,[4] стала распространенным видом деятельности среди биологов. Ганс-Иоахим Бремерманн (Hans-Joachim Bremermann) из университета в

---

1 Barricelli Nils Aall. Esempi numerici di processi di evoluzione. 1954. Methodos: 45–68.
2 Barricelli Nils Aall. Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods. 1957. Methodos: 143–182.
3 Fraser Alex. Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction. // Aust. J. Biol. Sci. 1957. Vol. 10: 484–491.
4 Fraser Alex. Computer Models in Genetics. New York: McGraw-Hill. 1970. 192 p. ISBN-10: 0070219044. ISBN-13: 978-0070219045.

Беркли (University of California, Berkeley) в 1960-х опубликовал серию работ, которые также использовали популяцию решений, подвергаемых рекомбинации, мутации и отбору, в проблемах оптимизации. Исследования Бремерманна включали элементы современных генетических алгоритмов.[5]

Генетические алгоритмы стали особенно популярны в начале 70-х годов благодаря работе Джона Холланда (John Holland) и его книге «Адаптация в естественных и искусственных системах» (1975).[6] Его исследование основывалось на экспериментах с клеточными автоматами, а также на его трудах написанных в университете Мичигана. Холланд ввел формализованный подход для предсказания качества следующего поколения, известный как Теорема схем. В 1985 году была проведена Первая международная конференция по генетическим алгоритмам в Питтсбурге, Пенсильвания (США).[7]

Теорема схем, или теорема шаблонов – основная теорема теории генетических алгоритмов, дающая обоснование их эффективности. Впервые сформулирована и доказана Дж. Холландом в 1975 году. Схемой называется подмножество множества всех возможных генотипов, возможных в данной популяции, заданное в виде хромосомы с фиксированными значениями некоторых битов. Остальные биты могут принимать любые значения, образуя примеры схемы. Так, примерами схемы 00**1* являются хромосомы 000010, 000011, 000110, 000111, 001010, 001011, 001110 и 001111. Количество фиксированных битов называется порядком схемы, а расстояние между крайними фиксированными позициями (т.е. разность их номеров) – её определяющей длиной. Порядок вышеприведённой схемы равен 3, а определяющая длина 5 - 1 = 4. Функция пригодности (ФП) схемы – это среднее значение функции пригодности всех её примеров.

Структура данных генетического алгоритма (ГА) состоит из одной или большего числа хромосом (обычно из одной). Как правило, хромосома – это битовая строка, так что термин строка часто заменяет понятие "хромосома". Каждая хромосома (строка) представляет собой конкатенацию ряда подкомпонентов называемых генами. Гены располагаются в различных позициях или локусах хромосомы, и принимают значения, называемые аллелями. В представлениях с бинарными строками, ген – бит, локус – его позиция в строке, и аллель – его значение (0 или 1). Биологический термин "генотип" относится к полной генетической модели особи и соответствует структуре в ГА. Термин "фенотип" относится к внешним наблюдаемым признакам и соответствует вектору в пространстве параметров.

---

[5] Bremermann H.J. Optimization through evolution and recombination. Self Organizing Systems. Spartan Books,Washington, DC. 1962.

[6] Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. // A Bradford Book. Reprint edition. 1992. 211 p. ISBN-10: 0262581116. ISBN-13: 978-0262581110.

[7] Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications: July 24-26, 1985 at the Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pa Editor John J. Grefenstette. Lawrence erlbaum associates, publishers. 1988 Hillsdale, New Jersey Hove and London.

Ниже приведено краткое описание некоторых моделей генетического алгоритма.[1-2]

Канонический генетический алгоритм Холланда (Canonical GA (J. Holland)).[3]

Данная модель алгоритма является классической. Она была предложена Джоном Холландом в его знаменитой работе "Адаптация в природных и исусственных средах" (1975). Часто можно встретить описание простого ГА (Simple GA), он отличается от канонического тем, что использует либо рулеточный, либо турнирный отбор. Модель канонического ГА имеет следующие характеристики:

– Фиксированный размер популяции.
– Фиксированная разрядность генов.
– Пропорциональный отбор.
– Особи для скрещивания выбираются случайным образом.
– Одноточечный кроссовер и одноточечная мутация.
– Следующее поколение формируется из потомков текущего поколения без "элитизма". Потомки занимают места своих родителей.

Модель «Прородитель» Уитни (Genitor (D. Whitley)).[4]

В данной модели используется специфичная стратегия отбора. Вначале, как и полагается, популяция инициализируется, и её особи оцениваются. Затем выбираются случайным образом две особи, скрещиваются, причем получается только один потомок, который оценивается и занимает место наименее приспособленной особи. После этого снова случайным образом выбираются 2 особи, и их потомок занимает место особи с самой низкой приспособленностью. Таким образом, на каждом шаге в популяции обновляется только одна особь. Подводя итоги, можно выделить следующие характерные особенности:

– Фиксированный размер популяции.
– Фиксированная разрядность генов.
– Особи для скрещивания выбираются случайным образом.
– Ограничений на тип кроссовера и мутации нет.
– В результате скрещивания особей получается один потомок, который занимает место наименее приспособленной особи.

Гибридный алгоритм Дэйва Дэвиса (Hybrid algorithm (L. "Dave" Davis)).

Использование гибридного алгоритма позволяет объединить

---

[1] Soraya Rana. Examining the Role of Local Optima and Schema Processing in Genetic Search. // Doctoral Dissertation. 1999. Colorado State University Fort Collins, CO, USA. ISBN:0-599-50833-7.

[2] Darrell Whitley. A genetic algorithm tutorial. // Statistics and Computing. 1994. Vol. 4 (2): 65–85. Doi:10.1007/BF00175354.

[3] Holland John H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. A Bradford Book; Reprint edition. 1992. 211 p. ISBN-10: 0262581116. ISBN-13: 978-0262581110.

[4] Darrell Whitley. A genetic algorithm tutorial. // Statistics and Computing. 1994. Vol. 4(2): 65-85.

преимущества ГА с преимуществами классических методов. Дело в том, что ГА являются робастными алгоритмами, т.е. они позволяют находить хорошее решение, но нахождение оптимального решения зачастую оказывается намного более трудной задачей в силу стохастичности принципов работы алгоритма. Поэтому возникла идея использовать ГА на начальном этапе для эффективного сужения пространства поиска вокруг глобального экстремума, а затем, взяв лучшую особь, применить один из "классических" методов оптимизации. Характеристики алгоритма:
– Фиксированный размер популяции.
– Фиксированная разрядность генов.
– Любые комбинации стратегий отбора и формирования следующего поколения
– Ограничений на тип кроссовера и мутации нет.
– ГА применяется на начальном этапе, а затем в работу включается классический метод оптимизации.[1]

Островная модель генетического алгоритма (Island Model GA).[2]
Представим себе следующую ситуацию. В некотором океане есть группа близкорасположенных островов, на которых живут популяции особей одного вида. Эти популяции развиваются независимо, и только изредка происходит обмен представителями между популяциями. Островная модель ГА использует описанный принцип для поиска решения. Этот вариант генетического алгоритма является одной из разновидностей параллельных ГА. Модель обладает следующими свойствами:
– Наличие нескольких популяций, как правило, одинакового фиксированного размера.
– Фиксированная разрядность генов.
– Любые комбинации стратегий отбора и формирования следующего поколения в каждой популяции. Можно сделать так, что в разных популяциях будут использоваться разные комбинации стратегий, хотя даже один вариант дает разнообразные решения на различных "островах".
– Ограничений на тип кроссовера и мутации нет.
– Случайный обмен особями между "островами". Если миграция будет слишком активной, то особенности островной модели будут сглажены, и она будет не очень сильно отличаться от моделей ГА без параллелизма.

КГК модель Эшельмана (CHC (Eshelman)).
КГК расшифровывается как Cross-population selection, Heterogenous recombination and Cataclysmic mutation. В КГК модели нет мутаций,

[1] Lawrence David Davis. Handbook Of Genetic Algorithms. 1st Edition. Publisher: Van Nostrand Reinhold. 1991. 385 p. ISBN-10: 0442001738. ISBN-13: 978-0442001735.
[2] Simoni P.O., Sao Jose, Silva da J.D. The island model parallel GA and uncertainty reasoning in the correspondence problem. // Neural Networks. 2001. Vol. 3: 2247 – 2252. ISSN: 1098-7576. Print ISBN: 0-7803-7044-9. Doi: 10.1109/IJCNN.2001.938516.

используются популяции небольшого размера, и отбор особей в следующее поколение ведется и между родительскими особями, и между их потомками. В силу этого после нахождения некоторого решения алгоритм перезапускается, причем лучшая особь копируется в новую популяцию, а оставшиеся особи являются сильной мутацией существующих (мутирует примерно треть битов в хромосоме) и поиск повторяется. Ещё одной специфичной чертой является стратегия скрещивания: все особи разбиваются на пары, причем скрещиваются только те пары, в которых хромосомы особей существенно различны (хэммингово расстояние больше некоторого порогового). Таким образом, модель обладает следующими свойствами:
– Фиксированный размер популяции.
– Фиксированная разрядность генов.
– Перезапуск алгоритма после нахождения решения.
– Небольшая популяция.
– Особи для скрещивания разбиваются на пары и скрещиваются при условии существенных отличий.
– Отбор в следующее поколение проводится между родительскими особями и потомками.
– Используется половинный однородный кроссовер (HUX).
– Макромутация при перезапуске.[1]

Генетический алгоритм позволяет создать сложное эффективное поведение за значительно более короткое время, чем без использования процессов самоорганизации. Поэтому такие алгоритмы крайне перспективны для создания сложного, способного приспосабливаться в изменяющейся среде поведения. В качестве примера использования этих алгоритмов в робототехнике можно привести робота, созданного в 2006 году группой исследователей Корнельского университета (рис. 7.62а).[2]

Множество рецепторов на теле роботов поставляют ему информацию о положении в пространстве (и вообще наличии) каждой части его тела, на основе этой информации он строит собственную трёхмерную модель и методом генетических алгоритмов, экспериментируя с виртуальной моделью и проверяя результаты расчётов на практике, находит наиболее эффективный способ движения. Робот меняет алгоритм движения при изменении условий, например, при отнятии одной из конечностей робот эффективно самообучался не терять равновесие и продолжать движение только на трёх конечностях. В 2013 году очень похожий самообучающийся робот был сконструирован

[1] Eshelman L. The CHC adaptive search algorithm. in G. Rawlins. Foudations of Genetic Algorithms. Morgan Kaufmann. 1990. pp. 265-283.
[2] Bongard J., Zykov V., Lipson H. Automated Synthesis of Body Schema using Multiple Sensor Modalities. Proceedings of the 10th Int. Conference on Artificial Life (ALIFE X). 2006. pp.220-226.

также в университете Пьера и Марии Кюри в Париже.[1]

Другой интересный пример самообучающейся машины использующей генетический алгоритм – летающий робот, создание шведских учёных Кристера Вольфа (Krister Wolff) и Петера Нордина (Peter Nordin) из Готенбургского технологического института. Летающий робот имеет подвижные крылья с большой степенью свободы, он способен перемещаться по вертикальному штативу вверх и вниз (рис. 7.62b).[2]

Цель робота: как можно выше подняться над поверхностью стола. Робот имеет рецепторы для определения высоты подъёма своего тела. Приступив к выполнению задачи, робот совершает беспорядочные движения крыльями, находит промежуточные решения, например, опирается крыльями о стол, приподнимаясь на них. Если ему подложить книгу, он начнёт опираться на книгу, а не о стол, так как это ведёт к большей высоте подъёма. Те движения, которые приводят к большей высоте подъёма, сохраняются, другие отбрасываются. Далее начинается комбинация групп успешных движений, с отбором наиболее успешных комплексов движений. Так, наконец, робот за короткий срок сам научился летать, выработал сложный алгоритм движений крыльев, напоминающий движение крыльев шмеля, который и приподнял его над столом максимально высоко. Теоретическая разработка, практическая программная реализация, тестирование такого алгоритма полёта вручную – долгий и кропотливый труд, был реализован генетическим алгоритмом робота за несколько часов без участия человека. Навыки самообучающихся летающих роботов используются для создания орнитоптеров (махолётов). Орнитоптер Robo Raven Мэрилендского университета умеет делать обратное сальто и вводит в заблуждение хищных птиц. Робот может летать со скоростью до 16 километров в час, делать бочки, сальто и крутые пике. Если первые опытные образцы обычно приходилось чинить после удара о землю, то последние версии орнитоптера страдают от нападений ястребов во время испытаний на открытом воздухе.[3]



Рисунок 7.62. а - Робот, созданный сотрудниками Корнельского университета.

[1] Koos S., Cully A., Mouret J-B. Fast Damage Recovery in Robotics with the T-Resilience Algorithm. Doi: 10.1177/0278364913499192. arXiv:1302.0386v1.

[2] Morgan Kaufmann. Creation of a learning, flying robot by means of Evolution. // In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO. 2002. pp. 1279–1285.

[3] http://robotics.umd.edu/news/news_story.php?id=7337

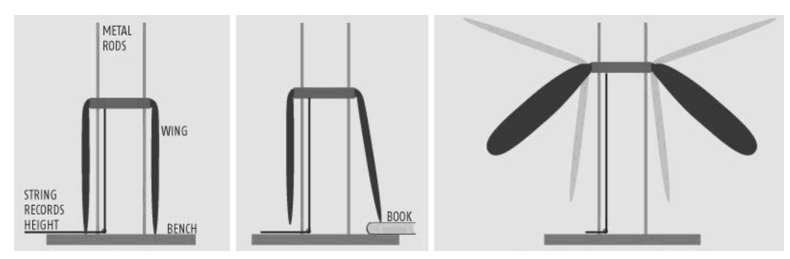


Рисунок 7.62. b - Схема поведения летающего робота.

Самым совершенным и впечатляющим достижением самообучающихся алгоритмов движения сегодня можно считать четвероногих электромеханических созданий компании Boston Dynamics. Роботы этой компании совершенно свободно бегают по естественной местности, имитируя походку млекопитающего их размеров, сохраняют баланс при толчках так, что их не просто сбить с ног. Будучи поваленными на землю, они с лёгкостью поднимаются и продолжают путь. Компания создала прототип робота с колёсами вместо задних конечностей, робот обучился управлять таким телом и поддерживать координацию, как опираясь только на колёса и балансируя передними конечностями, так и используя колёса и передние конечности для движения, в обоих случаях он поддерживает баланс не хуже, чем это делают его четвероногие «собратья» (рис. 7.63).

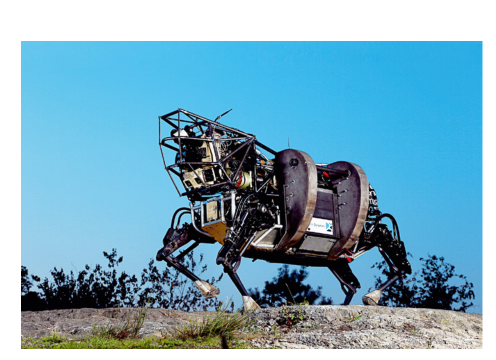




Рисунок 7.63. Роботы Boston Dynamics.

Достоинства и недостатки стандартных и генетических методов решения задач хорошо видны на примере задачи коммивояжера (*TSP – travelling salesman problem*) и задаче о ранце (*Knapsack problem*) – двух классических задач комбинаторной оптимизации.

Суть задачи коммивояжера состоит в том, чтобы найти кратчайший замкнутый путь обхода нескольких городов, заданных своими координатами. Оказывается, что уже для 30 городов поиск

оптимального пути представляет собой сложную задачу, для решения которой использовался широкий ряд новых методов вычислений (в том числе нейросети и генетические алгоритмы). Задача о ранце (рюкзаке) получила своё название от максимизационной задачи укладки как можно большего числа ценных вещей в рюкзак при условии, что общий объём (или вес) всех предметов, способных поместиться в рюкзак, ограничен. Задачи о загрузке (о рюкзаке) и её модификации часто возникают в экономике, прикладной математике, криптографии, генетике и логистике для нахождения оптимальной загрузки транспорта (самолёта, поезда, трюма корабля) или склада. В общем виде задачу можно сформулировать так: из заданного множества предметов со свойствами «стоимость» и «вес», требуется отобрать некое число предметов таким образом, чтобы получить максимальную суммарную стоимость при одновременном соблюдении ограничения на суммарный вес. Существует множество разновидностей задачи о ранце, отличия заключаются в условиях, наложенных на рюкзак, предметы или их выбор: Рюкзак 0-1 (*0-1 Knapsack Problem*) – не более одного экземпляра каждого предмета; ограниченный рюкзак (*Bounded Knapsack Problem*) – не более определённого числа экземпляров каждого предмета; неограниченный или целочисленный рюкзак (*Unbounded Knapsack Problem* (integer knapsack)) – произвольное количество экземпляров каждого предмета; мультипликативный рюкзак (*Multiple Knapsack Problem*) – есть несколько рюкзаков, каждый со своим максимальным весом, каждый предмет можно положить в любой рюкзак или оставить; многомерный рюкзак (*Multy-dimensional knapsack problem*) – вместо веса дано несколько разных ресурсов (например, вес, объём и время укладки), каждый предмет тратит заданое количество каждого ресурса, надо выбрать подмножество предметов так, чтобы общие затраты каждого ресурса не превышали максимума по этому ресурсу, и при этом общая ценность предметов была максимальна.

Естественно, первой идеей является полный перебор всех вариантов. *Переборный метод* наиболее прост по своей сути и тривиален в программировании. Для поиска оптимального решения (точки максимума целевой функции) требуется последовательно вычислить значения целевой функции во всех возможных вариантах и комбинациях, запоминая максимальное из них (соответствующее наиболее короткому общему пути в случае задачи коммивояджера или самой лучшей укладки в случае задачи с ранцем). Недостатком этого метода является огромное число необходимых вычислений. В частности, в задаче коммивояжера потребуется просчитать длины более 1030 вариантов путей, что совершенно нереально. Однако, если перебор всех вариантов за разумное время возможен, то можно быть абсолютно уверенным в том, что найденное решение действительно оптимально.

Второй популярный способ основан на *методе градиентного*

спуска. При этом вначале выбираются некоторые случайные значения параметров, а затем эти значения постепенно изменяют, добиваясь наибольшей скорости роста целевой функции (то есть находят наиболее оптимальное решение в серии случайно выбранных). Градиентные методы работают очень быстро, но не гарантируют оптимальности найденного решения. Они идеальны для применения в так называемых *унимодальных* задачах, где целевая функция имеет единственный максимум, то есть оптимальное решение представляет какую либо одну последовательность обхода городов или одну комплектацию ранца, и чем ближе взятая нами последовательность к оптимальной, тем лучше результат, который улучшается линейно по мере приближения перебираемых последовательностей к единственной оптимальной. Но рассматриваемые задачи, как и большинство задач реального мира, унимодальными не являются, типичная практическая задача, как правило, *мультимодальна* и многомерна, то есть содержит много параметров. Для таких задач не существует ни одного универсального метода, который позволял бы достаточно быстро найти абсолютно точное решение.

Ещё одним методом решения комбинаторой задачи может служить *метод ветвей и границ*. Это вариация метода полного перебора с той разницей, что мы сразу исключаем заведомо неоптимальные решения. Пусть есть оптимальное решение R. Попытаемся его улучшить, рассмотрев решение на другой ветви. Если на рассматриваемой в данной момент ветви решение становится хуже (с какого-то шага), чем R, то прекращаем его исследование и выбираем другую ветвь дерева. Пусть для предыдущего четырёхуровневого дерева есть ограничение $P=5$. Тогда, применяя метод ветвей и границ, можно сократить количество вариантов для перебора с 24-х до 8-ми. Однако метод ветвей и границ работает не для всех наборов данных. Можно привести примеры, в которых время поиска решения этим методом будет таким же, как и для простого перебора.

В отличие от вышеперечисленных линейных методов, основанных на переборе и градиентном спуске, генетический алгоритм сочетает перебор решений с отбором и комбинацией лучших из них, так что если на некотором множестве задана сложная функция от нескольких переменных, то генетический алгоритм – это методика, которая за разумное время находит решение, максимально приближенное к идеальному. Выбирая приемлемое время расчета, мы получим одно из лучших решений, которые вообще возможно получить за это время.

Генетическое программирование. В искусственном интеллекте генетическое программирование – автоматическое создание или изменение программ с помощью генетических алгоритмов. С помощью этой методологии «выращиваются» программы, всё лучше и лучше (в соответствии с определенной функцией приспособленности)

решающие поставленную вычислительную задачу. Выбор способа кодирования программы в генетическом алгоритме – один из основных вопросов генетического программирования. Программа должна быть закодирована в таком виде, чтобы легко было автоматически вносить случайные изменения (оператор мутаций) и объединять два алгоритма в один (оператор скрещивания). Способы кодирования можно разделить на два класса:

Прямое кодирование – генетический алгоритм работает с программой в явном виде.

Косвенное кодирование – генетический алгоритм работает не с самим кодом программы, а с правилами его построения. То есть генетический алгоритм работает с программой, которая генерирует нужную нам программу. Существует развитие этого метода, называемое *метагенетическое программирование* – это генетическое программирование, в котором изменяется и, тем самым, «выращивается» не только заданная компьютерная программа, но и сами применяемые операторы скрещивания и мутации.

Эволюционное программирование – аналогично генетическому программированию, но структура программы постоянна, изменяются только числовые значения. Эволюционное программирование было изобретено доктором *Лоуренсом Дж. Фогелем* (Lawrence J.Fogel) в Национальном Научном Фонде в 1960 году. Фогель рассматривает интеллект как составную часть способности делать предсказания окружающей среды в сочетании с переводом каждого прогноза в подходящий ответ в свете заданной цели. Доктор Фогель провел серию экспериментов, в которых автоматы представляли отдельные организмы. Автоматы – это графические модели, используемые для описания поведения или программного обеспечения и аппаратных средств, поэтому он назвал свой подход эволюционным программированием. Большинство исследований использовали эволюционные программы для распознавания образов. Гипотезы о виде зависимости целевой переменной от других переменных формулируются системой в виде программ на некотором внутреннем языке программирования. Если это универсальный язык, то теоретически на нем можно выразить зависимость любого вида. Процесс построения таких программ строится как эволюция в мире программ (этим метод немного похож на генетические алгоритмы). Если система находит программу, которая точно выражает искомую зависимость, она начинает вносить в нее небольшие модификации и отбирает среди построенных таким образом дочерних программ те, которые повышают точность. Система "выращивает" несколько генетических линий программ, конкурирующих между собой в точности нахождения искомой зависимости.

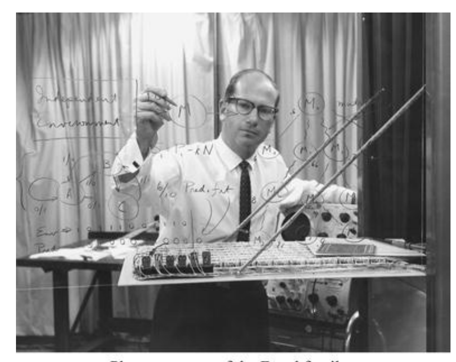

Photo courtesy of the Fogel family

Рисунок 7.64. Лоуренс Дж. Фогель

Лоуренс Дж. Фогель (рис. 7.64) родился 2 марта 1928 года в Бруклине, Нью-Йорк. Фогеля считают пионером в эволюционном исчислении, человеческом анализе факторов, а также отцом эволюционного программирования.
Его интерес к кибернетике берёт начало от раннего исследования человеческого фактора в управлении самолетами и вертолетами. Уже в 1956 году он задумал и сформулировал решение для математической модели человеческого оператора, как части системы управления полетом самолета, которая включала такие качества, как ожидание. Как специалист по проекту, который работает над общей динамикой, он был ответственен за человеческий технический анализ и проектирование систем для укомплектированного самолета. Доктор Фогель получил степень бакалавра в Нью-Йорском университете, а в 1964 году защитил докторскую диссертацию по эволюционному программированию в Калифорнийском университете, Лос-Анджелес. В 1969 году Фогель стал президентом американского общества кибернетики. С 1965-2007 гг. он продолжал применять методы эволюционного программирования к проблемам реального мира в промышленности и медицине. Фогель ушел из жизни 18 февраля 2007 года в Сан-Диего.

Труды:

Fogel Lawrence J. Biotechnology: Concepts and Applications. Prentice Hall, New York. 1963. (reprinted in 2012 by Literary Licensing, LLC. 842 p. ISBN-10:1258316218. ISBN-13: 9781258316211.).

Fogel Lawrence J., Owens A.J., Walsh M.J. Artificial Intelligence Through Simulated Evolution. Wiley. New York. 1966. 170 p. ASIN: B0000CNARU.

Fogel Lawrence J. Human Information Processing. Prentice Hall, New York. 1967. 286 p. ISBN-10: 0134451554. ISBN-13: 978-0134451558.

Amosov N.M., Finegold L., Fogel Lawrence J. Modeling of Thinking and the Mind. Spartan Books. New York, 1967. 192 p. ASIN: B000OFN2L0.

Fogel Lawrence J. Intelligence Through Simulated Evolution: Forty Years of Evolutionary Programming. Wiley-Interscience, New York. 1999. 162 p. ISBN-10: 047133250X. ISBN-13: 978-0471332503.

Эволюционные стратегии – эвристический метод оптимизации в разделе эволюционных алгоритмов, основанный на адаптации и эволюции, похож на генетические алгоритмы, но в следующее поколение передаются только положительные мутации. Метод разработан в 1964 году немецким учёным Инго Рехенбергом (Rechenberg Ingo)[1] и развит в дальнейшем Ханс-Полом Швефелом (Schwefel Hans-Paul)[2] и другими исследователями. Эволюционная стратегия оперирует векторами

[1] Rechenberg Ingo. Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution.Feddes Repertorium. 1975. Vol. 86(5): 337.

[2] Schwefel Hans-Paul. Cybernetic Evolution as Strategy for Experimental Research in Fluid Mechanics (in German). // Diploma Thesis. Hermann Föttinger-Institute for Fluid Mechanics, Technical University of Berlin, March. 1965.

действительных чисел. При поиске решения эволюционной стратегии вначале происходит мутация и скрещивание особей для получения потомков, затем происходит детерминированный отбор без повторений лучших особей из общего поколения родителей и потомков. В качестве мутации часто используется добавление нормально распределённой случайной величины к каждой компоненте вектора. При этом параметры нормального распределения самоадаптируются в процессе выполнения алгоритма.

Дифференциальная эволюция – метод многомерной математической оптимизации, относящийся к классу стохастических алгоритмов оптимизации (то есть работает с использованием случайных чисел) и использующий некоторые идеи генетических алгоритмов. Это прямой метод оптимизации, то есть он требует только возможности вычислять значения целевой функций, но не её производных. Метод дифференциальной эволюции предназначен для нахождения глобального минимума (или максимума) недифференцируемых нелинейных мультимодальных (имеющих, возможно, большое число локальных экстремумов) функций от многих переменных. Метод прост в реализации и использовании (содержит мало управляющих параметров, требующих подбора), легко распараллеливается.

Метод дифференциальной эволюции был разработан Рэйнером Сторном (Rainer Storn) и Кеннетом Прайсом (Kenneth Price), впервые опубликован ими в 1995 году[1] и развит в дальнейшем в их более поздних работах. В его базовом виде алгоритм можно описать следующим образом. Изначально генерируется некоторое множество векторов, называемых поколением. Под векторами понимаются точки *n*-мерного пространства, в котором определена целевая функция $f(x)$, которую требуется минимизировать. На каждой итерации алгоритм генерирует новое поколение векторов, случайным образом комбинируя векторы из предыдущего поколения. Число векторов в каждом поколении одно и то же и является одним из параметров метода. Новое поколение векторов генерируется следующим образом. Для каждого вектора x_i из старого поколения выбираются три различных случайных вектора v_1, v_2, v_3 среди векторов старого поколения, за исключением самого вектора xi , и генерируется так называемый *мутантный вектор* (mutant vector) по формуле: $v = v_1 + F(v_2 - v_3)$, где F – один из параметров метода, некоторая положительная действительная константа в интервале [0, 2]. Над мутантным вектором v выполняется операция «скрещивания» (crossover), состоящая в том, что некоторые его координаты замещаются соответствующими координатами из исходного вектора x_i (каждая координата замещается с некоторой вероятностью, которая также является еще одним из параметров этого метода). Полученный после

---

[1] Storn Rainer, Price Kenneth. Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces. // Technical Report TR-95-012. ICSI. 1995.

скрещивания вектор называется *пробным вектором* (trial vector). Если он оказывается лучше вектора x_i (то есть значение целевой функции стало меньше), то в новом поколении вектор x_i заменяется на пробный вектор, а в противном случае – остаётся x_i. Поисковая система Яндекс использует метод дифференциальной эволюции для улучшения своих алгоритмов ранжирования.

Нейроэволюция – метод, аналогичный генетическому программированию. Но геномы представляют собой искусственные нейронные сети, в которых происходит эволюция весов при заданной топологии сети. Иногда, помимо эволюции весов также производится эволюция топологии сети и системы классификаторов. С помощью *искусственных нейронных сетей* (НС) моделируется процесс научения, эволюции поведения, поиска правильной реакции на внешнее воздействие, решения любых задач с помощью нейронального генетического алгоритма. Так же, как и в случае естественной нейронной сити, самообучение искусственной нейронной сети есть процесс её самоорганизации.

Сегодня создано множество типов нейронных сетей, но все типы НС обладают несколькими общими чертами. Основу каждой НС составляют относительно простые, в большинстве случаев – однотипные элементы (ячейки), имитирующие работу нейронов мозга. Далее под нейроном будет подразумеваться искусственный нейрон, то есть ячейка НС. Каждый нейрон характеризуется своим текущим состоянием по аналогии с нервными клетками головного мозга, которые могут быть возбуждены или заторможены. Он обладает группой синапсов – однонаправленных входных связей, соединенных с выходами других нейронов, а также имеет аксон – выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов. Общий вид искуственного нейрона приведен на рисунке 7.65. Каждый синапс характеризуется величиной синаптической связи, или ее весом wi, который по физическому смыслу эквивалентен электрической проводимости. Эволюционный отбор поведения имеет в своей основе закрепление нейронных паттернов, по которым преимущественно устремляется нервный импульс в ответ на соответствующее воздействие. Определённый путь обработки внешнего сигнала ведёт к определённой ответной реакции на этот сигнал. У живых организмов нейронные паттерны образуются благодаря появлению новых и усилению старых синаптических контактов между нейронами, что ведёт к увеличению электрической

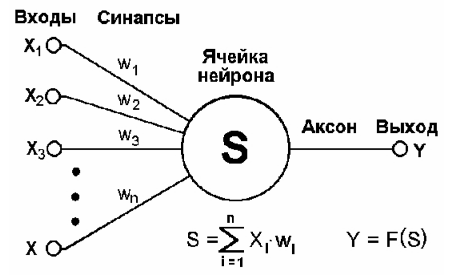


Рисунок 7.65. Искусственный нейрон.

проводимости по ходу какого-либо нейронного пути и статистически более вероятному прохождению импульсов именно по этому пути. В искусственной нейронной сети физически число или площадь синапсов не меняется, но эти изменения имитируются изменением «веса» каждого синапса.

В процессе обучения сеть в определенном порядке просматривает обучающую выборку. Порядок просмотра может быть последовательным или случайным. Некоторые сети, обучающиеся без учителя (например, сети Хопфилда), просматривают выборку только один раз. Другие (например, сети Кохонена), а также сети, обучающиеся с учителем, просматривают выборку множество раз, при этом один полный проход по выборке называется *эпохой обучения*. При обучении с учителем набор исходных данных делят на две части – собственно обучающую выборку и тестовые данные; принцип разделения может быть произвольным. Обучающие данные подаются сети для обучения, а проверочные используются для расчета ошибки сети (проверочные данные никогда для обучения сети не применяются). Таким образом, если на проверочных данных ошибка уменьшается, то сеть действительно выполняет обобщение. Если ошибка на обучающих данных продолжает уменьшаться, а ошибка на тестовых данных увеличивается, значит, сеть перестала выполнять обобщение и просто «запоминает» обучающие данные. Это явление называется переобучением сети или оверфиттингом. В таких случаях обучение обычно прекращают. В процессе обучения могут проявиться другие проблемы, такие как паралич или попадание сети в локальный минимум поверхности ошибок. Невозможно заранее предсказать проявление той или иной проблемы, равно как и дать однозначные рекомендации к их разрешению.

Всем НС присущ принцип параллельной обработки сигналов, который достигается путем объединения большого числа нейронов в так называемые слои и соединения определенным образом нейронов различных слоев, а также, в некоторых конфигурациях, и нейронов одного слоя между собой, причем обработка взаимодействия всех нейронов ведется послойно. Процесс функционирования НС, то есть действия, которые она способна выполнять, зависят от величин синаптических связей, поэтому, задавшись определенной структурой НС, отвечающей какой-либо задаче, разработчик сети должен найти оптимальные значения всех переменных весовых коэффициентов (некоторые синаптические связи могут быть постоянными). Этот этап и называется обучением НС, и от того, насколько качественно он будет выполнен, зависит способность сети решать поставленные перед ней проблемы во время эксплуатации. На этапе обучения, кроме параметра качества подбора весов, важную роль играет время обучения. Как правило, эти два параметра связаны обратной зависимостью и их

приходится выбирать на основе компромисса.

Нейронные сети разных конструкций могут различаться по ряду особенностей своей организации:

– По типу входной информации: аналоговые нейронные сети – используют информацию в форме действительных чисел; двоичные нейронные сети – оперируют с информацией, представленной в двоичном виде.

– По характеру обучения: обучение с учителем – выходное пространство решений нейронной сети известно; обучение без учителя – нейронная сеть формирует выходное пространство решений только на основе входных воздействий (такие сети называют самоорганизующимися); обучение с подкреплением – обучение подкреплённое системой назначения штрафов и поощрений от среды.

– По характеру настройки синапсов: сети с фиксированными связями (весовые коэффициенты нейронной сети выбираются сразу, исходя из условий задачи); сети с динамическими связями (для них в процессе обучения происходит настройка синаптических связей.

– По характеру связей: сети прямого распространения (Feedforward) – все связи направлены строго от входных нейронов к выходным, примерами таких сетей являются перцептрон Розенблатта, многослойный перцептрон, сети Ворда; рекуррентные нейронные сети – сигнал с выходных нейронов или нейронов скрытого слоя частично передается обратно на входы нейронов входного слоя (обратная связь). Рекуррентная сеть Хопфилда «фильтрует» входные данные, возвращаясь к устойчивому состоянию и, таким образом, позволяет решать задачи компрессии данных и построения ассоциативной памяти. Частным случаем рекуррентных сетей являются двунаправленные сети. В таких сетях между слоями существуют связи как в направлении от входного слоя к выходному, так и в обратном. Классическим примером является Нейронная сеть Коско.

Вычислительные системы, основанные на искусственных нейронных сетях, обладают рядом качеств, которые отсутствуют в машинах с архитектурой фон Неймана, но присущи мозгу человека: среди таких качеств можно назвать массовый параллелизм, распределённое представление информации и вычисления, способность к обучению и обобщению, адаптивность. Свойство контекстуальной обработки информации, толерантность к ошибкам, низкое энергопотребление.

Обучение обычно строится так: существует задачник – набор примеров с заданными ответами. Эти примеры предъявляются системе. Нейроны получают по входным связям сигналы – «условия примера», преобразуют их, несколько раз обмениваются преобразованными сигналами и, наконец, выдают ответ – также набор сигналов. Отклонение от правильного ответа штрафуется. Обучение состоит в минимизации штрафа. Неявное, самоорганизованное, спонтанное обучение приводит

к тому, что структура связей становится «непонятной» – не существует иного способа ее прочитать, кроме как запустить функционирование сети. Становится сложно ответить на вопрос: «Как нейронная сеть получает результат?» – то есть построить понятную человеку логическую конструкцию, воспроизводящую действия сети. Это явление можно назвать «логической непрозрачностью» нейронных сетей, обученных по неявным правилам. В работе с логически непрозрачными нейронными сетями иногда оказываются полезными представления, разработанные в психологии и педагогике, и обращение с обучаемой сетью как с дрессируемой зверушкой или с обучаемым младенцем. Возможно, со временем возникнет такая область деятельности – «нейропедагогика» – обучение искусственных нейронных сетей.

До середины 80-х годов нейросети не получали большого развития. Сказалось, прежде всего, отставание практики от теории и несовершенство существующих технологий. Применявшиеся программные модели не могли раскрыть всех достоинств нейронных сетей, ведь любой программный продукт в архитектуре современного компьютера переводится на всё тот же линейный язык машины Тьюринга, а создание их аппаратной реализации требовало колоссальных затрат. Более перспективными считались традиционные большие ЭВМ (мэйнфреймы) перемалывавшие всё большее число нулей и единиц в единицу времени, но быстрый рост числа очень сложных задач заставил вновь обратиться к искусственным нейронным сетям. Компания Intel одной из первых среди гигантов компьютерной индустрии серьезно заинтересовалась возможностями искусственных нейронных сетей. Работы по этой теме были начаты в 1988 году. В следующем году уже был представлен первый рабочий образец нейропроцессора i80170NX. Годом позже Intel (совместно с фирмой Nestor и при финансовой поддержке DARPA) приступила к разработке цифрового нейрочипа Ni1000, который был анонсирован в 1993 году, как i80160NC. Нейросетевой процессор i80170NX ETANN (Electrically Trainable Analog Neural Network) является уникальной в своем роде микросхемой, предназначенной для решения задач распознавания образов.[1-2] Процессор эмулирует работу всего 64 биологических нейронов. Каждый нейрон процессора имеет 128 синапсов (входов). В свою очередь, каждый синапс соединен с входом процессора посредством некоторого устройства, позволяющего задать коэффициент, характеризующий силу этой связи. Данные на входе и выходе процессора аналоговые, но функции управления, установки и чтения весовых коэффициентов – цифровые. Высокопараллельная архитектура, свойственная нейронным сетям, и ряд особенностей

---

[1] Thakoor A. et al. DARPA Program Review. Dec. 1991. Washington, D. C.
[2] Holler M., Tam S., Castro H., Benson R., An Electrically Trainable Artificial Neural Network (ETANN) with 10240 „Floating Grate“ Synapses. // International Joint Conference on Neural Networks, June 1989. Washington, D. C.

построения процессора позволили добиться быстродействия 2 млрд. операций в секунду. i80170NX является сердцем нейронной платы-акселератора для ПЭВМ. Производительность такой платы с восемью процессорами составляет 16 млрд. операций в секунду. Процессор способен распознавать 300 тысяч 128-разрядных образов в секунду. До последнего времени такая производительность была свойственна только лишь суперкомпьютерам.

Сейчас нейропроцессоры используются для обработки ряда задач очень высокой сложности. К ним относится прогнозирование погоды, управление воздушным движением через Атлантику с учетом перемещения воздушных масс, компьютерное моделирование ядерных взрывов и множество других. До последнего времени такие задачами решались (и до сих пор в большинстве случаев решаются) на суперкомпьютерах, однако стоимость подобной техники весьма внушительна. Появление подобных процессоров означает прорыв в решении задач распознавания образов, а значит и распознавания рукописного текста, речи и прочее. Так, японскими специалистами было показано, что с использованием нейронных сетей можно осуществлять синхронный перевод с японского языка на английский.

Помимо процессоров идёт активная разработка других элементов цепей обработки информации, которые позволили бы уйти от линейной, аддитивной архитектуры современных компьютеров. Исследователи из Школы технических и прикладных наук (School of Engineering and Applied Sciences, SEAS) Гарвардского университета разработали первый транзистор, способный самообучаться впроцессе работы. Названное синаптическим транзистором, это устройство самооптимизирует свои электрические и электронные характеристики в соответствии с функциями, которые оно выполняло в прошлом.

Когда определенный нейрон раз за разом посылает другому нейрону через синапс определенный сигнал, то этот синапс через некоторое время перестраивает свою структуру таким образом, чтобы усилить этот вид передаваемого им сигнала, снизить порог возбуждения. Синаптический транзистор, созданный гарвардскими учеными, подражает такому поведению синапса. Для этого транзистор имеет особую структуру, которая во многом повторяет структуру обычного полевого транзистора за исключением небольшого количества специальной ионной жидкости, находящейся в промежутке между изолированным затвором транзистора и его проводящим каналом. Канал синаптического транзистора изготовлен из никелата самария ($SmNiO_3$), а не из легированного кремния, как у обычных полевых транзисторов.

К сожалению, за счет наличия функции самообучения синаптический транзистор имеет более низкую скорость реакции, нежели полевой транзистор. Под реакцией здесь подразумевается изменение силы электрического тока, текущего через канал транзистора,

в ответ на изменение электрического потенциала на управляющем электроде, затворе. За счет наличия ионной жидкости транзистор может запомнить то, что он делал в прошлом и откорректировать проводимость его канала, что достигается за счет перемещения ионов кислорода, насыщающих материал канала транзистора.

Электрическим аналогом "укрепления" синапса является увеличение электрической проводимости канала синаптического транзистора. И при смене рода выполняемых транзистором функций, точнее, при изменении характеристик проходящих через него сигналов может произойти и обратная ситуация, когда проводимость канала транзистора будет уменьшена за счет оттока ионов кислорода назад в ионную жидкость.

Следует отметить, что синаптический транзистор предназначен для работы с непрерывными аналоговыми сигналами, а не прерывистыми цифровыми данными, с обработкой которых достаточно хорошо справляются простые полевые транзисторы. Такая способность дает синаптическим транзисторам, которые являются одним из видов искусственных синапсов, большую гибкость в самостоятельном предварительном поиске методов решения определенной задачи и в дальнейшем улучшении своей работы по решению этой же задачи.

К сожалению, физическая структура гарвардского синаптического транзистора не может обеспечить самостоятельного должного управления значением проводимости его канала. Поэтому для создания необходимых временных задержек и формирования импульсов нужной формы, которые обеспечивают перенос ионов кислорода, используются несложные внешние электронные цепи. Тем не менее, это не является препятствием к созданию на основе синаптических транзисторов сложных схем по типу нейронных сетей, которые будут способны самостоятельно выработать особый вид реакции на определенные значения входных сигналов, и выработать эту реакцию не по заранее заложенной в структуре сети программе, а на основании опыта, приобретенного в ходе выполнения других задач.[1]

Обобщая, можно сказать, что нейроэволюция – это форма машинного обучения, которая использует эволюционные алгоритмы для тренировки нейросети. Существует большое количество нейроэволюционных алгоритмов, которые делятся на две группы. К первой относятся алгоритмы, которые производят эволюцию весов при заданной топологии сети, к другой – алгоритмы, которые помимо эволюции весов также производят эволюцию топологии сети. Принято, что добавление либо удаление связей в сети в ходе эволюции называется усложнением либо упрощением, соответственно. Сети, в которых

---

[1] Jian Shi, Sieu D. Ha, You Zhou, Frank Schoofs, Shriram Ramanathan. A correlated nickelate synaptic transistor. // Nature Communications 4. 2013. Article number: 2676. Doi:10.1038/ncomms3676.

производится эволюция, как связей, так и топологии, называются TWEANNs (Topology & Weight Evolving Artificial Neural Networks). Эволюционные алгоритмы манипулируют множеством генотипов. В нейроэволюции генотип – это представление нейросети. В схеме с прямым кодированием генотип эквивалентен фенотипу, нейроны и связи непосредственно указаны в генотипе. Напротив, в схеме с непрямым кодированием в генотипе указаны правила и структуры для создания нейросети. Непрямое кодирование даёт возможность формирования и использования рекурсивных и нелинейных алгоритмов реализации информации, такое кодирование может привести к появлению эмерджентных структур, к запуску процессов самоорганизации.

Эволюционные модели искусственной жизни. Это синтетические модели, воссоздающие в динамике сам процесс эволюции. Подобные системы являются биологически более реалистичными, чем абстрактные эволюционные алгоритмы, они больше похожи на биологические системы и менее направлены на решение технических задач. Они обладают сложным и интересным поведением и представляют огромный интерес для исследования эволюции, естественного отбора, самоорганизации особей внутри популяции и поиска экологических стратегий выживания. Рассмотрим несколько характерных примеров таких моделей:

Модель ПолиМир Л.Ягера. (PolyWorld (Yaeger, L.)).[1] Модель Ягера одна из типичных моделей искусственной жизни, в которой проведено моделирование достаточно естественного поведения искусственных организмов. Представим себе некое ограниченное виртуальное пространство (стол), на котором могут жить виртуальные организмы. По краям пространство ограничено барьерами. На столе могут вырастать лужайки зеленой пищи. Организмы могут двигаться прямолинейно, поворачиваться, поглощать пищу. Они обладают цветовым зрением. Одни организмы могут вступать в борьбу с другими, при этом побежденные организмы умирают, и их каркас превращается в пищу. Организмы могут скрещиваться, давая потомков. Если организм вступает в борьбу, то он краснеет, если испытывает желание скреститься, – то синеет. Организмы имеют нервную систему, состоящую из искусственных нейронов. Нейронная сеть организма управляет его поведением: дает команды, определяющие действия организма: есть, двигаться, скрещиваться, бороться, поворачиваться, фокусировать зрение на окружающих организм объектах. Поедая пищу (зеленые лужайки или каркасы мертвых особей), организмы пополняют свой ресурс энергии. Проявляя активность (движение,

---

[1] Yaeger L. Computational genetics, physiology, metabolism, neural systems, learning, vision, and behavior or Polyworld: Life in a new context. // In Langton C.G. (ed). Artificial Life III. Addison-Wesley. 1994. pp. 263-298. См. также: http://www.beanblossom.in.us/larryy/PolyWorld.html

повороты, борьба, скрещивание), организмы расходуют энергию. Если ресурс организма становится ниже определенного предела, то организм умирает (и, естественно, превращается в пищу) (рис. 7.66).

Популяция организмов эволюционирует. Размножение организмов происходит в результате скрещивания, гибель – в результате борьбы или от голода. Параметры организма (размер, скорость движения, бойцовская сила, основной цвет и т.п.), а также структура нейронной сети определяются геномом организма. Потомки организмов наследуют гены родителей (часть генов от одного родителя, часть – от другого), при переходе от родителей к потомкам гены испытывают малые мутации.

В процессе моделирования эволюции наблюдалось формирование определенных стратегий поведения животных. Одну из стратегий можно условно назвать "тупая корова": организм движется прямолинейно с максимальной скоростью, поедает все встречающиеся лужайки пищи и скрещивается со всеми, кого встретит. Вторая стратегия – "ленивый каннибал": организм крутится на месте, скрещиваясь или вступая в борьбу с каждым, кто приблизится (поедая каркас соперника в случае победы или погибая в случае поражения). В некоторых компьютерных экспериментах эволюция приводила к появлению стратегии жизни "на краю мира": организмы циркулировали по или против часовой стрелки вдоль барьеров, ограничивающих мир, и это приводило к определенным преимуществам, так как здесь, из-за уменьшения числа степеней свободы для движущихся объектов, организмы чаще находили особей, с которыми можно скреститься или побороться. Эволюция организмов в ПолиМире моделировалась компьютерной программой, содержащей 15000 строк на C++.

«Земля» Т. Рэя (Tierra (Ray, T.S.)): *модель эволюции самовоспроизводящися компьютерных программ.*[1] «Организмы» Тьерры содержат геномы, которые определяют работу программ. Взаимодействия между «организмами» проводят к эволюционному возникновению сложного «биоразнообразия» самовоспроизводящихся программ (рис. 7.67). Если запустить работу простой программы, которая выполняет лишь два действия: самокопируется, заполняя своими копиями весь доступный объём памяти и стирает другие программы, то через определённое время из-за неизбежных ошибок копирования будут возникать «мутанты», часть которых будет иметь преимущества перед родительской программой, например, будет иметь более короткий код и поэтому станет быстрее самореплицироваться или окажется защищена от стирания другими программами и так далее. Конечно, если ошибки

---

[1] Ray T. S. An approach to the synthesis of life. // In : Langton C., Taylor C., Farmer J.D., Rasmussen S. Artificial Life II, Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity. Vol. XI: 371-408. Redwood City, CA: Addison-Wesley. 1992. pp. 371-408. См. также: http://www.hip.atr.co.jp/~ray/tierra/tierra.html

в дочерних программах генерируются искусственно, это кардинально ускоряет процесс эволюции.

Машинный код системы Tierra составляют 32 команды. Каждая из них определена пятиразрядным числом. Таким образом, программа представляет собой конкатенацию этих чисел. Исходная программа может быть преобразована в другую программу путем применения генетического оператора, например, точечной мутации. Зеркальное отражение одного бита дает новую программу. Новая программа может, к примеру, содержать команду «no operation» там, где старая программа имела активную операцию типа перехода. Это не представляет опасности на уровне операционной системы: программа все еще остается выполнимой, хотя и может потерять свои функциональные характеристики и полезность.

Следует отметить, что в среде Tierra нет нужды в явном виде определять функцию приспособленности. В рамках Tierra существуют два ресурса: время вычислений («энергия») и величина памяти («территория»). Очевидно, что организмы, которые захватывают большее количество этих ресурсов, имеют более высокий потенциал выживания.

Tierra вдохновляет исследователей на создание других проектов эволюционирующих программ, таких как проект Avida. Это программа искусственной жизни для исследования эволюции самовоспроизводящихся и эволюционирующих компьютерных программ (цифровых организмов), разработанная Крисом Адами (Chris Adami) и Титусом Брауном (Titus Brown) в Калифорнийском Институте Технологий (Caltech) в 1993 году и развиваемая в лаборатории цифровой эволюции Чарльза Офрия в Университете Мичигана (Charles Ofria's Digital Evolution Lab at Michigan State University) (рис. 7.68).

Tierra моделирует эволюционную систему с помощью программ, соревнующихся за ресурсы компьютера, особенно за процессорное время и доступ к основной памяти. В отличие от Tierra, Avida приписывает каждому цифровому организму его собственный

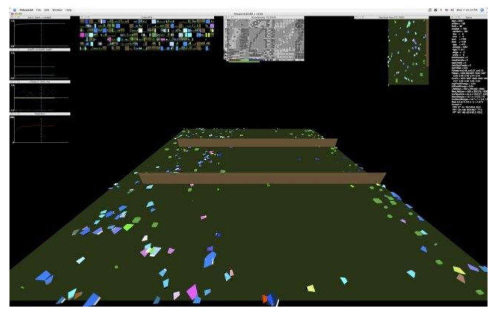


Рисунок 7.66. Снимок игры Polyworld, 1994.

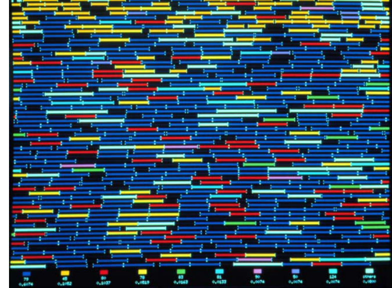


Рисунок 7.67. Визуальный интерфейс модели Tierra.

защищённый участок памяти и собственный виртуальный процессор. По умолчанию, другие цифровые организмы не имеют доступа к общей памяти ни для чтения, ни для записи, а также не могут делать что-либо с кодом, который находится не в их сигменте памяти.

Второе главное отличие заключается в том, что виртуальные процессоры различных организмов могут работать с разной скоростью, и если организм совершает много операций, ему выделяется больше процессорного времени.

Количество цифровых существ проекта Avida перевалило сегодня за миллиард, и они колонизировали более двухсот компьютеров. Цифровые существа, как и живые, также подвергаются мутациям. Исследователи запустили эксперимент, чтобы задокументировать, смогут ли цифровые существа самостоятельно научиться такой сложной процедуре, как побитовое сравнение чисел. В эксперименте с поощрением простых операций было установлено ограничение: 16.000 поколений. После того, как эксперимент повторили 50 раз, оказалось, что в 23 случаях из 50 эволюция смогла породить организмы, которые способны выполнять побитовое сравнение чисел, причем данная функция состояла, как минимум, из 19 строчек компьютерного кода. Что интересно, в каждом из 23 случаев эволюция происходила разными способами. Сейчас ученые решают множество других проблем: коммуникация между организмами, сотрудничество между ними, совместное решение задач и так далее.[1] Программу Avida можно скачать (sourceforge.net/projects/avida) вместе с исходным кодом (3,5 Мб) и создать колонию цифровых животных на своем собственном компьютере.

В 1996 году Энди Парджеллис (Andrew Pargellis) из Бэл лаборатории в Нью-Джерси (AT&T's Bell Laboratories, New Jersey) создал Tierra-подобную систему под названием «Amoeba», в которой происходила саморепликация в произвольном порядке из случайно отобранного исходного состояния. В начале симуляции, 70% от програмной памяти – "супа" засевают клетками, содержащими от 1 до 25 случайным образом выбранных команд. Остальная часть "супа" пуста. «Amoeba» затем

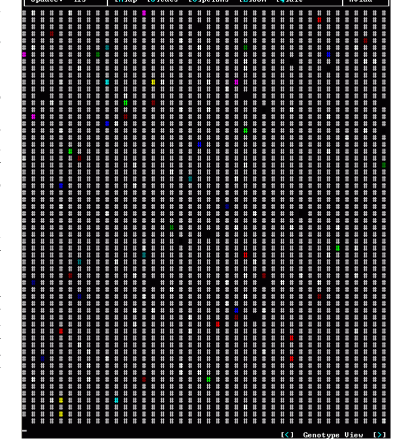


Рисунок 7.68. Карты Avida 2.6.

---

[1] Adami C., Brown C.T. Evolutionary Learning in the 2D Artificial Life Systems Avida. // In: R. Brooks, P. Maes (Eds.). Proc. Artificial Life IV. MIT Press, Cambridge, MA. 1994. pp. 377-381. arXiv:adap-org/9405003v1.

посещает каждую ячейку и выполняет её указания. На данном этапе, большинство клеток будет содержать бессмысленные последовательности инструкций, и их исполнение не будет иметь никакого влияния на "суп". Несколько клеток, однако, случайным образом будут содержать инструкции обращения к другим местам памяти, копирования других инструкций или вирусного поведения – вторжения в другую ячейку и выполнение там своего кода. Когда клетками заполняются все 100% "супа", «амебы» вызывает процедуру "Жнеца", которая убивает 30% клеток, и вводит несколько новых случайных ячеек в суп. Затем начинается новое поколение. Парджеллис обнаружил, что самовоспроизводящиеся последовательности инструкций спонтанно возникают в среднем примерно через 400 поколений. Первоначально такие «саморепликаторы» часто излишне сложны и содержат фрагменты кода, которые не нужны для осуществления какой-либо целенаправленной операции и пропускаются, что напоминает интроны и экзоны реальных генов биологических клеток. Конкуренция клеток за ресурсы процессорного времени и памяти создаёт среду для эволюции и естественного отбора. Всякий раз, когда клетка воспроизводится, есть 10%-ная вероятность, что одна из её инструкций будет мутировать в другую команду. Большинство мутаций расстраивают последовательность команд и прекращают дальнейшую саморепликацию. В 3% случаев, однако, мутация позволяет саморепликации продолжаться, код некоторых из мутировавших клеток оказывался более эффективным, клетки живут дольше и воспроизводятся более эффективно.[1]

Модель Д.Экли и М. Литтмана (Ackley, D. и M. Littman) демонстрирует взаимодействия эволюционного генетического отбора и научения в выработке адаптивного поведения. В пространстве модели агенты живут в двумерном мире, разбитом на клетки. В клетках могут располагаться сами агенты, трава, хищники, деревья, камни. Трава служит пищей агентов. Хищники и другие агенты могут драться с данным агентом, уменьшая его здоровье. Хищники бьют агентов сильнее, чем агенты хищников. Залезая на деревья, агенты становятся недоступными для хищников. Деревья вырастают и погибают. Если дерево погибает, и при этом на дереве сидел агент, то дерево убивает данного агента. Камни являются препятствиями для агентов: если агент сталкивается с камнем, то он теряет при этом часть своего здоровья. Агенты могут скрещиваться, давая потомков. Агенты погибают от голода или теряя здоровье. Погибшие агенты служат пищей для других агентов и хищников.

Эволюция, приспособление к среде, предполагают изменение не только собственных свойств моделируемых объектов, но и их поведения,

[1] Pargellis Andrew. Self-organizing genetic codes and the emergence of digital life. // Complexity. 2003. Vol. 8(4): 69-78.

программы взаимодействия с внешним миром. Поэтому многие существа, населяющие виртуальные модельные миры, обладают хотя бы элементарной нейронной сетью. Практически любую задачу можно свести к задаче, решаемой нейронной сетью. Нейронная сеть должна содержать некую проекцию внешнего мира (по крайней мере, тех элементов внешнего мира, которые затрагивают выживание объекта), его отражение, реализованное в механизме обработки поступающей информации и формировании адекватного поведения.

Популяция агентов эволюционирует: при скрещивании рождаются потомки агентов, которые отличаются от своих родителей. Агенты способны обучаться: их действия определяются нейронной сетью, которая может совершенствоваться в течение жизни агента. Популяция хищников не эволюционирует: все хищники одинаковы, хищники не обучаются, их действия в любой ситуации однозначно определены.

Поведение агентов управляется их нейронной сетью. Входами нейронной сети являются видимая картина мира и внутреннее состояние агентов (количество энергии и здоровья). Агенты видят мир вокруг себя на расстоянии до 4 клеток в 4-х направлениях (север, юг, восток, запад). Мир развивается в дискретном времени. Каждый такт времени нейронная сеть определяет выбор действий агента. Выбор действий очень простой: выбрать одно из 4-х направлений движения. После выбора действия «судьба» агента в следующий такт времени будет однозначно определена, она зависит только от того, что есть в клетке по направлению движения агента. Например, агент может просто переместиться в целевую клетку (если эта клетка пустая), съесть в клетке траву (если она там есть), залезть на дерево (если в целевой клетке есть дерево, и на нем нет агента), удариться о камень, быть ударенным другим агентом или хищником и т.д.

Нейронная сеть состоит из двух блоков: блок поведения, т.е. блок, определяющий действия агента, и блок оценки действий (сокращенно блок оценки), т.е. блок, формирующий цели поведения. Блок поведения состоит из двух нейронов, выходы которых определяют направление движения агента (два бита информации определяют четыре возможных направления). Блок оценки действий состоит из одного нейрона, выход этого нейрона определяет обучающий сигнал. Сигнал имеет простой смысл: он показывает, улучшилось или ухудшилось (с точки зрения блока оценки) состояние агента в данный такт времени по сравнению с предыдущим тактом в результате выполненного действия. Геном агента содержит весовые значения синапсов блока оценки действий и начальные весовые значения синапсов блока поведения. Эти значения изменяются в ходе эволюции. Вес синапсов блока поведения также меняется в ходе индивидуального развития агентов – это изменение и есть обучение. Весовые значения синапсов блока оценки не меняются в

течение жизни агента – это его «врождённый генетический код». Блок оценки играет роль учителя для блока поведения. Сам «учитель» при этом оптимизируется в процессе эволюции.

Модель показала, что одна эволюция без обучения плохо обеспечивает адаптацию популяции агентов. Обучение приводит к лучшей адаптации, но наилучший результат наблюдается в случае совместной работы эволюции и обучения. В этом последнем случае находились агенты, которые не вымирали на протяжении миллиона тактов жизни агентов.

При анализе мутационных замен в генах, ответственных за начальный вес синапсов нейронов блока поведения, и в генах, ответственных за вес синапсов нейронов блока оценки действий, оказалось, что для агентов, живущих на начальных и конечных этапах эволюции (до и после $6 \cdot 10^5$ генераций), распределение скоростей мутаций существенно различалось (рис. 7.69).

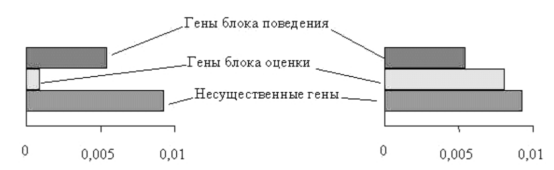


Рисунок 7.69. Скорость мутационных замен (частота замен на один сайт за поколение) для синапсов ответственных за обнаружение травы (две верхних полосы) до (слева) и после (справа) $6 \cdot 10^5$ генераций. Нижняя полоса на обеих диаграммах соответствует несущественным для адаптации генам агентов.

Низкая скорость мутационных замен соответствует важным для агентов генам, высокая скорость – несущественным генам. Этот факт справедлив и для биологических организмов. Повышенная скорость мутаций для несущественных участков белков – одно из основных положений теории нейтральности М. Кимуры.[1-2] Следовательно, на начальной стадии эволюции для агентов более важны гены, кодирующие синапсы блока оценки. То есть, важна процедура обучения поиску пищи: блок оценки говорит: «пища – это хорошо, учись двигаться к пище». Однако после некоторого момента времени для агентов становятся более важными гены врожденного поведения, направленного на движение к пище. Агентам тогда уже не требуется обучаться идти в направлении пищи, так как они и так это делают с самого рождения. Указанное изменение поведения в ходе эволюции можно интерпретировать как *эффект Болдуина*. В 1986 году Дж. Болдуин предложил механизм, согласно которому первоначально приобретенные навыки организмов могут в дальнейшем стать наследуемыми. Эффект Болдуина работает

[1] Kimura M. The Neutral Theory of Molecular Evolution. Cambridge: Cambridge University Press. 1985. 384 p. ISBN: 9780521317931.
[2] Кимура М. Молекулярная эволюция: теория нейтральности: Пер. с англ. М.: Мир. 1985. 394 с

в два этапа. На первом этапе эволюционирующие организмы (благодаря соответствующим мутациям) приобретают свойство обучиться некоторому полезному навыку. Приспособленность таких организмов увеличивается, следовательно, их численность в популяции увеличивается. Но обучение имеет свои недостатки: оно требует энергии и времени. Поэтому возможен второй этап (который называют генетической ассимиляцией): приобретенный полезный навык может быть «повторно изобретен» генетической эволюцией, в результате чего он записывается непосредственно в геном и становится наследуемым. Второй этап длится множество поколений; устойчивая окружающая среда и высокая корреляция между генотипом и фенотипом облегчают этот этап. Таким образом, полезный навык, который первоначально был приобретенным, может стать наследуемым, хотя эволюция имеет Дарвиновский характер. Д. Экли и М. Литтман проанализировали на своей модели и другие особенности взаимодействия между обучением и эволюцией, например, они обнаружили эффект «экранирования»: если уже есть врожденный благоприятный навык, то обучения этому навыку уже не нужно, и оно действительно не происходит.[1]

Прикладное эволюционное моделирование.

Согласованность и эффективность работы элементов биологических организмов, созданных естественной эволюцией, наводит на мысль – можно ли использовать принципы биологической эволюции для оптимизации практически важных для человека систем, создания искусственных устройств, систем, механизмов?

В нескольких модификациях подобные идеи возникали у ряда авторов. В 1966 году Л. Фогель (L.J.Fogel), А. Оуенс (A.J.Owens), М. Уолш (M.J.Walsh) предложили схему эволюции логических автоматов, решающих задачи прогноза. Исследования по прикладному эволюционному моделированию, идейно близкие к работам Л. Фогеля с сотрудниками, были разносторонне развиты в работах И.Л. Букатовой. В 1975 г. вышла основополагающая книга Дж. Холланда (J.H.Holland) “Адаптация в естественных и искусственных системах”[2], в которой был предложен генетический алгоритм, исследованный в дальнейшем учениками и коллегами Дж. Холланда в Мичиганском университете. Примерно в это же время группа немецких ученых И. Рехенберг (I.Rechenberg), Г.-П. Швефель (G.-P.Schwefel) и др.[3-5]) начала разработку

---

[1] Ackley D., Littman M. Interactions between learning and evolution. // In Artificial Life II, edited by Langton C., Taylor C., Farmer J. D., Rasmussen S. Addison-Wesley. 1991. Vol. 10: 487-509.
[2] Holland J. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press, 1975.
[3] Beyer Hans-Georg., Schwefel Hans-Paul. Evolution Strategies: A Comprehensive Introduction. // Journal Natural Computing. 2002. Vol. 1(1): 3–52.
[4] Beyer Hans-Georg. The Theory of Evolution Strategies. Springer. 2001. 381 p. ISBN-10: 3540672974. ISBN-13: 978-3540672975.
[5] Schwefel Hans-Paul. Evolution and Optimum Seeking. New York: Wiley & Sons. 1995. 456 p. ISBN-10: 0471571482. ISBN-13: 978-0471571483.

так называемой эволюционной стратегии. Эти работы заложили основы прикладного эволюционного моделирования.

Эволюционные механизмы, как и механизмы самоорганизации в целом – краеугольный вопрос конструирования систем, сложность которых не позволяет собирать их традиционным, последовательным механическим способом. Главной целью прикладного эволюционного моделирования можно считать создание сложных динамических систем, обладающих устойчивостью в среде, где им приходится работать, будучи частью целого и принимая на себя множество воздействий не редко создающих эмерджентный нелинейный эффект. Такие системы должны быть способны самовоспроизводится, исправлять собственные ошибки и меняться, подстраиваясь под изменяющееся окружение. По сути, создание подобных систем – это создание искусственной жизни. Попытки создания живой системы ведутся различными научными коллективами не первый год. Конечно, речь идёт о создании живой клетки – элементарной единицы живого. В конструировании искусственной жизни можно выделить несколько этапов, где первый – построение живой клетки из уже готовых комплексов биомолекул или встраивание в клетку элементов, созданных человеком. Такая клетка ещё не может считаться полностью рукотворной, поскольку блоки, из которых она собрана, полностью или частично природа делает за нас. Но такие конструкции – предмет исследования клеточных и генных технологий, они позволяют решить ряд технических и фундаментальных проблем при манипулировании с живой клеткой, понять особенности её функционирования и, потенциально, создать улучшенный образец живой системы. Несмотря на потрясающую сложность и удивительную гармоничность устройства живых систем, эта сложность всё же конечна и обладает некоторыми недостатками, отражающими ограничения условий её естественной эволюции. Естественный отбор, основанный на медленном слепом переборе случайно возникающих мутаций, занял миллиарды лет, направленный сознательный поиск, дополненный виртуальным моделированием, ускорит этот процесс на много порядков. Моделирование позволяет сократить время перебора пространства вариантов с миллионов лет до нескольких часов или минут. Кроме того, природа ограничена в поиске путей эволюции теми направлениями, которые дают продуктивный результат на каждом её шаге, нежизнеспособные промежуточные ступени тут не допустимы. Комбинированный эффект из нескольких мутаций, значительно повышающий выживаемость особи, не может быть достигнут, если каждая из этих мутаций по отдельности летальна. Это кардинально ограничивает направления путей эволюции.

Пример органичения пути эволюции структуры белка продемонстрирован Анной Подгорной (Anna I. Podgornaia) и Майклом Лаубом (Michael T. Laub) из Массачусетского технологического

института. Рецепторный белок PhoQ передает сигнал из внешней среды внутрь клетки, взаимодействуя с белком PhoP. Ключевую роль в работе PhoQ играют четыре аминокислотные позиции, образующие «белок-белковый интерфейс» и позволяющие безошибочно распознавать PhoP. После экспериментального исследования свойства всех возможных аминокислотных комбинаций, занимающих эти ключевые позиции, оказалось, что из 160 000 комбинаций 1659 (более 1%) успешно справляются с функцией распознавания PhoP. Это означает, что «белковый код», обеспечивающий узнавание белками друг друга, обладает высокой избыточностью, подобно генетическому коду. При этом эволюционные маршруты от одних «разрешенных» последовательностей к другим, как правило, оказываются длинными и окольными. Это объясняется сильным эпистазом – зависимостью полезности мутации от того, какие мутации успели закрепиться ранее. Возможно, из-за эпистаза эволюция не успевает найти многие потенциально удачные решения, а ее пути становятся до некоторой степени предсказуемыми.[1]

Другой пример ограниченности возможных путей эволюции найден исследователями из Гарвардского университета. Как известно, бактерии приспосабливаются к антибиотикам из группы бета-лактамов (к ним относится, в частности, пенициллин) благодаря мутациям гена, кодирующего фермент бета-лактамазу. В ходе адаптации бактерий к цефотаксиму, антибиотику третьего поколения из группы бета-лактамов, в исходный вариант гена бета-лактамазы было внесено пять мутаций, в результате которых устойчивость к антибиотику возросла в 100 000 раз, причём такой эффект дают только все пять мутаций вместе. Понятно, что одновременное появление сразу пяти «нужных» мутаций маловероятно, значит, на пути к конечной цели эволюционирующий организм должен пройти через промежуточные состояния. Если хотя бы одно из них окажется менее выгодным, чем предыдущее, оно просто не будет закреплено отбором, и конечная цель не будет достигнута.

Теоретически существует 5! = 120 различных траекторий движения от исходного состояния бактерии дикого типа к конечному состоянию. Совокупный эффект комплекса из 2, 3 или 4 мутаций, как выяснилось, ничего общего не имеет с простым суммированием эффектов тех же мутаций, взятых по отдельности. В некоторых случаях природу взаимодействия мутаций друг с другом удалось расшифровать. Например, одна из пяти мутаций сама по себе не увеличивает, а снижает устойчивость к антибиотику (гидролиз цефотаксима происходит медленнее), однако она повышает термодинамическую стабильность фермента. Другая мутация ускоряет гидролиз цефотаксима, но снижает термодинамическую стабильность, и поэтому в целом лишь незначительно повышает устойчивость к антибиотику. Однако двойной

[1] Anna I. Podgornaia, Michael T. Laub. Pervasive degeneracy and epistasis in a protein-protein interface. // Science. 2015. Vol. 347: 673–677.

мутант имеет резко повышенную устойчивость, поскольку его бета-лактамаза за счет второй мутации эффективно гидролизует цефотаксим, а за счет первой – не теряет термодинамическую стабильность. Понятно, что в ходе адаптации (в условиях жесткого отбора на устойчивость к цефотаксиму) первая из этих мутаций может быть зафиксирована лишь после второй.

Оказалось, что из 120 теоретически возможных путей последовательного приобретения пяти мутаций большинство (102) вообще не могут реализоваться, так как требуют на каком-то этапе временного снижения приспособленности (авторы рассматривали упрощенную теоретическую модель, в которой единственным критерием приспособленности является устойчивость к цефотаксиму). Оставшиеся 18 путей очень сильно различаются по вероятности своей реализации. Расчеты показали, что в 99% случаев эволюция «выберет» один из 10, а в 50% случаев – один из двух наиболее вероятных путей.[1]

Сколько же удачных вариантов структурно-функциональной организации, превосходящих существующие по эффективности выполняемых функций, остаются за чертой возможной реализации для естественной эволюции? Основной поиск таких вариантов идёт в направлении поиска новых белков, нуклеиновых кислот, малых молекул, имеющих нужные фармакологические свойства, способных направленно встроиться в сложную биохимическую машину клетки.

Биологи-синтетики пытаются создать новые, не встречающиеся в природе формы ДНК. Стивен Беннер (Steven A. Benner) из Флоридского университета уже более десяти лет назад составил шестибуквенный генетический алфавит, который недавно был использован для быстрого обнаружения вируса атипичной пневмонии.[2] А Джек Шостак (Jack W. Szostak) из Массачусетского госпиталя проводит различные эксперименты с нуклеиновой кислотой TNA, в которой рибоза заменена более простым сахаром.TNA и xDNA, сконструированные Эриком Кулом (Eric T. Kool) из Стэнфордского университета, более стабильны, чем обычная ДНК, и лучше подходят для перепрограммирования клеток.[3]

Следующий этап искусственного конструирования живых систем, на пороге которого мы стоим – создание живой клетки *de novo*. Ряд научных коллективов в разных странах ведёт проекты создания живой клетки как из полностью синтетических элементов, так и естественного строения. В конце мая 2010 года в журнале «Science»

---

[1] Weinreich Daniel M., Delaney Nigel F., DePristo Mark A., Hartl Daniel L. Darwinian Evolution Can Follow Only Very Few Mutational Paths to Fitter Proteins. // Science. 2006. Vol. 312: 111-114.

[2] Yang Z., Hutter D., Sheng P., Sismour A.M., Benner S.A. Artificially expanded genetic information system: a new base pair with an alternative hydrogen bonding pattern. // Nucleic Acids Research. 2006. Vol. 34(21): 6095-6101.

[3] Hernandez A.R., Kool E.T. The Components of xRNA: Synthesis and Fluorescence of a Full Genetic Set of Size-Expanded Ribonucleosides. // Org. Lett. 2011. Vol. 13: 676-679.

вышла статья «Creation of a bacterial cell controlled by a chemically synthesized genome»[1], плод 15-ти лет работы над проектом стоимостью в 40 миллионов долларов. Исследователи использовали тело естественной клетки для того, чтобы встроить в неё искусственно синтезированный геном. Над созданием бактериальной клетки, управляемой химически синтезированным геномом, трудились международные команды исследователей под управлением Дж. Крейга Вентера (Venter), нобелевского лауреата 1978 года Гамильтона Смита (Hamilton O. Smith) и Клайда Хатчисона III (Clyde A. Hutchison III).

Помимо нескольких известных генетических «водяных знаков», которые исследователи ввели в созданный организм, геном искусственного микроорганизма во многом походит на геном микроорганизма *Mycoplasma mycoides*, паразитирующего на организме козлов. Выращенная в чашке Петри синтетическая версия *Mycoplasma mycoides* даже внешне напоминает организм природного происхождения и, как его природные сородичи, способна к самовоспроизведению.
Получение таких искусственных организмов представляет собой непростую задачу – геном *M. mycoides* содержит более миллиона пар нуклеотидов (элементарных букв генетического кода), а с помощью современных технологий синтеза ДНК можно получать нуклеиновые кислоты, состоящие лишь из нескольких тысяч пар нуклеотидов. Для получения полного генома искусственной клетки исследователи использовали способность дрожжей способствовать связыванию небольших по размеру молекул ДНК с помощью ферментов. Это показывает, как полученные химическим путем относительно короткие (около 1000 нуклеотидных пар) цепи ДНК были объединены за счет перекрывания – ферментный аппарат дрожжевых клеток, в которых сшивались фрагменты, распознавал зоны будущего перекрывания и связывал их. Увеличенные по размеру сегменты ДНК, состоявшие из десятков и сотен тысяч нуклеотидных пар, в дальнейшем комбинировались с образованием полноразмерного синтетического генома, который затем переносили в клетку-хозяина – другой организм того же семейства, что и *M. mycoides* – микроорганизм *M. capricolum* (рис. 7.70).

Химики из Института молекул и материалов (Institute for Molecules and Materials) Университета Неймегена имени святого Радбода Утрехтского (Radboud University Nijmegen) впервые создали искусственную клетку, содержащую органеллы, способные осуществлять каскад химических реакций. Ян ван Гест (Jan van Hest) и его аспирант Рууд Петерс (Ruud Peters) создали свои органеллы, заполнив мельчайшие сферы химическими веществами и поместив их в каплю воды, которую хитро покрыли полимерным слоем

[1] Gibson D.G., Glass J.I., Lartigue C. et al. Creation of a bacterial cell controlled by a chemically synthesized genome. // Science. 2010. Vol. 329(5987): 52-6. Doi: 10.1126/science.1190719.

полибутадиена-b-поли (этилен оксид) полимерсома (poly(butadiene)-b-poly(ethylene oxide) polymersomes), имитирующим клеточную стенку. Вся созданная учеными структура весьма напоминает по строению эукариотную клетку естественного происхождения. Более того, внутри этой искусственной структуры начали протекать многоступенчатые химические реакции, которые полностью повторяют весь путь преобразований белков и ферментов в живых клетках. Используя явление флюоресценции, ученым удалось проследить полный путь цепи химических превращений, происходящих внутри различных частей синтетической клетки, и это стало доказательством того, что им удалось создать полимерную клетку с функционирующими органеллами. Сейчас исследователи работают над способами управления перемещением различных химических компонентов в пределах клетки от одной органеллы к другой.[1]

Работы по искусственному созданию клетки опираются на синергетическую парадигму, поскольку предпологают самосборку молекулярных комплексов клеток как открытых динамических систем. Создание реальных живых или подобных живым организмов не единственный путь реализации прикладного моделирования самоорганизующихся биологических систем. Живой организм можно создать и в виртуальном пространстве.

В рамках проекта OpenWorm, стартовавшего в начале 2011 года, была создана функционирующая математическая модель куглого червя *Caenorhabditis elegans*, которая была заявлена как первый в мире цифровой живой организм и первый шаг на пути к имитации больших биологических систем. Конечная цель проекта – попытка построить полную виртуальную модель червя. На данном этапе идёт построение симуляции нервно-мышечной системы червя, состоящей из 302

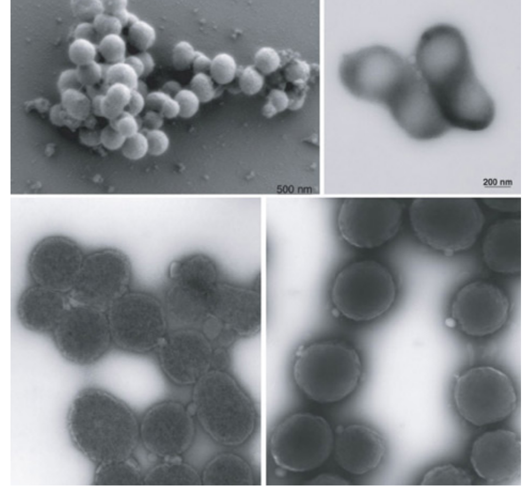


Рисунок 7.70. Бактерия с искуственно созданным геномом M. Mycoides. (фото Daniel G. Gibson et al. Science).

[1] Ruud J. R. W. Peters, Maïté Marguet, Sébastien Marais, Marco W. Fraaije, Jan C. M. van Hest, Sébastien Lecommandoux. Cascade Reactions in Multicompartmentalized Polymersomes. // Angewandte Chemie International Edition. 2014. Vol. 53(1): 146–150. Doi: 10.1002/anie.201308141.

нервных и 95 мышечных клеток на базе микропроцессора, собраного из конструктора Lego Mindstorms EV3.

Круглый червь *C. elegans* имеет одну из наиболее простых нервных систем, изучена структура соединений между ними (коннектом). Всего в организме червя чуть менее тысячи клеток, все они идентифицированы и описаны в научной литературе, поскольку *C. elegans* является популярным модельным организмом. Также полностью прочитан геном червя, описано множество мутаций, поведение червей и т. п. При столь низком числе нейронов использование двухфотонной микроскопии может позволить описать полную нейронную активность живого организма. С помощью оптогенетических технологий будет возможно полностью описать нейродинамику организма.

При моделировании многоклеточного организма червя исследователи ставят две основные технические проблемы: моделирование нейронных и электрических свойств нервной системы в процессе обработки информации и, затем, моделирование механических свойств тела в процессе движения. Свойства нейронов моделируются уравнениями Hodgkin Huxley, а механические свойства – алгоритмом Smoothed Particle Hydrodynamic. Команда OpenWorm создала программу Geppetto, которая интегрирует в себе эти алгоритмы и, благодаря своей модульности, может моделировать другие биологические системы (например, пищеварение). Также командой была создана среда NeuroConstruct, которая описывает структуры нейронов в формате NeuroML (рис. 7.71). С помощью NeuroConstruct был реконструирован полный коннектом *C. elegans* (рис. 7.72). В формате NeuroML была создана модель мышечной клетки. Однако на текущий момент модели включают в себя лишь простейшие реакции, но не электрические или механические свойства. На следующей стадии проекта участники соединят мышечную клетку с шестью нейронами и изучат их взаимодействие.

В дальнейшем процесс будет повторяться для остальных мышечных клеток. В процессе создания полной модели живого существа *in silico* будут созданы новые средства и методы, которые упростят моделирование более сложных организмов.[1-3]

OpenWorm не единственный проект по моделированию C. elegans. Параллельный проект Nemaload – исследовательская программа по эмпирическому поиску биологических фактов, которые потребуются

[1] Palyanov A., Khayrulin S., Larson S.D., Dibert A. Towards a virtual C. elegans: A framework for simulation and visualization of the neuromuscular system in a 3D physical environment. // In Silico Biology. 2012. Vol. 11(3): 137 –147.
[2] Gewaltig M.-O., Cannon R.Current practice in software development for computational neuroscience and how to improve it. // PLoS Computational Biology. 2014. Vol. 10(1): e1003376. Doi:10.1371/journal.pcbi.1003376.
[3] Openworm is going to be a digital organism in your browser // Venturebeat, 2014-04-30

для полноценной симуляции червя «снизу вверх». Основатель Nemaload, David Dalrymple, активно отрудничает с проектом OpenWorm.

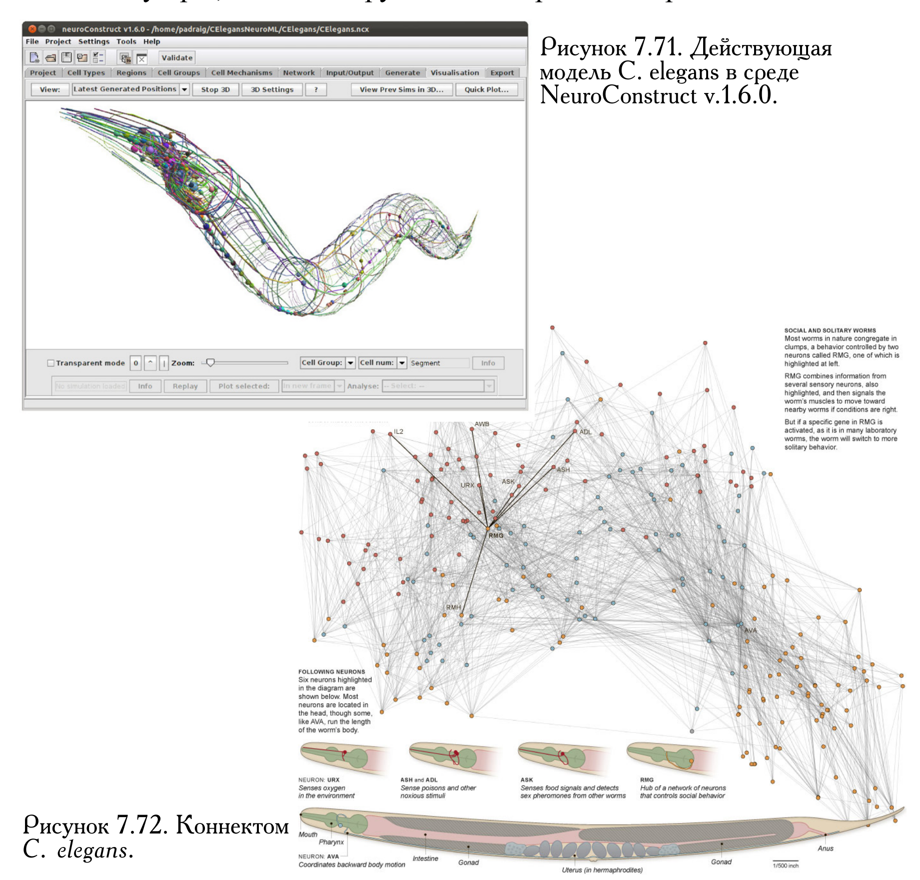


Рисунок 7.71. Действующая модель C. elegans в среде NeuroConstruct v.1.6.0.

Рисунок 7.72. Коннектом *C. elegans*.

Динамические модели дают нам ключевую информацию при исследовании нелинейной динамики биосистем. Несмотря на присущие моделям ограничения, основанные на использовании недостоверных исходных допущений, ограниченных возможностях получения нужной информации, вкладываемой в модель, моделирование служит самым информативным источником исследования функционирования живых систем, позволяя собрать информацию, необходимую для предсказания дальнейшего развития, направленного воздействия, контроля за эволюцией системы и даже воссоздания её *de novo*, в материальном или виртуальном пространстве. Предсказание поведения биосистемы, генезис её структуры, рождение новой информации

в процессе её эволюции, системы правил, принципов и законов, управляющих её развитием, поиск условий, необходимых для сохранения жизнеспособности и устойчивости биосистемы – все эти вопросы решаются, прежде всего, с помощью моделирования, делая создание модели исследуемой системы основной и зачастую абсолютно необходимой методологией исследования.

Глава 8. Фрактальная геометрия

Fractal geometry will make you see everything differently. There is danger in reading further. You risk the loss of your childhood vision of clouds, forests, flowers, galaxies, leaves, feathers, rocks, mountains, torrents of water, carpets, bricks, and much else besides. Never again will your interpertation of these things be quite the same.
Michael F. Barnsley

Расцвет фрактальной геометрии связан с именем Бенуа Мандельброта (Benoit Mandelbrot), американского математика французского происхождения, родившегося в Варшаве в 1924 году, работавшего во Франции и США, математика из нью-йоркского исследовательского центра корпорации IBM, профессора математики Йельского университета.

Мандельброт долго создавал свою картину мира. В математике он всегда был мастером на все руки, и это естественно для учёного, владеющего универсальным языком мирозданья. Перед математиком ставят задачу, описывают проблему, и он решает её, в какой бы области она не лежала, всё тем же языком цифр, логических связей. Математик в этом отношении – прикладник, он часто не столько открывает новое, сколько разъясняет и формализует старое. В числе прочего Мандельброт занимался экономикой – изучением распределения малых и больших доходов в финансовой сфере. Однажды Хаутхаккер (Hauthakker H.S.), профессор экономики Гарвардского университета, пригласил его на беседу. Приехав в Литтауэровский центр (Littauer Center), величественное здание факультета экономики (рис. 8.1),



Рисунок 8.1. Литтауэровский центр Гарвардского университета, Кембридж.

Мандельброт обнаружил на грифельной доске коллеги свою диаграмму. Но удивлён оказался не только гость, но и хозяин, профессор никак не мог взять в толк, о чём говорит Мандельброт, ведь диаграмма не имела ничего общего с распределением доходов, она отражала изменение цен на хлопок за последние 8 лет.[1-2] Впрочем, и сам Хаутхаккер усматривал нечто странное в своём графике. Экономисты всегда считали, что цены на хлопок варьируют как предсказуемым, так и совершенно случайным образом: краткосрочные колебания в принципе не предсказуемы и хаотичны, долгосрочные же отражают собой экономические кризисы и подъёмы, войны и времена расцвета, поэтому гораздо более распознаваемы. Но построенный Хаутхаккером график не желал принимать форму функции нормального распределения. Мандельброт ввёл в компьютер данные цен на хлопок и запросил дополнительные сведения до 1900 года. Он не отдавал предпочтения ни мелкому, ни крупному масштабу, ни дням, ни десятилетиям – его интересовала целостная картина, он пытался найти некую целостную симметрию, не столько правого и левого или верхнего и нижнего, сколько симметрию крупных и мелких масштабов. И действительно, когда Мандельброт проанализировал данные на компьютере, он обнаружил в скачках цен интересную закономерность: каждый отдельно взятый скачок цены был случайным и непредсказуемым, однако, последовательность таких изменений не зависела от масштаба. Кривые, изображавшие дневные скачки, и те, что воспроизводили месячную динамику, прекрасно соответствовали друг другу, то есть, если убрать подписи к шкале времени, посмотрев на график, вы не сможете определить, изменения за какой временной интервал отражает график: за день, месяц, год или десятилетие. Невероятно, но степень вариативности за неспокойные 60 лет, на которые выпало две мировые войны и Великая депрессия, осталась неизменной. Если мы возьмём месячный участок годового графика, и растянем его на всю шкалу, отразив при этом благодаря лучшему разрешению скрытые ранее детали более кратковременных флуктуаций цен, мы получим картину, статистически схожую с той, что была на годовом графике (рис. 8.2).

Мандельброт искал и находил малоизвестные факты, которые становились основой его жизненного труда, в разных областях науки, исследовал теорию игр, писал об упорядоченности масштабов в распространении больших и малых городов, занимался математической лингвистикой, пытаясь истолковать закон распределения языковых единиц (последний вопрос привлёк его внимание, как он позже утверждал, когда наткнулся на статью в книжном обозрении,

[1] Hauthakker H.S. The Pareto-Distribution and Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis. // Rev. Econ. Stud. 1955/56. Vol. 23(1): 27-31.
[2] Houthakker H.S. Revealed preferences and the utility function. // Economica (New Series). 1950. Vol. 17: 159-174.

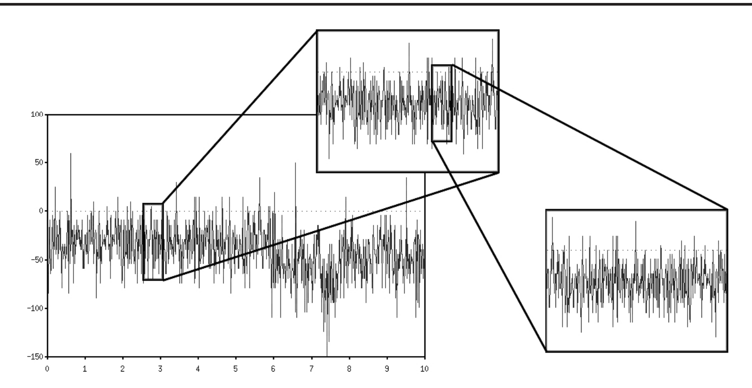


Рисунок 8.2. Масштабное самоподобие графика флуктуации цен.

которое он выудил из мусорной корзины знакомого математика, чтобы было, что почитать в метро). Но то общее, что связывало все его труды в одно целое, оставалось ещё в тени, не получив завершения.

Мандельброта попросили заняться шумами, периодически возникающими в телефонных линиях. Проанализировав распределение шумов, Мандельброт обнаружил, что хотя шумы появлялись случайно, в этом хаосе был и порядок: шумы группировались в виде кластеров. Кластеризация приводила к тому, что подсчитать средний уровень шумов в день, час, минуту или секунду оказалось невозможно. Не было временного промежутка, в течение которого распределение погрешностей стало бы непрерывным. Внутри каждого «пучка» шума всегда будут наблюдаться моменты абсолютно чистой передачи. С другой стороны, мелкие кластеры группируются в кластеры следующего порядка, и мы не знаем, находимся ли мы в периоде очередного суперкластера, который увеличивает общий уровень шумов, или между кластерами. Такая кластерная структура может простираться до бесконечности по шкале кластеризации, поэтому, на каком бы большом промежутке времени мы не определяли средний уровень шумов, всегда окажется, что в следующем таком же временном промежутке среднее будет отличаться, так как мы выйдем из суперкластера, по времени сопоставимого со временем нашего эксперимента, или, наоборот, войдём в него. Мандельброт обнаружил устойчивое отношение между периодами ошибок и чистой передачи и нашёл абстрактную конструкцию, описывающую паттерн кластеризации – последовательность Кантора, названная по имени великого математика второй половины XIX – начала XX вв. Для его построения надо взять отрезок, удалить треть из его середины, останутся два крайних отрезка, которые подвергаем той же процедуре. Повторяя эту операцию до бесконечности, мы получим «пыль» точек, собранных в кластеры (множество Кантора, названное также Канторовой пылью) (рис. 8.3). Углубляясь в очередную «точку»,

мы всегда будем находить в ней пустоту. Мандельброт рассматривал погрешности в передаче информации, как последовательность Кантора во времени.

Сделанные Мандельбротом выводы подсказали, что увеличивать силу сигнала в целях устранения большего количества шумов бесполезно, всё равно найдётся шум ещё большей силы. Разумнее остановить выбор на сравнительно слаботочной связи, смириться с неизбежностью погрешностей и использовать стратегию дублирования сигналов для исправления ошибки. Благодаря Мандельброту инженеры корпорации изменили свои взгляды на причину шумов: раньше внезапное появление помех списывали на то, что где-то техник орудует отвёрткой, но построенная учёным модель доказала, что нельзя объяснять природу помех специфичными локальными явлениями, это природа белого шума, неизбежного в любой электроцепи.

Современные исследования, проводимые в AT&T Laboratories,



Рисунок 8.3. Несколько первых шагов построения последовательности Кантора (сама последовательность не видна, так как состоит из кластеров бесконечно маленьких точек).

показали, что кривая голосового трафика телефонной сети выравнивается при увеличении масштаба, мгновенные изменения компенсируют друг друга, но кривая интернет трафика действительно обладает самоподобием в широком диапазоне масштабов. По словам Роберта Калдербанка (Robert Calderbank), вице-президента по информационным наукам в AT&T Labs, самоподобие здесь объясняется тем, как люди используют интернет соединения. Длины интернет-сессий различаются в диапазоне от 6 до 7 порядков. В результате, поток данных в сети математически напоминает феномен турбулентности. Эти данные позволят сетевым инженерам переработать эмпирические правила, которые они использовали в течение 70 лет при организации сетей (в том числе ещё телефонных сетей), а также спроектировать маршрутизаторы, использующие более сложные алгоритмы работы с трафиком, позволяющие уменьшить задержки в интернет соединениях.[1]

Для установления соответствия между вариабельностью параметров, взятых в разных масштабах, необходим ряд измерений, проделываемых в течение довольно длительного времени. Египтяне тысячелетиями ежегодно фиксировали уровень Нила для оценки

[1] Herb Brody. The Fractal Net. AT&T breaks the code for Internet traffic. 1999. http://www.technologyreview.com/article/400378/the-fractal-net/

будущих урожаев. Мандельброт выделил из динамики ежегодного изменения уровня воды в реке два типа эффектов. Первый эффект он назвал эффектом Ноя. Это скачок, отсутствие последовательности, разрыв, количественная величина, изменяющаяся сразу. Второй эффект – эффект Иосифа – символизирует периодичность. В книге «Фрактальная геометрия природы» Мандельброт, предложивший эти термины, пишет: «В истории Ноя сложно не увидеть иносказательного повествования о неравномерности выпадения осадков на Ближнем Востоке, а в истории Иосифа – о том, что дождливые и засушливые годы имеют тенденцию группироваться по нескольку подряд». Периоды наводнений и засухи действительно наступают вновь и вновь, чередуясь друг с другом. Хотя подобное кажется случайностью, но чем дольше та или иная определённая местность страдает от засухи, тем больше вероятность, что засушливые периоды повторятся. Более того, математический анализ колебаний уровня Нила выявил, что подобное постоянство наблюдалось как десятилетиями, так и веками, то есть последовательности, как и в случае с шумами в электроцепи, стремятся объединиться в кластеры.

Экономисты полагали, что цены меняются непрерывно в том смысле, что проходят – быстро или медленно – через все уровни, лежащие на пути от одной точки к другой. Этот образ движения, заимствованный из физики, был ложным: цены могут совершать мгновенные скачки, так что стратегия фондовой биржи обречена на провал, если доллар надо продавать за 75 рублей, пока курс рубля снижается с 70 до 80 рублей за доллар: момента, когда рубль стоит 75 рублей, может просто не быть (рис. 8.4).

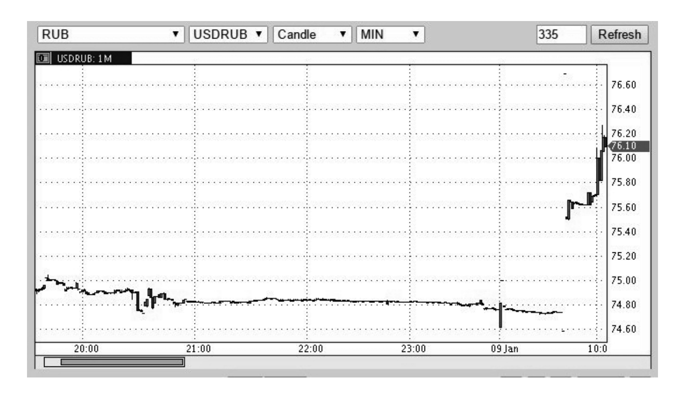


Рисунок 8.4. Эффект Ноя. При открытии на Московской бирже в первый рабочий понедельник 2016 года торги по доллару начались сделками в диапазоне 75,6-76,31 рубля, в среднем за четыре минуты курс составил 76,01 рубля (+1,25 рубля к отметке предыдущего закрытия).

Отсутствие непрерывных последовательностей, внезапные вспышки помех, множество Кантора – им не было места в геометрии двух прошлых тысячелетий. Формы классической геометрии и формы природы не имеют сходства. Облака далеки по форме от сфер, горы совсем не конусы, молния не прямая линия. Часто впадины и сплетения содержат в себе больше полезной информации о природе явления, чем классические формы.

Исследования образцов неупорядоченности в естественных процессах и анализ бесконечно сложных форм привели, наконец, Мандельброта к центральной концепции его мировоззрения – внутреннему подобию. Внутреннее подобие представляет собой симметрию, проходящую сквозь масштабы, повторение большого в малом. Изменения во времени цен и уровня рек, распределения городов и больших и малых землетрясений обнаруживали подобие, поскольку воспроизводили одну и ту же деталь во всё более малых масштабах.

Неприменимость традиционных геометрических методов для описания реальных природных объектов чётко выявилась для Мандельброта, когда он познакомился с феноменом береговой линии, описанным Льюисом Ричардсоном и изложенным Мандельбротом в его статье «How long is the coast of Britain?».[1] Незадолго до 1951 года, Льюис Фрай Ричардсон (Lewis Fry Richardson), в исследовании возможного влиянии длины границы на вероятность войны, заметил, что португальцы в предоставленных ими измерениях границы с Испанией, сообщили протяжённость в 987 км, но Испания сообщила ее как 1214 км. Это было началом проблемы береговой линии, которую математически сложно измерить ввиду нерегулярности самой линии. Ричардсон проштудировал энциклопедии Испании и Португалии, Бельгии и Нидерландов и обнаружил 20% расхождение длины береговой линии, взятое из различных источников. Это разногласие появилось из-за различной методологии измерения береговой линии. Чем ближе приближаешься к контуру береговой линии, чем с более крупного масштаба её рассматриваешь, тем более мелкие изгибы становятся заметны. Чем точнее описывать изгибы береговой линии, тем больше получится её общая длина (рис. 8.5). То есть, общая длина такого изрезанного при всех масштабах объекта зависит от длины мерки, которой производят измерение. Бесконечное уменьшение мерки приводит к бесконечному росту общей длины. Длина этого природного объекта зависела от методологии измерения, у береговой линии не было постоянной длины, геометрия Эвклида не позволяла постичь сущность такой неправильной формы, описать её с помощью какого-либо константного, неизменного значения, например, длины, площади,

[1] Benoît Mandelbrot. How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. // Science, New Series. 1967. Vol. 156(3775): 636-638. Doi:10.1126/science.156.3775.636.

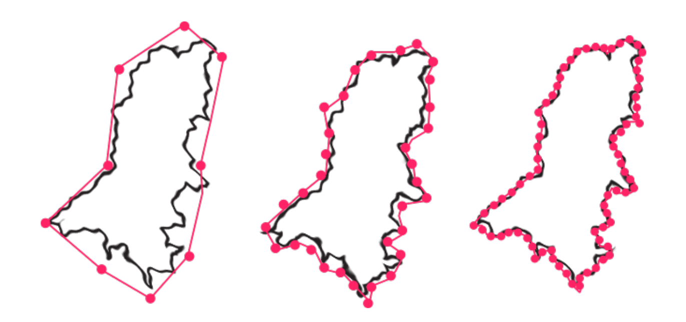


Рисунок 8.5. Если береговая линия Великобритании измеряется с использованием линейки в 100 км (62 мили) в длину, то длина береговой линии составляет около 2800 км (1700 миль). С единицей в 50 км (31 миль), общая протяженность составляет около 3400 км (2100 миль), примерно на 600 км (370 миль) длиннее.

объёма. Мандельброту пришло в голову отталкиваться от идеи размерности. Точка имеет нулевую размерность, линия одномерна, плоскость двумерна, пространство, имеющее длину, высоту и ширину – трёхмерно.

А сколько измерений у клубка бечёвки? Ответ зависит от уровня восприятия:

– с большого расстояния это точка с нулевой размерностью,

– ближе клубок превращается в сферу с тремя измерениями,

– ещё ближе мы можем различить саму бечёвку – одномерный объект, скрученный так, что задействует трёхмерное пространство,

– при следующих приближениях мы видим саму бечёвку как трёхмерный объект, затем одномерные волокна, из которых сплетена бечёвка, частицы с нулевой размерностью – отдельные атомы, и т.д.

Представление о том, что численный результат измерений зависит от отношения объекта к исследователю, после открытий квантовой физики и теории относительности вписывается в понятия современной физики. Но ахиллесова пята этих рассуждений – понятия «ближе», «дальше», а как же в промежутках? Для характеристики промежуточных состояний Мандельброт ввёл дробную размерность. Дробная размерность позволила численно описать характеристики, которые не могут быть чётко определены другим путём: степень неровности, прерывистости или неустойчивости объекта. Создавая свою геометрию, Мандельброт выдвинул закон о неупорядоченных формах, которые встречаются в природе. Закон гласил: степень нестабильности постоянна при различных масштабах.

Для описания подобных неровных, прерывистых, не вписывающихся в эвклидову систему объектов, Мандельброт ввёл термин фрактал (лат. «*fractare*» – ломать, дробить; «*fractus*» – расчлененный, разбитый, англ. «*fractal*» – дробный).

Фрактал образуется путем бесконечного повторения (итерации) какой-либо исходной формы во все уменьшающемся (или увеличивающемся) масштабе по определенному алгоритму, т.е. в соответствии с определенной математической процедурой. Математически, фрактальная кривая имеет бесконечную длину, ни при каких масштабах не сводится к прямой и для неё не существует понятия касательной в точке, так как функции, описывающие эти кривые, являются в общем случае не дифференцируемыми. Впервые непрерывная, но нигде не дифференцируемая функция была введена в обращение Вейерштрассом (Karl Weierstrass, 1815–1897). Довольно наглядны такие фракталы, как кривая Коха, названная в честь шведского математика Helge von Koch, который впервые описал её в 1904 году (рис. 8.6) и треугольник Серпинского (рис. 8.7). На первом из рисунков показано три шага построения кривой Коха: на первом шаге средняя треть прямого отрезка изгибается в форме треугольника, на втором шаге каждый из четырёх получившихся прямых отрезков также изгибается в средней трети в форме треугольника, эта процедура повторяется до бесконечности, в результате получаем бесконечно изломанную прямую, буквально заполняющую собой определённую зону двумерного пространства. Такая бесконечно сложная форма, что важно, получается благодаря очень простому правилу, зацикленному при помощи итерационного процесса. Вообще, фрактал, это не столько структура, сколько процесс, алгоритм бесконечной самоподобной трансформации изображения, полностью построенный фрактал отобразить невозможно, реально отображаются несколько шагов итерации фрактальной структуры, насколько позволяет размер и разрешение изображения. На рисунке 8.7 отображены шесть шагов построения треугольника Серпинского, здесь трансформируется не одномерная прямая, а двумерная плоскость, принцип тот же. В результате получаем бесконечно перфорированный треугольник, каждая сплошная плоскость которого на следующем шаге перфорируется в форме треугольника.

Способность одномерной фрактальной линии, подобной кривой Коха, заполнять бесконечными изгибами определённую долю двумерной плоскости или способность фрактальной плоскости, подобной треугольнику Серпинского, бесконечно уходить из двумерной плоскости (ведь у этого фрактала не остаётся не перфорированных плоскостей), так же как способность Канторовой пыли, рассмотренной выше, уходить даже из одного измерения, (этот фрактал не имеет не перфорированного участка прямой какой бы то ни было протяжённости), всё это сообщает фракталам ещё одно свойство – дробную размерность. Размерность кривой Коха больше единицы, канторовой пыли – меньше единицы, треугольника Серпинского – меньше двух. *Дробная (или фрактальная, что одно и тоже) размерность – наравне с*

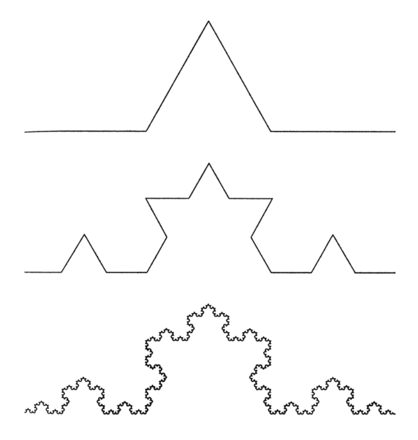


Рисунок 8.6. Построение кривой Коха.

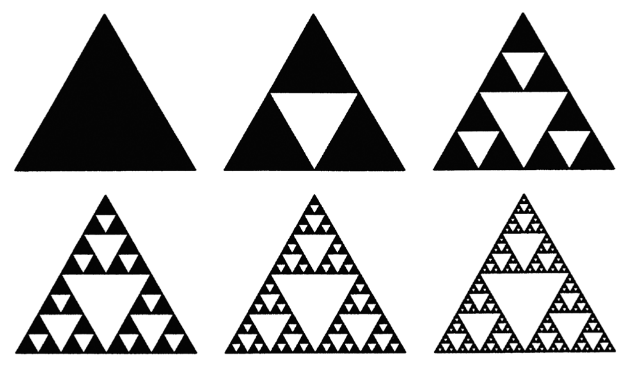


Рисунок 8.7. Построение треугольника Серпинского

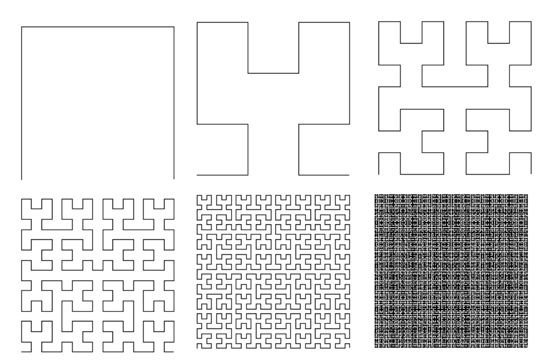


Рисунок 8.8. Построение кривой Гилберта.

масштабной инвариантностью (самоподобием, неизменностью формы при различных масштабах) – основные свойства фрактала. Размерность фрактальной линии – меньше или больше единицы, фрактальной плоскости – меньше или больше двух, фрактального объёма – больше или меньше трёх. Если размерность фрактальной линии больше единицы – она стремится заполнить собой плоскость (размерность кривой Гилберта, шаги построения которой приведены на рисунке 8.8 стремится к двум), также и плоскость с размерностью больше двух стремится заполнить трёхмерное пространство. Дробная размерность была введена Ф. Хаусдорфом ещё в начале XX века, она противопоставляется целочисленной размерности, называемой топологической.

Итак, *фрактал – это структура, характеризующаяся дробной размерностью и масштабной инвариантностью.*

Фрактальная размерность – топологический инвариант каждой фрактальной структуры, особый вид симметрии – как бы симметрия фрактала относительно масштаба. Каждый фрактал характеризуется определённой, свойственной ему размерностью. Размерность фрактала – его константа, так же, как константой отрезка, плоскости, объёмной фигуры, созданной по заданной формуле, может быть длина, площадь, объём. Размерность математических, идеальных фракталов можно рассчитать. Если фигуру уменьшить в N раз (отмасштабировать), то она будет укладываться в исходной N^D раз (D от *dimension*, англ. – измерение, размерность, *1D* – одномерный, *2D* – двумерный, *3D* – трёхмерный). Действительно, если уменьшить отрезок ($D=1$) в 5 раз, то он поместится в исходном ровно пять раз ($5^1=5$); если треугольник ($D=2$) уменьшить в 3 раза, то он уложится в исходном 9 раз ($3^2=9$). Если куб ($D=3$) уменьшить в 2 раза, то он уложится в исходном 8 раз ($2^3=8$) (рис. 8.9). Верно и обратное: если при уменьшении размера фигуры в N раз, оказалось, что она укладывается в исходной n раз (то есть мера её уменьшилась в n раз), то размерность можно вычислить по формуле: $D = ln(n)/ln(N)$. Давайте теперь воспользуемся этим приёмом, чтобы определить размерность фрактала, например кривой Коха. Из построения видно, что звезду можно разбить на четыре равные части, при этом размер (скажем, длина исходного отрезка) каждой части будет равен трети размера исходной фигуры. То есть, будучи уменьшена в три раза, она уложится в себе четыре раза. По аналогии с нашими

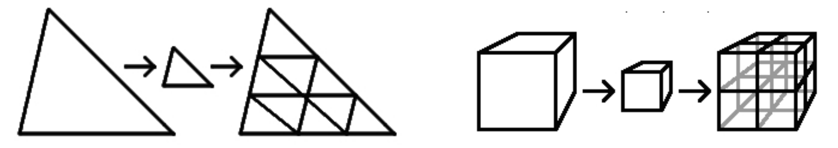


Рисунок 8.9. В исходном треугольнике помещается 9 треугольников уменьшенных в 3 раза ($3^2=9$), в исходном кубе помещается 8 кубов уменьшенных в 2 раза ($2^3=8$).

предыдущими рассуждениями получаем, что размерность равна: $D = ln(4)/ln(3) \approx 1.2618595071429148741$9. Размерность множества Кантора $D = ln\ 2\ /\ ln\ 3 = 0,\ 63$; треугольник Серпинского имеет фрактальную размерность $D = ln\ 3\ /\ ln\ 2 = 1,\ 58$.

Впрочем, есть фракталы, имеющие целочисленную размерность, к примеру «Чёртова лестница» (рис. 8.10), граница между чёрным и белым пространством фрактальна, но имеет размерность равную единице, как и всякая линия. Это не должно удивлять, данное нами определение фрактала включает в себя наиболее типичные фрактальные структуры, но в этом мире странных геометрических созданий столько исключений, что исчерпывающее определение фрактала дать достаточно сложно. Использование размерности в качестве основной характеристики фрактала также не должно удивлять. Математики, физики и даже биологи используют размерность для описания абстрактных или реальных систем, при этом, как мы уже упоминали в разделе, посвящённом детерминированному хаосу в живых системах, под размерностью не подразумевается единая и неизменная четырёхмерная конструкция пространства-времени. Во многих науках для построения обоснованных гипотез о взаимосвязи различных параметров сложной системы используется анализ размерности (англ. Dimensional analysis – «размерный анализ» или «пространственное изучение»).[1-2]

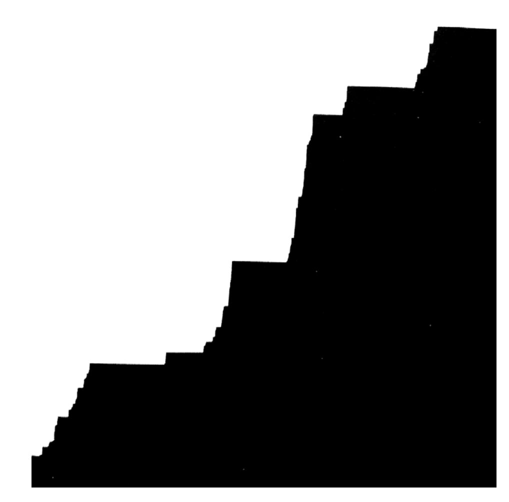


Рисунок 8.10. Фрактал «Чертова лестница».

---

[1] Александров П.С., Пасынков Б.А. Введение в теорию размерности. М.: Наука. 1973. 576 стр.

[2] Blei R. Analysis in integer and fractional dimensions. // New-York. Cambridge university press. 2003. 556 p. ISBN 0-511-01266-7 (netLibrary Edition), ISBN 0-521-65084-4.

Размерность исследуется теорией размерности – частью общей топологии, в которой изучаются числовые топологические инварианты определённого типа (характеристики пространства, которые сохраняются при гомеоморфизме).

Говоря о размерности эвклидова пространства, мы подразумеваем количество независимых параметров, необходимых для идентификации точки геометрического пространства. Помимо целочисленной размерности Евкли́дова простра́нства – то есть, пространства, свойства которого описываются аксиомами евклидовой геометрии, существует ряд размерностей, описывающих геометрию фрактального пространства, например, размерность Минковского или грубая размерность ограниченного множества в метрическом пространстве описывается формулой

$$D = \lim_{(\varepsilon \to 0)} \frac{\ln N\,(N\varepsilon)}{-\ln \varepsilon}$$

где $N\varepsilon$ – минимальное число множеств диаметра ε, которыми можно покрыть наше множество. Близким к размерности Минковского понятием является размерность Хаусдорфа. Во многих случаях эти размерности совпадают, хотя существуют множества, для которых они различны. Размерность Хаусдорфа согласуется с нашими обычными представлениями о размерности в тех случаях, когда эти обычные представления есть. Например, в трёхмерном евклидовом пространстве Хаусдорфова размерность конечного множества равна нулю, размерность гладкой кривой – единице, размерность гладкой поверхности – двум и размерность множества ненулевого объёма – трём. Для более сложных (фрактальных) множеств размерность Хаусдорфа может не быть целым числом. Для самоподобных множеств размерность Хаусдорфа может быть вычислена явно. Неформально говоря, если множество разбивается на n частей, подобных исходному множеству с коэффициентами $r_1, r_2, \ldots, r_n$, то его размерность s является решением уравнения: $r_1^s + r_2^s + \ldots + r_n^s = 1$.

Дробные размерности действительно используются физиками для описания пространственно-временного континуума нашей Вселенной на квантовом уровне. В 1920-х годах Теодор Калуца (Theodor Kaluza) и Оскар Клейн (Oskar Klein) разработали концепцию объединения теории электромагнетизма Максвелла с теорией относительности Эйнштейна. Идея была впечатляюща, но имела один небольшой недостаток. В Kaluza-Klein модели Вселенная имела 5 измерений. Исследователи предположили, что пятое пространственное измерение существует только на масштабах Планка (порядка 10^{-35} м) в свёрнутом состоянии. С тех пор, многочисленные физики использовали

различные объяснения, почему мы не наблюдаем дополнительные измерения предсказанные теорией.

Одно из позднейших объяснений заключается в том, что дополнительное измерение может перескакивать в существование и из существования, как и другие квантовые объекты такого масштаба. То есть, дополнительное измерение как бы лишь частично существует. Физики описывают размерность такого пространства, как дробную. Проверить дробность столь микроскопического измерения крайне сложно. Сегодня, однако, Хунбо Ченг (Hongbo Cheng) из Восточно-Китайского университета науки и технологии в Шанхае предполагает, что дополнительные фрактальные размерности пространства должны влиять на эффект Казимира, «таинственную силу», которая притягивает две параллельные проводящие пластины вместе, когда они сближены на микроскопическое расстояние друг от друга. Эффект обусловлен водоворотом частиц, возникающих и аннигилирующих в масштабе Планковской длины. Эти частицы имеют определённую длину волны, если разрыв между пластинами меньше, чем эта длина волны, то частица не может поместиться в зазоре и исчезает. Из-за этого за пределами пластин возникает избыток частиц, в сравнении с пространством между пластинами, и давление частиц за приделами пластин стягивает их вместе.

Ченг считает, что если расстояние между пластинами такого же порядка, как и дополнительное измерение, оно так же должно повлиять на силу Казимира. Эта сила будет сильнее, если дополнительное измерение является целочисленным, если же оно фрактально, его эффект будет сказываться меньше и сила эффекта будет чувствительна к значению фрактальной размерности.[1]

Понятие размерности, используемое в описании систем, а не только свойств пространства, подразумевает собой количество независимых параметров, необходимых для описания состояния объекта, или количество степеней свободы системы. Степени свободы здесь – характеристики движения системы. Число степеней свободы определяет минимальное количество независимых переменных (обобщённых координат), необходимых для полного описания движения механической системы. Также число степеней свободы равно полному числу независимых уравнений второго порядка (таких, как уравнения Лагранжа) или половине числа уравнений первого порядка (таких, как канонические уравнения Гамильтона), полностью описывающих динамику системы. Простейшая механическая система – материальная точка в трёхмерном пространстве – обладает тремя степенями свободы, так как её состояние полностью описывается тремя

[1] Hongbo Cheng. The Casimir effect for parallel plates in the spacetime with a fractal extra compactified dimension. 2011. arxiv.org/abs/1106.4610. http://www.technologyreview.com/view/424500/fractal-dimensions-should-modify-the-casimir-effect/

пространственными координатами. Абсолютно твёрдое тело обладает шестью степенями свободы, так как для полного описания положения такого тела достаточно задать три координаты центра масс и три угла, описывающих ориентацию тела (эти величины известны в быту как «наклон, подъём, поворот»). Реальные тела обладают огромным числом степеней свободы (порядка числа частиц, из которых состоит тело). Однако в большинстве ситуаций оказывается, что наиболее важны лишь несколько «коллективных» степеней свободы, характеризующих движение центра масс тела, вращение тела, его деформацию, его макроскопические колебания. Остальные же – микроскопические – степени свободы не заметны по отдельности, а воспринимаются сразу все вместе, описываясь такими понятиями, как температура и давление.

Если фрактальную размерность абстрактного, математического фрактала можно точно рассчитать, исходя из самого алгоритма его построения, то, как же определить фрактальную размерность природной формы, в которой мы предполагаем фрактальные свойства? Например, той же изрезанной береговой линии?

Фрактальная структура (в данном случае – линия берега) заключается в сеть квадратов определённого размера (рис. 8.11). Подсчитывается число квадратов, в которые попала структура, и определяется отношение десятичного логарифма числа квадратов, покрывших структуру, к десятичному логарифму длины стороны квадрата. На следующем шаге структура покрывается сетью более мелких квадратов. Разумеется, число квадратов, покрывающих структуру, увеличилось, а размер стороны уменьшился. Снова подсчитываем

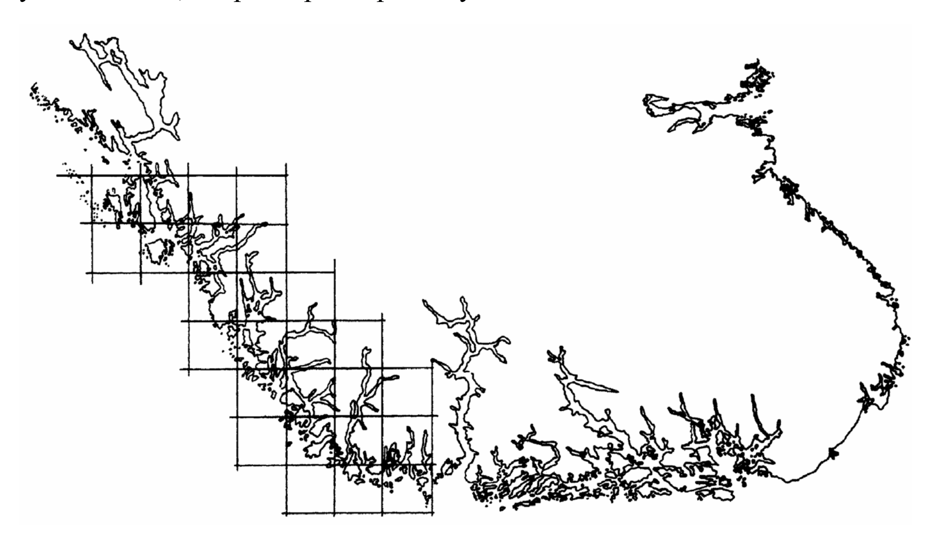


Рисунок 8.11. Метод Колмогорова подсчета фрактальной размерности береговой линии.

отношение логарифмов числа квадратов и длины их стороны. Эту процедуру проделываем несколько раз. Получившиеся значения, если структура действительно фрактальна, лягут в виде наклонной прямой на графике отношений логарифмов, где по вертикальной оси – логарифм длины мерки, а по горизонтальной – логарифм числа мерок.

N (L) – число квадратов со стороной *L*, необходимых для покрытия фрактальной структуры. График двойного логарифма от *N (L)* как функции от *L* имеет угловой коэффициент, равный *D*

$$D = \lim_{(L \to 0)} \frac{\ln N(L)}{\ln L}$$

Описанный метод называется методом подсчёта квадратов, или *box-counting метод*, вычисляемая таким образом размерность названа размерностью Колмогорова.

Другой метод измерения размерности фракталов, представляющих собой изломанную линию (это подходит для измерения береговой линии) – Метод Ричардсона (метод размерности линейки, или *ruler dimension метод*). Этот метод основан на вычислении отношений логарифмов общего числа линеек, которыми можно измерить объект (или общей длины объекта), от длины линейки, разумеется, чем линейка меньше, тем точнее она огибает изгибы фрактальной линии, и тем больше получается общая длина объекта, тем больше линеек нужно для измерения объекта.

Третий метод, который можно привести в пример: метод Миньковского (*mass radius метод*). Здесь изображение объекта покрывается серией кругов всё большего радиуса и подсчитывается отношение логарифмов диаметра круга к площади структуры, которую он покрывает.

На приведённых трёх примерах видно, что принцип подсчёта всегда один и тот же: вычисление отношения логарифма размера мерки к общему числу мерок. Формула подсчёта *mass radius* размерности эквивалентна формуле подсчёта приведённой для метода подсчёта квадратов, последняя – служит общим определением фрактальной размерности D.

Разумеется, если мы будем измерять не фрактальный объект таким способом, мы тоже можем получить какую-то дробную размерность, но отношение логарифмов не даст наклонную прямую. На рисунке 8.12 приведён пример вычисления фрактальных размерностей береговых линий нескольких стран и размерность окружности, вычисленная тем же методом. Тот факт, что фрактальная размерность – топологический инвариант фрактала (неизменное числовое выражение его формы), говорит о том, что размерность фрактального объекта, измеренная при различных масштабах, должна быть одинаковой. Об этом и свидетельствует прямая, получаемая на графике логарифмов. У не фрактальных объектов этот инвариант отсутствует.



Рисунок 8.12. Фрактальные размерности береговых линий нескольких стран.

Размерности, подсчитанные разными методами, могут несколько различаться, поэтому говорят не просто о фрактальной размерности исследуемого объекта, а о размерности того или иного типа: D_{box} – *box counting dimension*, D_{mr} – *mass radius dimension*, *Dline – ruler dimension*, D_{inf} – *informational dimension* (информационная размерность, сходна с D_{box}, но при её подсчёте имеет значение не только число занятых структурой квадратов, но и число пикселей в каждом квадрате), D_c – *capacity dimension*, (также сходна с D_{box}, но объект покрывается не квадратами, а окружностями, следовательно находится отношение логарифма числа окружностей, необходимое для покрытия объекта, к логарифму радиуса этих окружностей). Размерности, подсчитанные разным способом, часто оказываются высоко коррелированны, однако их корреляция не стопроцентна. Объекты, имеющие сходные значения размерности одного типа, могут различаться по значениям размерностей других типов (рис. 8.13). Различные типы размерностей – это способы численной оценки нелинейности объекта, которые могут использоваться вместе с такими показателями, как лакунарность – показатель неравномерности заполнения объектом пространства или мультифрактальный спектр – набор параметров описывающих структуру как мультифрактал – фрактал, построенный по нескольким функциям. Функции, описывающие мультифрактал, могут чередоваться на каждом шаге его построения, или, если речь идёт о природном объекте, функциями служат различные формообразующие силы, которые могут участвовать в формировании участков объекта различного масштаба. Для мультифрактальной структуры математически некорректно

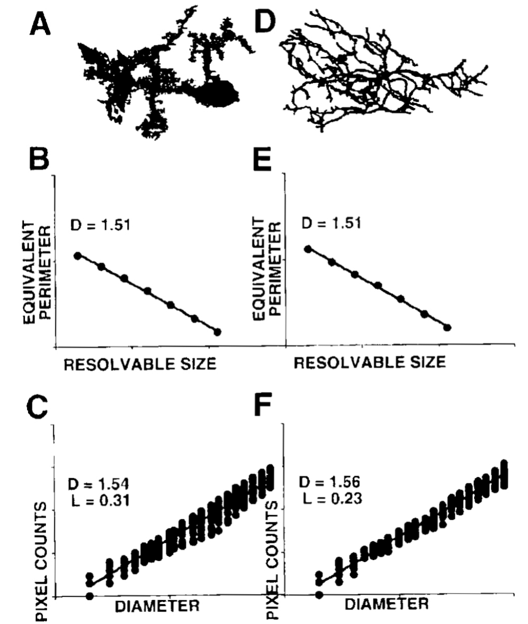


Рисунок 8.13. Два типа нейронов культивируемых in vitro: клетки Пуркинье (A) и нейроны спинного мозга (D) имеют одинаковую capacity dimension (B, E), однако различаются по значению mass radius dimension (C, F).

рассчитывать общую размерность, ведь структура состоит из нескольких фракталов, каждый из которых строится по своей функции и имеет свою размерность. Отношение логарифмов размера элемента матрицы к общему размеру структуры для мультифрактала не даст единой прямой. Для таких структур определяют *мультифрактальный спектр* – ряд входящих в него размерностей.[1-2]

Фрактальная размерность сложных, хаотичных, композитных структур, которые нас окружают, может быть измерена самостоятельно. Лабораторные занятия Йельского университета (Yale University) предлагают студентам произвести расчёт фрактальной размерности шаров мятой бумаги и кучек бобов. Фрактальная размерность бумажных шаров зависит от жёсткости бумаги и даёт значения 2.39 для жёсткой копировальной бумаги и 2.78 для более тонких разлинованных тетрадных листов. Листы бумаги сминаются до шароподобной формы, взвешиваются и измеряются. Фрактальная размерность рассчитывается как соотношение логарифмов веса и радиуса шариков. Такую же методику используют для измерения размерности шаров составленных из плотно свёрнутых бобов, размерность таких шаров оказывается равной 3.1 (таб. 8.1 – 8.2, рис. 8.14 – 8.15).

[1] Benoit B. Mandelbrot. A Multifractal Walk down Wall Street. // Scientific American. 1999. Vol. 280(2): 70-73.
[2] Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск: «РХД». 2001. 128 стр. ISBN 5-93972-060-9.

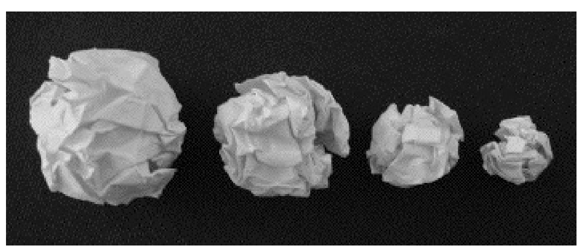
Копировальная бумага

масса	радиус	Log (радиус)	Log (масса)
1	26.5	1.42	0
0.5	20	1.30	-0.30
0.25	14.5	1.16	-0.60
0.125	11	1.04	-0.90

Тетрадная бумага

масса	радиус	Log (радиус)	Log (масса)
1	37	18.5	1.27
0.5	30	15	1.18
0.25	22	11	1.04
0.125	18	9	0.95

Таблица 8.1. Измерения масс, радиусов и их логарифмов для шариков мятой бумаги.



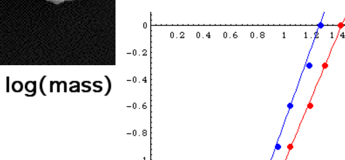
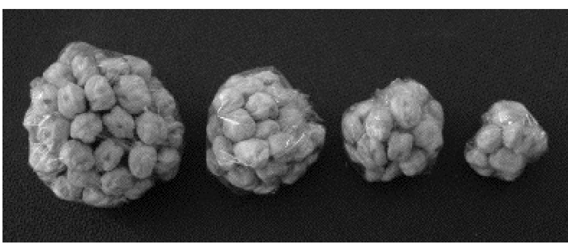


Рисунок 8.14. Отношения логарофмов массы к радиусу для шариков смятой бумаги разной жёсткости.

Число бобов	масса	радиус	Log (радиус)	Log (масса)
64	1	24.5	1.39	0
32	0.5	20	1.30	-0.30
16	0.25	16.5	1.22	-0.60
8	0.125	12.5	1.10	-0.90

Таблица 8.2. Измерения масс, радиусов и их логарифмов для шариков из бобов.



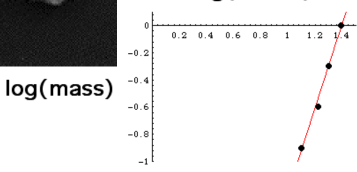


Рисунок 8.15. Отношения логарофмов массы к радиусу для шариков из бобов.

Шарики мятой бумаги можно описать, как двумерный объект стремящийся заполнить трёхмерный объём, кучки бобов можно описать как трёхмерные объекты с некоей конечной плотностью, заполняющие трёхмерное пространство, моток ниток можно рассматривать как условно одномерную структуру, заполняющую трёхмерное пространство. Все эти объекты могут быть описаны с использованием понятия фрактальной размерности. Параметры таких объектов изменяются по некоему степенному закону, и соотношения логарифмов этих параметров дают кривую, характерную для объектов с дробной размерностью.

Степенной закон роста какой-либо величины – это зависимость вида $y = y_1 * x^k$, которая связывает эту величину со степенью, положительной, отрицательной, не обязательно целой, и не равной нулю. Когда при измерениях какой-либо величины вероятность получения того или иного значения обратно пропорциональна некоторой степени этого значения, говорят, что данная величина характеризуется степенным законом.

Фракталы известны математикам давно. Предшественники современной фрактальной геометрии: К. Вейерштрасс (K. Weierstrass), Ф. Хаусдорф (F. Hausdorf), Г. Кантор (G. Cantor), Дж. Пеано (G. Peano), Г. Жюлиа (G. Julia), Х. Кох (Helge von Koch), В. Серпинский (W. Sierpinski) в конце XIX – начале XX веков создали первые представления и графические образы структур, названных впоследствии фрактальными. Но до 70-х годов XX века они были известны немногим, как математический курьёз, не имеющий никакой практической ценности. Заслуга Мандельброта не в открытии чего-то нового, не известного математикам ранее, а в том, что он нашёл место фрактальной геометрии в реальном, материальном мире. Именно потому, что Мандельброт не делал математических открытий, но лишь собирал и переосмысливал практическое значение уже существующих математических форм, он долгое время не был интересен математикам, которые, впрочем, удивлялись, что их умственным абстракциям нашлось место в природе. Мандельброт работал в корпорации IBM на лучших компьютерах того времени, и смог с помощью компьютеров создавать фракталы гораздо более сложные и замысловатые, чем те, что рисовали от руки Кох, Кантор или Серпинский. Его привлекла натуроподобность этих форм: некоторые были похожи на растения – листья, деревья, водоросли; некоторые напоминали облака, водопады, русла рек, очертания берегов, турбулентность, поверхности, линии, объёмы, кажущиеся неровными, хаотичными, разорванными. Основной идеей Бенуа Мандельброта стала идея применимости фрактальной геометрии к описанию форм внешнего мира. В 1977 г. Мандельброт опубликовал книгу «Форма, случай и размерность», а затем – книгу, ставшую манифестом исследователей фрактальной геометрии: «*Фрактальная геометрия природы*» (1983). Название говорит само за себя. «Ученые (я уверен) будут удивлены и восхищены, обнаружив, что немало форм, которые они были вынуждены называть зернистыми, подобными гидре, бородавчатыми, изъязвленными, ветвистыми, похожими на морские водоросли, странными, запутанными, извилистыми, волнистыми,

клочковатыми, морщинистыми и тому подобными, отныне могут описываться строгим и точным количественным образом», писал он в своей книге.[1]

Кох, Нильс Фабиан Хельге фон (швед. Niels Fabian Helge von Koch, 25 января 1870, Стокгольм, Швеция – 11 марта 1924, Дандерюд, Швеция) – шведский математик, брат композитора Сигурда фон Коха. Родился в 1870 г. в Стокгольме. В 1887-1892 гг. учился в Стокгольмском институте, по завершении которого стал доктором философии и доцентом. В 1905 г. получил звание профессора математики при Технологическом институте, а в 1910 г. стал членом Шведской Академии наук. Специалист преимущественно по теории чисел. В статье «Об одной непрерывной кривой, не имеющей касательных…» впервые описал кривую Коха – один из самых ранних и самых известных примеров фрактала.



Труды:

Koch, H. von. Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire. Arkiv for Matematik. 1904. 681-704 p.

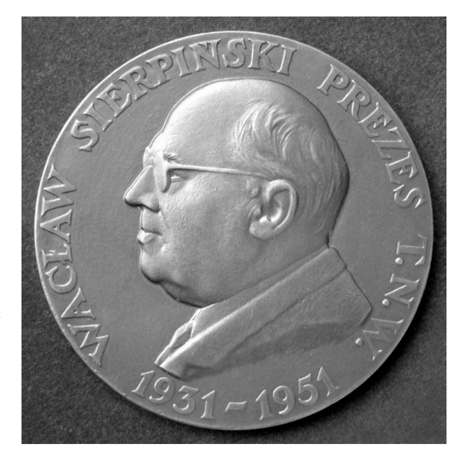
Вацлав Франциск Серпинский, в другой транскрипции – Серпиньский (польск. Wacław Franciszek Sierpiński, 14 марта 1882, Варшава – 21 октября 1969, Варшава) – польский математик, известен трудами по теории множеств, аксиоме выбора, континуум-гипотезе, теории чисел, теории функций, а также топологии. Автор 724 статей и 50 книг.

В 1906 году Вацлав получил степень доктора философии. В январе 1908 года он стал членом Варшавского научного общества, а в июле получил докторскую степень и начал читать лекции по теории множеств в Львовском университете. В сентябре 1910 года Серпинский назначен профессором. За время преподавания в университете Львова (1908–1914), исследователь опубликовал три книги и большое количество статей.

Первая мировая война застала учёного с семьёй в Беларуси, и он был сослан в Вятку: у Серпинского было немецкое подданство. Благодаря усилиям математиков Д. Ф. Егорова и Н. Н. Лузина, ему было позволено жить в Москве, где он работал вместе с Лузиным, участвовал в «Лузитании» (Московская математическая школа, 1936 г. по стране прокатилась широкая кампания осуждения Лузина и «лузинщины». К счастью, Лузин не был ни репрессирован, ни исключен из Академии. По мнению некоторых историков, на сей счет последовало устное указание И. В. Сталина. Однако ярлык врага в советской маске Лузин носил 14 лет, до самой смерти. Академия наук и московская математическая общественность заклеймили Лузина как прислужника хозяев

---

[1] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. W. H. Freeman & Co., 1983. 468 p. ISBN-10: 0716711869. ISBN-13: 978-0716711865. (перевод: Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований. 2002. 676 стр.)



«фашизированной науки»). Летом 1918 года Серпинский начал читать лекции во Львове, но с осени 1918 года стал преподавать в Варшавском университете, где в апреле 1919 года был назначен профессором. В 1921 году Серпинский был избран в Польскую академию и стал деканом факультета Варшавского университета. В 1928 году он стал вице-президентом Общества науки и литературы Варшавы (с ноября 1931 года – президент) и, в том же году был избран председателем Польского математического общества. Один из участников международной поддержки против политической травли в «деле Лузина» (1936).

В октябре 1944 года вместе с домом погибла его ценная библиотека. После освобождения из нацистского лагеря в феврале 1945 года он приехал в Краков, читал лекции в Ягеллонском университете, а осенью вернулся в Варшаву. В 1960 году вышел на пенсию, но продолжал вести семинар по теории чисел в Польской академии наук до 1967 года.

Член Польской Академии наук (с 1952) и её вице-президент (до 1957). Удостоен почётных степеней университетов Львова (1929), Святого Марка в Лиме (1930), Амстердама (1931), Софии (1939), Праги (1947), Вроцлава (1947), Лакхнау (1949), Московского университета (1967). Член Географического общества Лимы (1931), Королевского научного общества Льежа (1934), Болгарской академии наук (1936), Национальной академии Лимы (1939), Королевского общества наук в Неаполе (1939), Академии деи Линчеи в Риме (1947), Немецкой академии наук (1950), Американской академии искусств и наук (1959), Парижской академии (1960), Королевской голландской академии (1961), Международной академии философии науки в Брюсселе (1961), Лондонского математического общества (1964), Румынской академии (1965) и Папской академии наук (1967).

Именем Серпинского названы: числа Серпинского, треугольник Серпинского, ковёр Серпинского, кривая Серпинского, кратер Серпинского на поверхности Луны.

Труды:

Серпинский В. О решении уравнений в целых числах. М.: Физматлит. 1961. 88 с.

Sierpiński W. Elementary theory of numbers. Monografie Matematyczne 42. 1964. ISBN 0-444-86662-0.

Серпинский В. О теории множеств. М.: Просвещение. 1966. 60 с.

Sierpinski W. General topology. Mathe-matical Expositions, No. 7. University of Toronto Press. 1952. 290 p.



Давид Гилберт (нем. David Hilbert, 23 января 1862, Велау близ Кёнигсберга в Пруссии – 14 февраля 1943, Гёттинген, Германия) – немецкий математик-универсал, внёс значительный вклад в развитие многих областей математики. В 1910 – 1920-е годы (после смерти Анри Пуанкаре) был признанным мировым лидером математиков. Гильберт разработал широкий спектр фундаментальных идей во многих областях математики, в том числе теорию инвариантов и аксиоматику евклидовой геометрии. Он сформулировал теорию гильбертовых пространств, одну из основ современного функционального анализа.

Гилберт родился в семье судьи Отто Гильберта, в городке Велау близ Кёнигсберга в Пруссии (после второй мировой войны – российский посёлок Знаменск Калининградской области).

В 1880 году Давид закончил гимназию Вильгельма (Wilhelm Gymnasium). Далее, в том же году, он поступил в Кёнигсбергский университет, где подружился с Германом Минковским и Адольфом Гурвицем. Вместе они часто совершали долгие «математические прогулки», где деятельно обсуждали решение научных проблем; позднее Гильберт узаконил такие прогулки как неотъемлемую часть обучения своих студентов.

В 1885 году Гильберт защитил диссертацию по теории инвариантов, научным руководителем которой был Линдеман (Ferdinand von Lindemann), а в следующем году стал профессором математики в Кёнигсберге. В ближайшие несколько лет фундаментальные открытия учёного в теории инвариантов выдвинули его в первые ряды европейских математиков.

В 1895 году по приглашению Феликса Клейна (Felix Klein) исследователь переходит в Гёттингенский университет и занимает кафедру, которую в своё время занимали Гаусс (Carl Friedrich Gauss) и Риман (Bernhard Riemann). На этой должности он оставался 35 лет, фактически до конца жизни.

Среди прямых учеников Гильберта в Гёттингене были Эрнст Цермело (Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo), Герман Вейль (Hermann Klaus Hugo Weyl), Джон фон Нейман (John von Neumann) (который был также его ассистентом), Рихард Курант (Richard Courant), Гуго Штейнгауз (Władysław Hugo Dionizy Steinhaus), шахматный чемпион Эммануил Ласкер (Emanuel Lasker) и другие. Намного больше круг учёных, которые считали себя его учениками, в их числе, например, Эмми Нётер (Emmy Noether) и Алонзо Чёрч (Alonzo Church). В общей сложности Гильберт был научным руководителем у 69 аспирантов, защитивших докторские диссертации. Интересен его отзыв об одном из аспирантов, бросившем математику и «переквалифицировавшемся» в поэты: «Это хорошо, у него было слишком мало фантазии для математика».

В 1897 году выходит капитальная монография Гильберта «Zahlbericht» («Отчёт о числах») по теории алгебраических чисел.

В 1900 году на Втором Международном математическом конгрессе исследователь формулирует знаменитый список 23 нерешённых проблем

математики, послуживший направляющим указателем приложения усилий математиков на протяжении всего XX века.

В 1910-х годах Гильберт создаёт в современном виде функциональный анализ, введя понятие, получившее название гильбертова пространства, которое обобщает евклидово пространство на бесконечномерный случай. Одновременно он консультирует Эйнштейна и помогает ему в разработке четырёхмерного тензорного анализа, послужившего фундаментом для общей теории относительности.

Классические «Основания геометрии» Гильберта (1899) стали образцом для дальнейших работ по аксиоматическому построению геометрии. Хотя идея построения модели одной математической структуры на базе другой использовалась и до Гильберта (например, У. Р. Гамильтоном), только Гильберт реализовал её с исчерпывающей полнотой. Он не только дал полную аксиоматику геометрии, но также детально проанализировал эту аксиоматику, доказав (построив ряд остроумных моделей) независимость каждой из своих аксиом.

К 1922 году у учёного сложился значительно более обширный план обоснования всей (или хотя бы значительного, общепринятого фрагмента) математики путём её полной формализации с последующим «метаматематическим» доказательством непротиворечивости формализованной математики. Для осуществления этой программы Гильберт разработал строгую логическую теорию доказательств, продолжая работы немецкого философа, логика и математика Фридриха Людвига Фреге (Friedrich Ludwig Gottlob Frege) с помощью которой непротиворечивость математики свелась бы к доказательству непротиворечивости арифметики. При этом Гильберт использовал только общепризнанные логические средства (логику первого порядка). Его программа оказалась невыполнимой, как впоследствии установил Курт Гёдель (Kurt Friedrich Gödel), хотя послужила значительным стимулом к развитию логики.

Два тома «Оснований математики», написанных Гильбертом совместно с П. Бернайсом (Paul Isaac Bernays), в которых эта концепция подробно развивается, вышли в 1934-м и 1939-м годах. Первоначальные надежды Гильберта в этой области не оправдались: проблема непротиворечивости формализованных математических теорий, как показал Курт Гёдель (1931), оказалась глубже и труднее, чем Гильберт предполагал сначала. Но вся дальнейшая работа над логическими основами математики в большой мере идёт по пути, намеченному Гильбертом, и использует созданные им концепции.

Для творчества Гильберта характерны уверенность в неограниченной силе человеческого разума, убеждение в единстве математической науки и единстве математики и естествознания. Собрание сочинений Гильберта, изданное под его наблюдением (1932–1935), кончается статьёй «Познание природы», а эта статья – лозунгом «Мы должны знать – мы будем знать» (Wir müssen wissen. Wir werden wissen.). Это антитеза изречению Э. Дюбуа-Реймона (Emil du Bois-Reymond), стоявшего на философских позициях непознаваемости: «Мы не знаем – мы не узнаем» («Ignoramus – ignorabimus»).

Труды:

Гильберт Д. Избранные труды: в 2 т. Под ред. А. Н. Паршина. М.: Факториал. 1998. ISBN 5-88688-028-3.

Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Т. I. Логические исчисления и формализация арифметики. М.: Наука. 1979. 560 с.; т. II. Теория доказательств. М.: Наука. 1982. 656 с.

Hilbert David. Foundations of Geometry. La Salle, IL: Open Court Publishing. 1990. ISBN 0-87548-164-7.

Георг Кантор (нем. Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, 3 марта 1845, Санкт-Петербург – 6 января 1918, Галле (Заале)) – немецкий математик. Он наиболее известен как создатель теории множеств, ставшей краеугольным камнем в математике. Кантор ввёл понятие взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств, дал определения бесконечного и вполне-упорядоченного множеств и доказал, что действительных чисел «больше», чем натуральных. Теорема Кантора, фактически, утверждает существование «бесконечности бесконечностей». Он определил понятия кардинальных и порядковых чисел и их арифметику. Его работа представляет большой философский интерес, о чём и сам Кантор прекрасно знал.

Кантор родился в 1845 году в Западной колонии торговцев в Санкт-Петербурге и рос там до одиннадцатилетнего возраста. Отец – Георг-Вольдемар Кантор (ок. 1813, Копенгаген – 1863, Франкфурт) – происходил из осевших в Амстердаме португальских евреев и был датским подданным, мать – Мария-Анна Бём (1819, Санкт-Петербург – 1896, Берлин) – племянница известного венгерско-российского скрипача Иосифа Бёма.

После непродолжительной работы в качестве преподавателя в Берлинской школе для девочек, Кантор занимает место в Галльском университете Мартина Лютера, где и пройдёт вся его карьера. Необходимую для преподавания хабилитацию он получил за свою диссертацию по теории чисел.

Кантор получил звание внештатного профессора в 1872 году, а в 1879 году стал полным профессором. Получить это звание в 34 года было большим достижением, но Кантор мечтал о должности в более престижном университете, например, Берлинском – в то время ведущем университете Германии, однако его теории встречают серьёзную критику, и переход в другое место осуществить не удалось. В частности, Кронекер (Leopold Kronecker), возглавлявший кафедру математики Берлинского университета, был не в восторге от перспективы получить такого коллегу, как Кантор, воспринимая его как «развратителя молодёжи», наполнявшего своими идеями головы молодого поколения математиков. Более того, Кронекер, будучи заметной фигурой в математическом сообществе и бывшим учителем Кантора, был в корне не согласен с содержанием теорий последнего. Кронекер, считающийся предтечей конструктивной математики, с неприязнью относился к канторовской теории множеств, поскольку в той обыкновенны утверждения о существовании объектов, удовлетворяющих неким свойствам, без построения конкретных примеров.

Теория Кантора о трансфинитных числах первоначально была воспринята настолько нелогичной, парадоксальной и даже шокирующей, что натолкнулась на резкую критику не только со стороны Леопольда Кронекера, но и Анри Пуанкаре, а позднее – Германа Вейля (Hermann Klaus Hugo Weyl) и Лёйтзена Брауэра (Luitzen Egbertus Jan Brouwer), а Людвиг Витгенштейн (Ludwig Josef Johann Wittgenstein) высказал возражения философского плана (см. Споры о теории Кантора). Некоторые христианские богословы (особенно представители неотомизма) увидели в работе Кантора вызов уникальности абсолютной бесконечности природы Бога, приравняв однажды теорию трансфинитных чисел к пантеизму. Критика его трудов была порой очень агрессивна: так, Пуанкаре называл его идеи «тяжёлой болезнью», поражающей математическую науку, а в публичных заявлениях и личных выпадах Кронекера в адрес Кантора мелькали иногда такие эпитеты, как «научный шарлатан», «отступник» и «развратитель молодёжи». Десятилетия спустя после смерти Кантора, Витгенштейн с горечью отмечал, что математика «истоптана вдоль и поперёк разрушительными идиомами теории множеств», которое он отклоняет как «шутовство», «смехотворное» и «ошибочное». Периодически повторяющиеся с 1884 года и до конца дней Кантора приступы депрессии некоторое время ставили в вину его современникам, занявшим чересчур агрессивную позицию, но сейчас считается, что эти приступы, возможно, были проявлением биполярного



расстройства.

Резкой критике противостояли всемирная известность и одобрение. В 1904 году Лондонское королевское общество наградило Кантора Медалью Сильвестра, высшей наградой, которую оно могло пожаловать. Сам Кантор верил в то, что теория трансфинитных чисел была сообщена ему свыше. В своё время, защищая её от критики, Давид Гильберт смело заявил: «Никто не изгонит нас из рая, который основал Кантор».

В честь Кантора названы: Канторово множество – континуальное множество нулевой меры на отрезке; Функция Кантора (Канторова лестница); Нумерующая функция Кантора – отображение декартовой степени множества натуральных чисел в само себя; Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества строго большей мощности самого множества; Теорема Кантора – Бернштейна о равномощности множеств A и B при условии равномощности A подмножеству B и равномощности B подмножеству A; Теорема Кантора – Гейне о равномерной непрерывности непрерывной функции на компакте; Теорема Кантора – Бендиксона; Медаль Кантора – математическая награда, вручаемая Немецким математическим обществом; ударный кратер на обратной стороне Луны.

Труды:

Cantor G. Gesammelte Abhandlungen und philosophischen Inhalts. ed. E. Zermelo. Berlin: Springer. Curry, H. 1940.

Кантор Г. Труды по теории множеств. М.: Наука. 1985.

Гастон Морис Жюлиа (Жолиа, фр. Gaston Maurice Julia, 1893, Сиди-Бель-Аббес, Алжир –1978, Париж, Франция) – французский математик, открывший множество Жюлиа. В 1970-х годах его работы популяризировал Бенуа Мандельброт. Исследовал и получил результаты в теории конформных отображений и их применениях к функциональным уравнениям. Занимался теорией гильбертовых пространств.



Жюлиа родился в Алжирском городе Сиди Бел Аббес (Sidi Bel Abbès). В 1914 году окончил Высшую нормальную школу в Париже. Участвовал на стороне Франции в Первой мировой войне, где искалечил нос, поэтому носил кожаную повязку на лице, другую часть носа хранил. В 1918 году опубликовал статью «Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles» («Записка о приближении рациональных функций») об итерации из рациональной функции. Статья стала популярной. В 1919-28 годах преподавал там же, в Высшей нормальной школе Парижа (с 1923 года – профессор). С 1920 года преподавал на Парижском факультете наук (в 1925 – 64 годы – профессор, с 1965 года – заслуженный профессор). В 1924 году описал

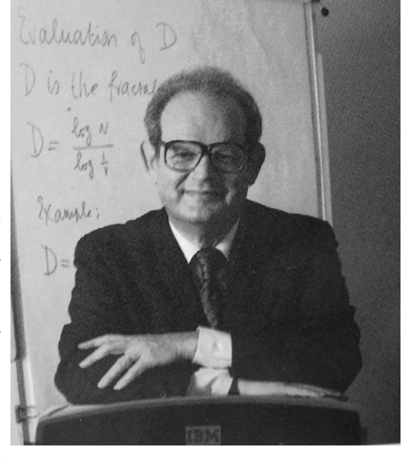
множество Жюлиа. В 1936-64 годах работал в Политехнической школе в Париже (математический анализ, геометрия, механика). Занимался линейной алгеброй, теорией функций комплексного переменного, функциональным анализом, теорией функциональных уравнений, дифференциальной геометрией, историей математики. Скончался Жюлиа 19 марта 1978 года в Париже.

Труды:

Gaston Julia. Œuvres de Gaston Julia, édition du Comité Henri Poincaré de la Société amicale des anciens élèves de l'École Polytechnique. Paris: Gauthier-Villars. 1968.

Michèle Audin. Fatou, Julia, Montel, le Grand prix des sciences mathématiques de 1918, et après… . Heidelberg, Springer. 2009. ISBN 978-3-642-00445-2.

Henri Béghin, Gaston Julia. Exercices de mécanique. Paris: Gauthier-Villars, 1930. FRBNF32293618.



Бенуа Мандельброт (фр. Benoît B. Mandelbrot; 20 ноября 1924, Варшава – 14 октября 2010, Кембридж) – французский и американский математик, создатель фрактальной геометрии. Лауреат премии Вольфа по физике (1993).

Бенуа Мандельброт родился в Варшаве в 1924 году в семье литовских евреев. Его мать Белла Лурье была врачом, отец – Карл Мандельбройт – галантерейщиком. В 1936 году вся семья эмигрировала во Францию и поселилась в Париже. Здесь Мандельброт попал под влияние своего дяди Шолема Мандельбройта (Szolem Mandelbrojt), известного парижского математика, члена Парижской Академии наук и группы математиков, известной под общим псевдонимом Николя Бурбаки (Nicolas Bourbaki).

У Бенуа Мандельброта открылся необычный математический дар, который позволил ему сразу после войны стать студентом Политехнической школы Парижа. Оказалось, что у Бенуа великолепное пространственное воображение. Даже алгебраические задачи он решал геометрическим способом. Оригинальность его решений позволила ему поступить в университет.

Окончив университет, Мандельброт переехал в США, где окончил Калифорнийский технологический институт. По возвращении во Францию, он получил докторскую степень в Университете Парижа в 1952 году. В 1955 году женился на Альетт Каган (Aliette Kagan) и переехал в Женеву.

В 1958 году Мандельброт окончательно поселился в США, где приступил к работе в научно-исследовательском центре IBM в Йорктауне (Yorktown), поскольку IBM в то время занималась интересными Бенуа Мандельброту областями математики.

Работая в IBM, Мандельброт ушел далеко в сторону от чисто прикладных проблем компании. Он работал в области лингвистики, теории игр, экономики, аэронавтики, географии, физиологии, астрономии, физики. Ему нравилось переключаться с одной темы на другую, изучать различные направления.

В 1975 учёный году впервые опубликовал свои исследования фракталов. Понятие «фрактал» придумал сам Бенуа Мандельброт. Используя находящиеся в его распоряжении компьютеры IBM, Мандельброт создал графические изображения,

сформированные на основе множества Мандельброта. По словам математика, он не чувствовал себя изобретателем, несмотря на то, что никто до него не создавал ничего подобного.

Скончался Бенуа Мандельброт 14 октября 2010 года в Кембридже (Массачусетс, США), в возрасте 85 лет.

Труды:

Бенуа Б. Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований. 2002. 656 стр.

Бенуа Б. Мандельброт, Ричард Л. Хадсон. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах (The Misbehavior of Markets). М.: «Вильямс». 2006. 400 стр. ISBN 0-465-04355-0.

Мандельброт Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2009. 392 стр.

Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2004. 256 стр.

Mandelbrot Benoît B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: W.H. Freeman. 1983. ISBN 0-7167-1186-9.

Mandelbrot Benoit B. Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk. Springer. 1997.

Mandelbrot Benoît. A Multifractal Walk down Wall Street. // Scientific American. 1999. Vol. 280(2): 70. Doi:10.1038/scientificamerican0299-70.

Mandelbrot Benoit B. Gaussian Self-Affinity and Fractals. Springer: 2002.

Hudson Richard L., Mandelbrot Benoît B. The (Mis)Behavior of Markets: A Fractal View of Risk, Ruin, and Reward. New York: Basic Books. 2004.

И действительно, фрактальными оказались, помимо береговой линии, многие другие природные структуры и процессы: реки с их притоками, молнии, раскаты грома, поверхность гор, облаков, распределение галактик, солнечная активность и так далее (рис. 8.16).

Фрактальная методология используется в описании и анализе широкого ряда естественных и искусственных географических феноменов[1]: в пространственно-временном анализе распределения городов[2-3], структуре дорожной[4] и речной[5] сетей, пространственном распределении биологических видов в биоценозе[6], геометрии древних

---

[1] Michael F. Goodchild, David M. Mark. The Fractal Nature of Geographic Phenomena. // Annals of the Association of American Geographers. 1987. Vol. 77(2): 265-278. Doi: 10.1111/j.1467-8306.1987.tb00158.x.

[2] Sara Encarnação, Marcos Gaudiano, Francisco C. Santos, José A. Tenedório, Jorge M. Pacheco. Fractal cartography of urban areas. // Scientific Reports 2. Article number: 527. Doi:10.1038/srep00527 2012.

[3] Guoqiang Shen. Fractal dimension and fractal growth of urbanized areas. // International Journal of Geographical Information Science – GIS. 2002. Vol. 16(5): 419-437.

[4] Hong Zhang, Zhilin Li. Fractality and Self-Similarity in the Structure of Road Networks. // Annals of The Association of American Geographers. 2012. Vol. 102(2): 350-365.

[5] Wenhui Yue, Bailang Yu, Jianping Wu. Application of ArcGIS in fractal analysis of rivers. // Geoinformatics. International Conference on GeoInformatics. 2011. 1-4 p.

[6] Anthony W. King. The effect of landscape structure on community self-organization and critical biodiversity. // Ecological Modelling. 2004. Vol. 179(3): 349-366.

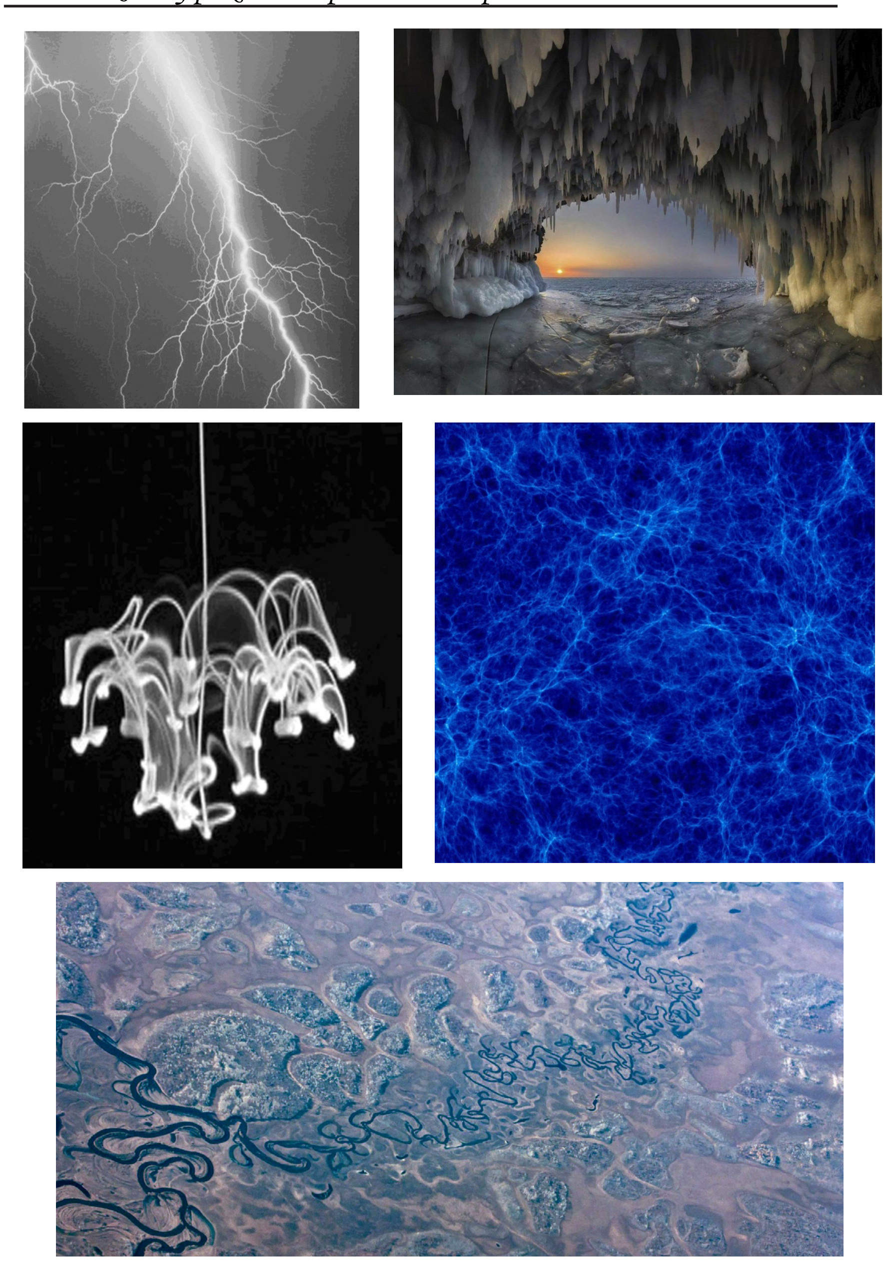


Рисунок 8.16. Примеры природных фракталов (слева направо): молния; ледяной грот, Байкал; фрактальное, самоподобное расщепление капли молока, упавшей в воду; скопления галактик; речной бассейн.

поселений Майя[1], структуре системы публичного транспорта больших городов[2], самоподобии горных массивов[3], обработке аэрокосмических изображений[4] и радиолокационных изображений морских льдов[5], список можно продолжать очень долго.

Ветвление растений и ветвящиеся системы эрозийных канав, сеть дорог и паутина трещин на стекле, морозные рисунки на стекле, так напоминающие оперение: многие паттерны, встречающиеся в природе, не имеющие ничего общего в своём происхождении, визуально оказываются удивительно похожи друг на друга. Это позволяет предположить, что, не смотря на различное происхождение, их формирование имело некоторые общие логические шаги. Часто такие структуры сочетают в себе элементы хаотичности и структурированности в виде иерархической системы ветвей. Рост многих таких структур можно описать через возникновения нагрузок субстрата и их разгрузок.

Рассмотрим в качестве примера такого природного паттерна развитие морозобойных трещин. Трещина возникает, когда напряжения в материале достигают величины, превосходящей прочность материала на разрыв. При однородной прочности материала она возникает и в последующем сечет массив в направлении, перпендикулярном направлению максимальных растягивающих напряжений. За счет концентрации напряжений в вершине трещины она может в дальнейшем проникать и развиваться в массиве, напряжения в котором меньше, чем прочность грунтов на разрыв. При образовании трещины в окружающей ее полосе происходит разгрузка напряжений. Чем глубже трещина, тем в более широкой от нее полосе происходит их разгрузка. Вблизи трещины (у ее вертикальной стенки) напряжения в направлении, перпендикулярном трещине, разгружаются полностью, а в параллельном направлении - частично.

В протяжённом однородно напряжённом массиве первая трещина образуется в случайном месте и направлении. После заложения первой трещины в окружающем ее пространстве происходит разгрузка напряжений, они становятся ниже критических. Естественно, что новая трещина в этой полосе уже образоваться не может. Вслед за первой,

---

[1] Clifford T. Brown, Walter R. T. Witschey. The fractal geometry of ancient Maya settlement. // Journal of Archaeological Science. 2003. Vol. 30(12): 1619-1632.
[2] Kwang Sik Kim, Lucien Benguigui, Maria Marinov. The fractal structure of Seoul's public transportation system. // Cities. 2003. Vol. 20(1): 31-39.
[3] Richard G. Lathrop Jr, David L. Peterson. Identifying structural self-similarity in mountainous landscapes. // Landscape Ecology. 1992. Vol. 6(4): 233-238.
[4] Грушенко М.В., Пащенко Р.Э., Петрушенко Н.Н., Шаповалов А.В. Обработка аэрокосмических изображений с использованием поля фрактальных размерностей. // Системи обробки інформації. 2006. Випуск: 1(50).
[5] Яцевич С.Е. и др. Фрактальный анализ изображений морских льдов. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Т.5(1): 189-193.

также в случайных местах и в случайных направлениях, за пределами зон разгрузок, будут возникать и последующие трещины. При заходе их вершин в зону разгрузки другой трещины они попадают в полосу с анизотропными свойствами. Возле трещины значимы лишь напряжения, ориентированные вдоль нее. Трещина движется в направлении, перпендикулярном направлению максимальных растягивающих напряжений, поэтому она, заходя в зону разгрузки другой трещины, разворачивается в перпендикулярном ей направлении. Новые трещины, зарождаясь почти одновременно (весь массив одинаково напряжен), быстро перекроют его своими зонами разгрузки. В итоге возникнет сеть, подобная приведенной на рис. 8.17 – 8.18. Подобный механизм лежит и в основе образования трещин усыхания.

Несколько более структурированный паттерн можно получить, сократив число степеней свобод массива напряжений, например, заменив однородную двумерную плоскость вытянутым бруском. Представим бесконечно длинный однородный упругий брусок, свободно лежащий на ровной поверхности. Начнем его равномерно охлаждать. При этом в нем возникнут растягивающие напряжения. Как только они достигнут предела прочности, брусок разорвется. Так как условия однородны, то образование разрыва может произойти в любом месте. После разрыва растягивающие напряжения у образовавшегося края бруска перестают уравновешиваться, и под действием этих неуравновешенных сил края бруска сжимаются, разрыв при этом расширяется. При этом между крупными разрывами начнут появляться более мелкие разрывы второй генерации, поскольку сжимание каждого участка бруска будет продолжаться, а разрыв ослабляет напряжение

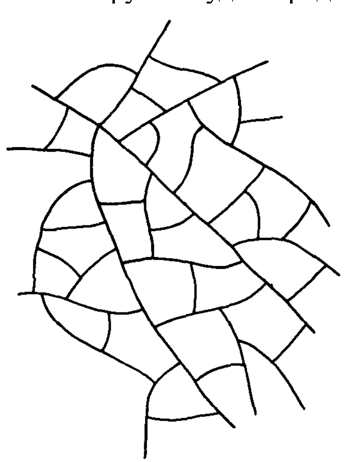


Рисунок 8.17. Сеть трещин в протяженном однородно напряженном массиве.



Рисунок 8.18. Сеть трещин на экране iPhone.

только в непосредственной близости от себя, способность же к сжатию и расширению у большинства природных материалов ограничена. Разрывы третьей генерации появятся, когда разрывы первых двух генераций увеличатся в размерах, и усыхание бруска станет настолько сильным, что они не будут в состоянии устранить всё внутреннее напряжение. Так возникает самоподобный паттерн трещин усыхания.

Теперь рассмотрим развитие дорожной системы. Дороги, как правило, первоначально возникают в модельном порогово-потенциальном поле. Те, кто задают направление дороги, ещё в проекте связывают ею конечные пункты. Дороги часто развиваются в сильно расчленённом порогово-потенциальном рельефе (горы, болота, другие дороги) и, соответственно, укладываются по гребням этого рельефа. В обобщённое значение потенциала дорог входит и обеспеченность территории, региона, страны необходимыми для них ресурсами. Строительство дороги начинается при достижении этой величиной порогового значения. Дорога в окружающем пространстве разгружает эти ресурсы – рабочих, технику и т.п., стягивает их к себе и этим исключает на время своего строительства на примыкающей территории новых дорог. По мере роста потенциала территории происходит как заложение дорог новой генерации, так и «углубление» существующих – увеличение их пропускной способности.

Транспортное потенциальное поле чаще всего анизотропно – в каких-то направлениях потребность перевозок выше, в итоге возникает полосчатый рисунок (Транссиб, БАМ). Равнинные города являются вершинами растущего конуса потенциального рельефа с радиально анизотропным полем. Поэтому каркас окружающей его транспортной структуры и заданный им рисунок улиц будет похож на рисунок 8.19. Отклонения от этой схемы связаны обычно с холмами и реками, пересекающими конус потенциального рельефа, или с тем, что дороги и улицы развивались в чьём-то модельном потенциальном поле (см. Приложение, рис. 10).

Дороги разгружают потенциал в параллельном себе направлении, но одновременно с этим в их окружении потребность в перевозках обычно возрастает – дороги «притягивают» население, производства, самоусиливают

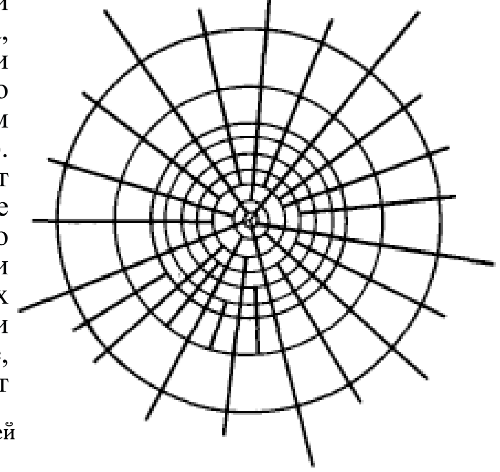


Рисунок 8.19. Каркас окружающей город транспортной структуры.

свой потенциал. Дороги – это подъездные пути для нового строительства, то есть возле себя они снижают и порог. Поэтому сеть развивается в режиме ветвления – у дороги возникают притоки.

Развитие дорог в их потенциальном поле сходно с развитием трещин, потенциал они разгружают одинаково – преимущественно в параллельном себе направлении, поэтому при сходном потенциальном рельефе рисунки трещин должны быть похожи на транспортные структуры.

Пространство потенциальных напряжений может описать возникновение паттернов в диссипативных структурах, подобных паттернам, возникающим в автокаталитических реакциях или ячейкам Бенара. Представим, что рельеф потенциальной поверхности представлен конусом. В зависимости от локальных неоднородностей на вершине конуса может возникнуть элемент с двумя или более расходящимися от центра лучами. Каждый из этих лучей будет стремиться развернуться в зону с большими значениями потенциала - назад к вершине конуса. При этом разворот влево или вправо равновероятен. В зависимости от того, как при наращивании значений потенциала взаиморазвернулись элементы, могут возникнуть разные структуры (рис. 8.20, а). По мере развития этих структур может проявиться эффект неустойчивого движения элементов по гребню потенциального рельефа – элементы станут извилистыми (см. последний фрагмент рис. 8.20, а).

Если же потенциальный рельеф задать в виде конуса, то в случае закладки на его вершине тройного сочленения элементов при возможности их быстрого разворота сформируется упорядоченная структура, состоящая из шестиугольников (рис. 8.20, b).

Потенциальное поле напряжений может разгружаться с появлением древовидного паттерна. В ранее рассмотренных примерах задавалось, что элемент в зоне разгрузки разгружает составляющую потенциала в направлении, параллельном элементу. В перпендикулярном же направлении величина потенциала оставалась неизменной. Теперь условимся, что в этом направлении возле элемента величина потенциала возрастает (или, что также возможно, снижаются значения пороговой функции). В таких условиях при появлении первого короткого линейного элемента от него тут же перпендикулярно отойдут два новых – возникает крестообразное сочленение. Новые элементы здесь уже образоваться не смогут, так как взаимно-перпендикулярные элементы разгружают возле точки своего пересечения потенциал во всех направлениях. При дальнейшем удлинении элементов, как только их вершины отойдут от точки пересечения на критическую величину, возникнут новые элементы – «притоки». Если в этом же массиве поместить неоднородность в центре, то все элементы, зародившиеся в этой точке, будут стремиться развернуться в сторону максимального

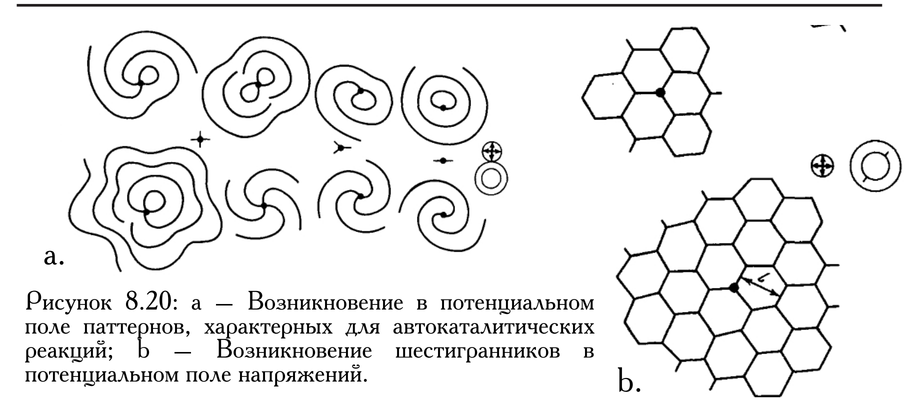


Рисунок 8.20: а — Возникновение в потенциальном поле паттернов, характерных для автокаталитических реакций; b — Возникновение шестигранников в потенциальном поле напряжений.

потенциала. При этом те из них, которые первоначально были ориентированы в этом направлении, для других недосягаемы (рис. 8.21, a-b).[1]

Сходную схему разгрузок потенциальных напряжений можно применить и для описания расположения торговых сетей города, и для поведения организма в экосистеме, всегда подчиняющемуся внешнему полю ресурсов и факторов. Жилкование листа разгружает потенциальное напряжение поля потребности в транспортной системе растения, рисунок трещин на стекле разгружает реальное напряжение, возникающее при давлении на него. В подавляющем числе случаев

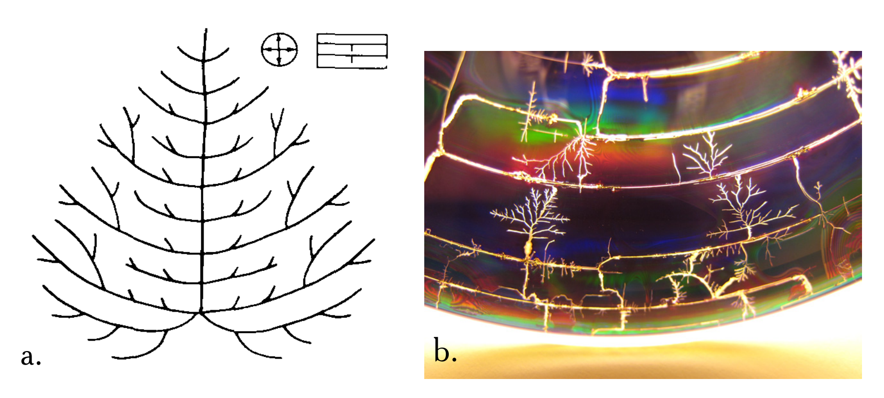


Рисунок 8.21: а — Возникновение древовидной структуры в потенциальном поле напряжений; b — Древовидный паттерн трещин на ДВД матрице.

[1] Зимов Сергей Афанасьевич. Азбука рисунков природы. М.: «Наука». 1993. 125 с. ISBN 5-02-003811-3.

подобные структуры рассматриваются как фракталы[1-5] или хаотические фракталы и отражают в себе как хаотическую, так и упорядоченную компоненты поля напряжений и воздействий, приводящих к их разгрузке.

Но надо отметить, что с математической точки зрения природные объекты являются не фрактальными, а фракталоподобными. У них нет бесконечного самоподобия, они так же отличаются от идеальных математических фрактальных форм, как и не содержат идеальных форм эвклидовой геометрии. Поэтому природные фрактальные формы корректнее называть квазифракталами. Фрактальность природных объектов доказывается возможностью построения правдоподобных компьютерных ландшафтов виртуального мира по простым фрактальным программам, в которых подобие реальности достигается рандомизацией, случайным изменением в определённых пределах переменных в функции, по которой строится фрактальная структура (рис. 8.22). Фрактальные объекты активно используются, к примеру, в



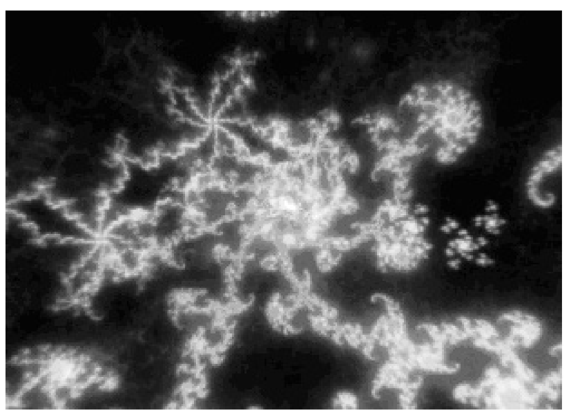
Рисунок 8.22. Фрактальный горный ландшафт.

---

[1] Weiss J., Gay M. Fracturing of ice under compression creep as revealed by a multifractal analysis. // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2012. Vol. 103(B10): 24005-24016.
[2] Chmel A.E., Semenov A.D., Smirnov A.N., Shashkin V.S. Manifestation of glass-crack fractal geometry in Raman spectra. // Physics of the Solid State. 1999. Vol. 41(6): 938-941.
[3] Michael Batty, Paul Longley. Fractal Cities: Geometry of Form and Function. Academic Press. 1 edition. 1994. 394 p. ISBN-13: 978-0124555709. ISBN-10: 0124555705.
[4] Horváth V.K., Herrmann H.J. The fractal dimension of stress corrosion cracks. // Chaos, Solitons & Fractals. 1991. Vol. 1(5): 395–400.
[5] Masashi Kurose, Masaaki Tsuda, Yukio Hirose. Fractal Character of Stress Corrosion Cracking In SNCM439 Steel. // The Third International Offshore and Polar Engineering Conference, 6-11 June, Singapore. 1993.

компьютерных играх: растения и водная рябь, горы и каменистая поверхность безжизненных планет, облака и многие другие природные формы можно генерировать в реальном времени по достаточно простым формулам и без значительных вычислительных затрат, используя фрактальные алгоритмы. Такие ландшафты и объекты требуют гораздо меньше памяти, чем растровые изображения, программа размером меньше мегабайта может генерировать практически бесконечное разнообразие фрактальных форм, для записи которых требуется одна строка информации – формула, по которой строится фрактал и значения начальных переменных. Кроме того, растровое изображение невозможно увеличить больше его реального разрешения – при большем приближении мы увидим пикселизацию. Фракталы же – векторные изображения, их можно приближать настолько, насколько хватит вычислительных способностей компьютера, потенциально – бесконечно (но реально – движение вглубь фрактала, приближение и прорисовка какой-либо его части, есть просчёт формулы с определёнными переменными, соответствующими этой части фрактального множества, взятыми со всё большей точностью. Разные программы имеют различную глубину просчёта, как правило, до 15-го знака после запятой).

Фрактальные алгоритмы позволяют создавать сложные, фантастически красивые, бесконечно трансформирующиеся структуры, благодаря чему фракталы активно используются во всех сферах дизайна, создания виртуальной реальности, индустрии развлечений (рис. 8.23, см. Приложение, рис. 11), в современных изобразительных искусствах (рис. 8.24, см. Приложение, рис. 12). Познакомившись с фрактальными паттернами поближе, начинаешь распознавать их вокруг себя как в реальном мире, так и в виртуальном.



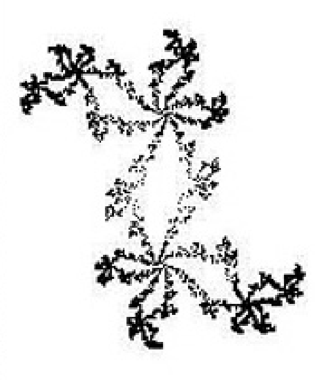


Рисунок 8.23. Фрактальная Матрица в 3-й части фильма братьев Вашовских (Andy Wachowski, Larry (Lana) Wachowski) «Матрица» («The Matrix») (слева) и соответствующий ей фрактал множества Жюлиа (справа).



Рисунок 8.24. Обложка альбома EP7.2 группы Autechre (Warp Records, Vinyl, 12", 33 ⅓ RPM, EP, UK, 1999), для создания которой использована фрактальная графика L-систем (см. ниже).

Фракталы могут быть хаотичными на вид: хлопьевидными, зернистыми, волокнистыми и так далее. На рисунке 8.25 вы видите примеры таких визуально хаотичных фрактальных форм, созданных Мандельбротом. Слева ряд фракталов, построенных на основе одной и той же формулы, но с использованием различных значений переменной. Центральная фигура выглядит как симметричный идеальный геометрический объект, очертания следующего фрактала (внутренняя граница белого и чёрного пространства) гораздо более сглажены, хотя в них ещё видна математически точная периодичность, при ещё более сглаженных очертаниях (внутренний и внешний край наружного светлого кольца) фрактал начинает восприниматься как паттерн с рваным или нарисованным от руки краем. Справа визуально хаотичный фрактальный паттерн, напоминающий некий природный кластер. Это всё фрактальные паттерны, построенные по строгим и несложным математическим алгоритмам, они лишь выглядят неправильными, рваными, хаотичными.

Но если полностью детерминированные математическими правилами формы могут казаться такими неправильными, быть может, некоторые из природных форм тоже лишь кажутся хаотичными?

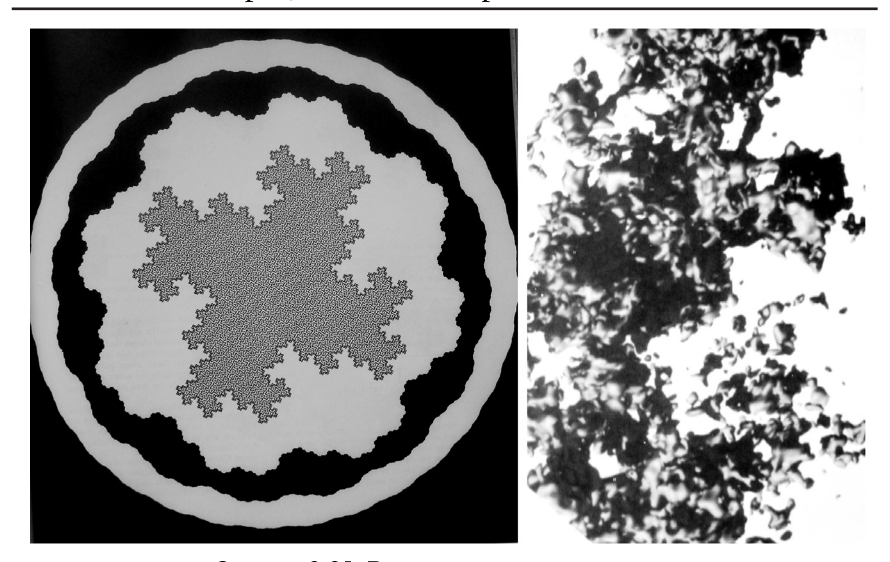


Рисунок 8.25. Визуально хаотичные фракталы.

Если простые математические правила порождают столь сложное формообразование – не означает ли это, что и в основе сложных природных структур и процессов могут лежать простые правила?

Фракталы могут быть отнесены к трём типам.

Линейные или геометрические фракталы. Самые простые представители мира фрактальных форм, абсолютно детерминированные фракталы, в общем уже описанные на примере фракталов Коха, Кантора, Серпинского, Гилберта. Представляют собой геометрическую форму, каждый элемент которой последовательно и потенциально бесконечно трансформируется на основе одного и того же алгоритма. Реально компьютер при прорисовке производит лишь несколько итераций, соответствующих прорисовке нескольких уровней самоподобия. Такие фракталы моделируются с помощью программ «черепашьей» графики, или *L – систем* (*Lindenmayer Systems*), методологической основой которых послужил расчёт чисел Страхлера. Математический формализм L – систем был предложен биологом Аристидом Линденмайером (Aristid Lindenmayer) в 1968 году.[1-2] Эти системы рассматривались, как математическая модель развития, и поныне используются для создания фракталов и реалистических моделей растений (рисунок 8.26 – примеры ветвящихся растениеподобных фракталов, созданных программой моделирования систем Линденмайера).

---

[1] Lindenmayer Aristid. Mathematical models for cellular interaction in development. // J. Theoret. Biology. 1968.Vol. 18: 280-315.

[2] Prusinkiewicz Przemysław, Aristid Lindenmayer. The Algorithmic Beauty of Plants (The Virtual Laboratory). Springer-Verlag. 1990. ISBN 0-387-97297-8.

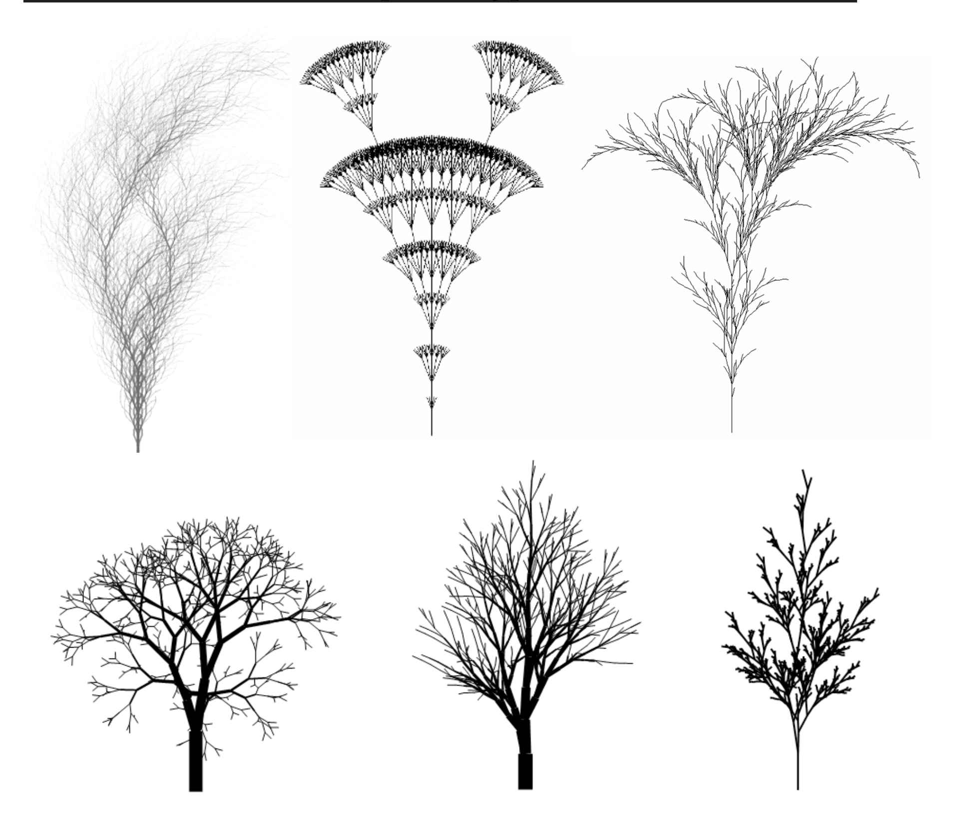


Рисунок 8.26. Растениеподобные ветвящиеся фракталы, созданные с помощью L-графики.

Число Страхлера или число Гортона-Страхлера – математическое описание сложности ветвления древа. Эти числа были впервые описаны в гидрологии Робертом Хортоном (Robert E. Horton (1945)) и Артуром Страхлером (Arthur Newell Strahler (1952)); они упоминались как последовательности потоков Стахлера и определяли размер потока на основе иерархии притоков (рис. 8.27, а). Числа Страхлера легли в основу анализа L-систем и иерархических биологических структур, таких как древесные растения, дыхательная и кровеносная системы животных, а также использовались в распределении регистров языков программирования высокого уровня и в анализе социальных сетей.[1-2]

Все деревья в контексте чисел Страхлера – направленные графы, ориентированные от корней к листьям. Число узла на древе отражает число дочерних ветвей, которые он имеет. Алгоритмически, эти числа могут быть присвоены поиском

[1] Shreve R.L. Statistical law of stream numbers. // Journal of Geology. 1966. Vol. 74: 17–37.
[2] Shreve R.L. Infinite topologically random channel networks. // Journal of Geology. 1967. Vol. 75: 178–186.

в глубину и установлением каждого числа в пост-последовательности. Существует три типа обхода древа: пре-последовательность, симметричная последовательность и пост-последовательность. Для бинарного древа последовательности начинаются у корневого узла и задаются следующими алгоритмами:

I. Пре-последовательность: 1. Отображение части данных корневого или текущего элемента; 2. Обход левого субдерева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода; 3. Обход правого субдрева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода.

II. Симметричная последовательность: 1. Обход левого субдерева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода; 2. Отображение части данных корневого или текущего элемента; 3. Обход правого субдрева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода.

III. Пост-последовательность: 1. Обход левого субдерева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода; 2. Обход правого субдрева рекурсивно вызываемой функцией пре-обхода; 3. Отображение части данных корневого или текущего элемента (рис. 8.27, b).

Также числа Страхлера можно воспроизвести через процесс обрезки, в котором древо упрощается через последовательность шагов, где на каждом шаге убираются все конечные узлы, число Страхлера здесь – число шагов, необходимых для того чтоб убрать заданную ветвь.

Другое эквивалентное определение числа Страхлера для древа – это самое большое полное бинарное древо, которое может быть гомеоморфно включено в данное древо. Число Страхлера для узла в древе сходно с высотой наибольшего полного бинарного древа, которое может быть вложено ниже этого узла. Какой либо узел с числом Страхлера *i* должен иметь как минимум двух потомков с числом Страхлера *i-1*, как минимум 4 потомков с числом Страхлера *i-2* и т.д., а также как минимум 2^{i-1} конечных узлов. Однако, в дереве с *n* узлами самое большое возможное число Страхлера это $log_2\ n$. Но если форма древа не является полным бинарным древом, число Страхлера будет меньше этого значения. В бинарном древе с n числом узлов, случайно выбранном из всех возможных бинарных деревьев, ожидаемый индекс корня с высокой вероятностью очень близок к значению $log_4\ n$.

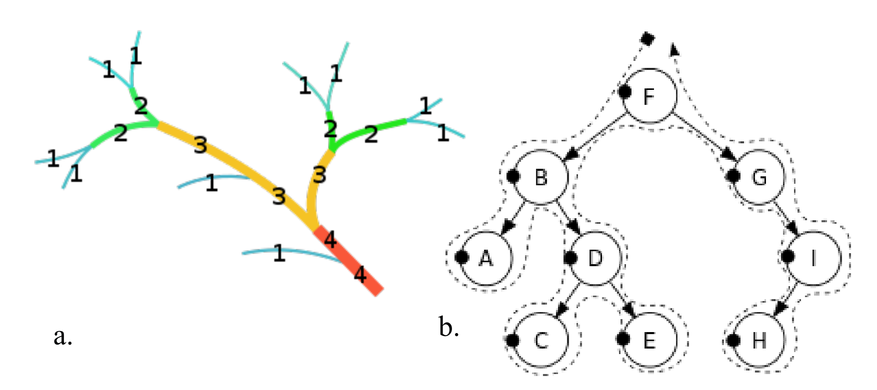
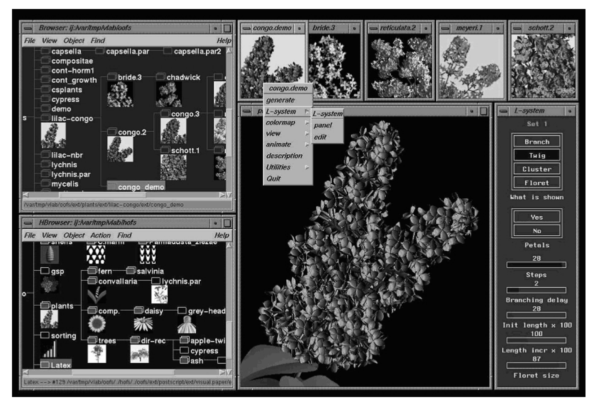


Рисунок 8.27: a – Диаграмма показывающая последовательность потоков Страхлера; b – Три типа обхода древа. Пре-последовательность: F, B, A, D, C, E, G, I, H. Симметричная последовательность: A, B, C, D, E, F, G, H, I. Пост-последовательность: A, C, E, D, B, H, I, G, F.

Алгоритм генерации L – систем очень прост. Задаётся начальная аксиома – правило прорисовки начального паттерна. Аксиома включает следующие символы: «F» – прямой отрезок, «f» – отсутствующий отрезок, пустой промежуток между отрезками, «+» поворот следующего отрезка по часовой стрелке на заданный градус (задаётся в настройках программы), «-» поворот следующего отрезка против часовой стрелки на заданный градус. Кроме этого, задаётся новое значение «F» – на каждом следующем шаге построения фрактала каждый его прямой отрезок («F») преобразуется в фигуру, описанную «новым F». Дополнительные возможности могут включать изменение толщины ветвей различного порядка, эффект трёхмерности, или иные элементы оформления, например, развешивание по паттерну листочков, чтоб сымитировать настоящее растение. На рисунке 8.28a показан пример моделирования люпина с помощью специальной программы моделирования растений с использованием L-графики. Такие свойства, как цвет, текстура, ребристость поверхностей задаются с помощью специальных модулей. Пример окна такой программы моделирования растений показан на рисунке 8.28b.

Разберём в качестве примера алгоритм построения кривой Коха. Аксиома здесь: F (прямой отрезок). Новое F: [F-F++F-F]. Прежнее F (прямой горизонтальный отрезок) преобразуется согласно новому F в [«F» (крайний прямой отрезок слева), «-» поворот на 60^0 против часовой стрелки (угол задан изначально, его можно изменить в настройках), следующий отрезок «F», «++» 2 раза поворот на 60^0 по часовой стрелке (120^0), прорисовка следующего отрезка «F», «-» снова поворот на 60^0 против часовой стрелки и прорисовка последнего отрезка «F» (крайний





a. b.

Рисунок 8.28: a – Модель люпина, созданная с помощью специальной программы моделирования растений с использованием L-графики; b – Пример окна программы моделирования растений с использованием L-графики.

справа)], (рис. 8.29). На следующем шаге построения каждое «F» в получившейся структуре описанной формулой [F-F++F-F], заменится снова на выражение [F-F++F-F], то есть результирующая структура будет описываться формулой: [[F-F++F-F]- [F-F++F-F]++ [F-F++F-F]-[F-F++F-F]] (см. получившееся изображение на рисунке 8.6, второй шаг построения кривой Коха).

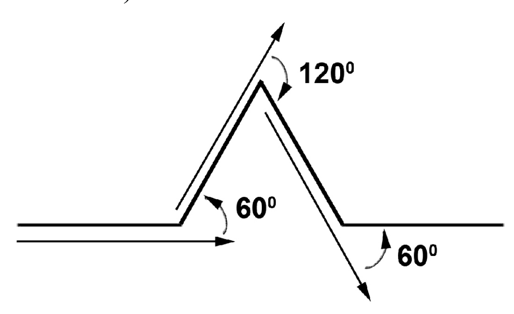


Рисунок 8.29. Первый шаг построения кривой Коха с помощью черепашьей графики.

Линейные фракталы столь просты для воспроизведения, что могут быть предметом домашнего творчества. Уинделл Оскей и компания из сообщества Evil Mad Scientist Laboratories позаимствовали три знаменитых фрактала, треугольник Серпинского, ковёр Серпинского и снежинка Коха для воспроизведения их в глине и тесте. Результатом стали глиняные скульптуры, печенье с шоколадом и кексы (рис. 8.30).

Вторым пришествием фракталов в цифровое творчество (если считать первым рождением появление программ генерации фракталов для персональных компьютеров), стало появление технологии 3D печати. С распространением 3D принтеров фракталы стали переходить из виртуального пространства в реальный мир. Сегодня не составляет труда найти в интернете 3D модель фрактальной структуры или сгенерировать её самому с помощью специального программного обеспечения, а после воплотить трёхмерную модель в быстро застывающем пластике или в металле. Причём, 3D печать позволяет воспроизвести форму не только линейного, но и нелинейного или хаотического фрактала (рис. 8.31).

Любое творческое воспроизведение абстрактных математических или натуроподобных фрактальных структур можно считать настоящим творением Science art, от несложных самодельных домашних творений любителей до работ известных дизайнеров. Фрактальный стол, созданный студией Platform Wertel Oberfell в сотрудничестве с Маттиас Бэр (Matthias Bär) – пример фрактальной геометрии в интерьере. Он, как и большинство нелинейных фракталов и фракталов с большим числом итераций, не мог быть создан в твёрдой форме до появления технологии 3D печати (рис. 8.32).

Несложные фракталы с ограниченным числом итераций можно создать практически из чего угодно. Губка Серпинского, сделанная вручную из 8000 однодюймовых дубовых кубиков Томом Фабло (Tom Falbo) и его помощниками, располагающаяся ныне в корпусе математики колледжа Санта-Розы (Santa Rosa Junior College, Santa Rosa, CA) (рис. 8.33).



Рисунок 8.30. Фрактальный handmade от Evil Mad Scientist Laboratories.[1]

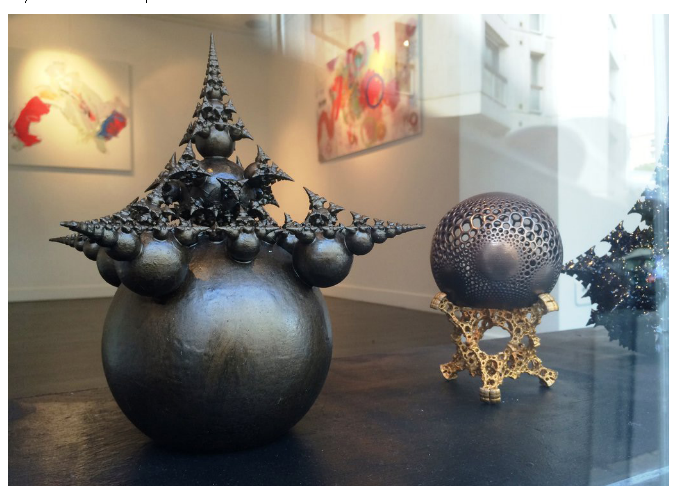


Рисунок 8.31. 3D принты фракталов.

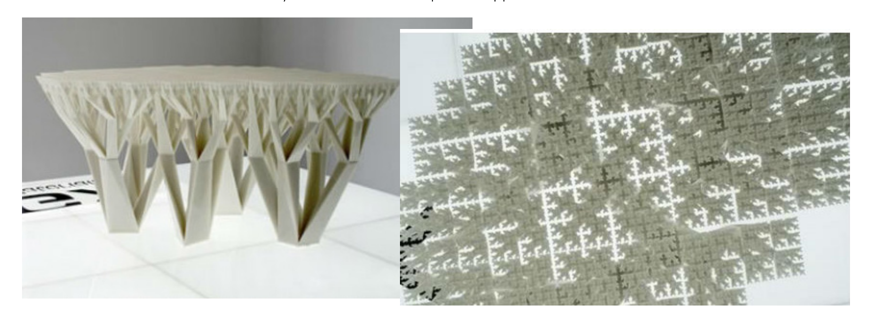


Рисунок 8.32. Фрактальный стол от студии Platform Wertel Oberfell, представленный публике в Милане в 2008 году.

[1]http://www.evilmadscientist.com/2007/iterative-algorithmic-plastic-sculpture-fimo-fractals/
http://www.evilmadscientist.com/2009/fractal-snowflake-cupcakes/

Ручные работы серии «Скульптуры природных фракталов» художницы Нуалы О'Донован (Nuala O'Donovan) из Ирландии сделаны из фарфора (рис. 8.34). Школьники из средней школы епископа О'Дауда (Bishop O'Dowd High School, Oakland, CA) сделали тетраэдр Серпинского из бумаги (рис. 8.35). Для журнала «Math Mondays», партнёра нью-йоркского Музея математики, дети сделали треугольник Серпинского из 2187 однопенсовых монет (рис. 8.36). Тот, кто сделает фрактал больше или из других интересных элементов (рис. 8.37), также попадёт со своим творением на страницы этого журнала.

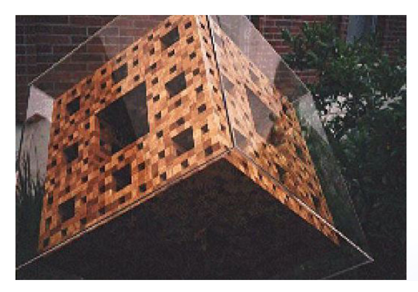


Рисунок 8.33. Губка Серпинского Тома Фабло.



Рисунок 8.34. Фрактальная фарфоровая скульптура художницы Нуалы О'Донован.

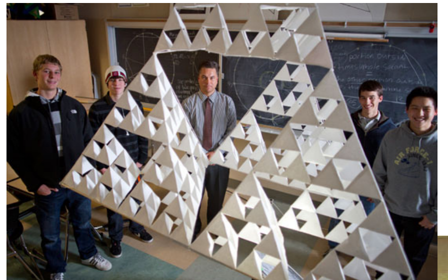


Рисунок 8.35. Бумажный тетраэдр серпинского сделанный школьниками из средней школы епископа О'Дауда.



Рисунок 8.36. Треугольник Серпинского из 2187 однопенсовых монет.

У Хинке Осинга (Hinke Osinga), доктора математики из университета Бристоля (University of Bristol) вполне математическое хобби – вязание. Как-то ее научный руководитель, профессор Краускопф (Bernd Krauskopf) неосмотрительно бросил: «Связала бы ты что-нибудь полезное!». И доктор Осинга связала. Так появилась модель хаоса. Первый в мире вязаный странный аттрактор крутится под потолком в кабинете математиков в университете Бристоля. В общей сложности, 85 часов работы и 25 тысяч 511 петель ушло на создание вязаной модели детерминировано-хаотической системы (рис. 8.38). Математики обещали бутылку шампанского тому, кто первым предложит другую связанную модель, и уже через две недели пришли первые письма с фотографиями.

Доктор Дэвид Джейкоб "Джейк" Вайлдстом из Университета Луисвилля (David Jacob "Jake" Wildstrom, University of Louisville, Kentucky) тоже иногда вяжет, в том числе фрактальные узоры. Его работа вошла в книгу «делаем математику со спицами» под редакцией Сары-Мари Белкастро (Sarah-Marie Belcastro) и Каролины Якель (Carolyn Yackel) (рис. 8.39).[1]



Рисунок 8.37. Деревянный резной фрактал ручной работы

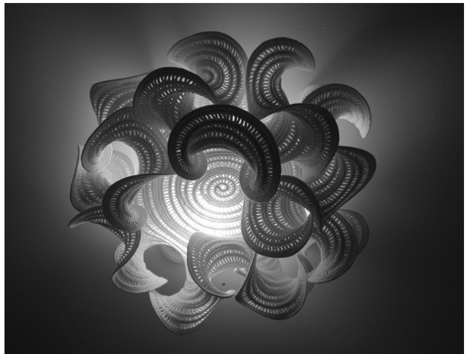


Рисунок 8.38. Вязаный аттрактор Лоренца доктора Хинки Осинга.



Рисунок 8.39. Фрактальные кружева доктора Дэвида Джейкоба.

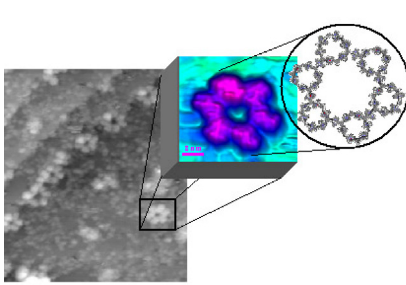
[1] Sarah-Marie Belcastro, Carolyn Yackel. Making Mathematics with Needlework: Ten Papers and Ten Projects. Publisher: A K Peters/CRC Press. 2007. 200 p. ISBN 10: 1568813317. ISBN 13: 9781568813318

Твёрдая копия треугольника Серпинского может быть не только красива, но и функциональна. Фрактальные антенны давно доказали свою высокую эффективность. И такую антенну вполне можно создать самому, обладая базовыми знаниями по травлению микросхем, позволяющими сделать микросхему в домашних условиях (рис. 8.40).

Более миниатюрный и высокотехнологичный фрактал создали исследователи из Университетов Акрона и Клемсона в Южной Каролине и университета штата Огайо (University of Akron, Clemson University and Ohio University). Фрактал, созданный ими, – это полимер с фрактальным молекулярным строением. Остов молекулы состоит из шестиугольных углеродных колец, ребра которых образованы меньшими кольцами такой же формы. Традиционным способам синтеза органических веществ ученые предпочли метод "самосборки": похожий процесс позволяет осколкам графитовой решетки соединиться, образуя высокосимметричный фуллерен. Во "фрактальной" молекуле отдельные углеродные фрагменты скоординированы с атомами металлов – железа или рутения. Диаметр молекулы – 12 нанометров, что намного меньше размеров белка, ДНК и других биополимеров (рис. 8.41).[1]



Рисунок 8.40. Фрактальная Wi-Fi антенна, созданная Игорем Анетнщиком (http://bloganten.ru/fraktalnaya-wifi-antenna/). «Скажу сразу, антенна превзошла все ожидания, и хотя она получилась у меня с третьего раза, результат того стоил. Отличная работа на расстоянии 1000 м от точки доступа, думаю, говорит о многом», характеризует её антенных дел мастер.



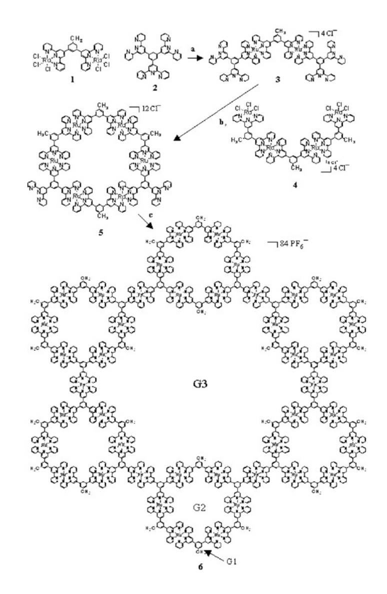


Рисунок 8.41. Фрактальный полимер из углеродных фрагментов, скоординированных с атомами металлов.

[1] George R. Newkome, Pingshan Wang, Charles N. Moorefield, Tae Joon Cho, Prabhu P. Mohapatra, Sinan Li, Seok-Ho Hwang, Olena Lukoyanova, Luis Echegoyen, Judith A. Palagallo, Violeta Iancu, Saw-Wai Hla. Nanoassembly of a fractal polymer: a molecular "Sierpinski hexagonal gasket". // Science. 2006. Vol. 312(5781): 1782-5. Doi: 10.1126/science.1125894.

Фракталы это не только математические абстракции, создавать которые способен лишь процессор компьютера и, с некоторым приближением, природа. Фракталы находят себе всё больше места и в творчестве, и в технологиях. Оборудование нанотехнологической лаборатории, вязальный крючок или просто груда жестяных банок позволят вам, при наличии желания и фантазии, воплотить в реальном мире красоту фрактальной геометрии.

Другой тип фракталов: *нелинейные или алгебраические фракталы*. Их визуализация более сложна, поэтому они получили распространение после появления компьютеров, когда появилась возможность прорисовывать сложные системы, для построения которых требуются тысячи и тысячи арифметических операций. Самые известные из нелинейных фракталов: множества Жюлиа, названное по имени создателя – Гастона Жюлиа, и множество Мандельброта, созданное и популяризованное Бенуа Мандельбротом. При генерации этих множеств используется простой алгоритм на основе полинома второй степени: $(z^2 + c)^2 + c$, где переменная z и константа c – комплексные числа, состоящие из действительной и мнимой частей (мнимая часть содержит множитель i: квадратный корень из -1). Затем полученное значение последовательно подставляется в эту же формулу как z: $[(z^2 + c)^2 + c]^2 + c$, и т. д. Плоскость построения фрактала – это координатная плоскость с переменными уравнения в качестве координат. Подставляя в формулу какое-либо начальное значение переменных (аргументов) и решая её, мы получаем конечный результат, который подставляется снова в ту же формулу в качестве аргументов. Если взять слишком маленькие начальные аргументы (меньше единицы) результат за небольшое число итераций уйдёт в область сверхмалых значений, стремящихся к нулю. Напротив, если взять слишком большие начальные аргументы, много больше единицы, результат за несколько итераций станет астрономически большим. Примем начальные аргументы, при которых результат просчёта функции уходит за определённое заданное нами число итераций за пределы какого-либо минимального значения, как аргументы, при которых функция стремится к нулю. Примем также начальные аргументы, при которых результат просчёта функции уходит за определённое заданное нами число итераций за пределы какого-либо максимального значения, как аргументы, при которых функция стремится к бесконечности. Начальные аргументы отображаются координатами двумерного пространства. Те точки, которые соответствуют значениям аргументов, при которых функция уходит в бесконечность, отобразим белым цветом. Те точки, которые соответствуют значениям аргументов, при которых функция стремится к нулю, отобразим чёрным цветом. В результате получим график с бесконечно изрезанной границей между чёрной и белой областями. Оказывается, граница между множеством значений аргументов, уводящих функцию в бесконечность, и

множеством значений, уводящих её к нулю, бесконечно самоподобно «гуляет», флуктуирует, преломляется (рис. 8.42). При увеличении какой-либо части этой границы мы будем открывать всё новые и новые самоподобные изгибы, паттерны, напоминающие форму целого (рис. 8.43).

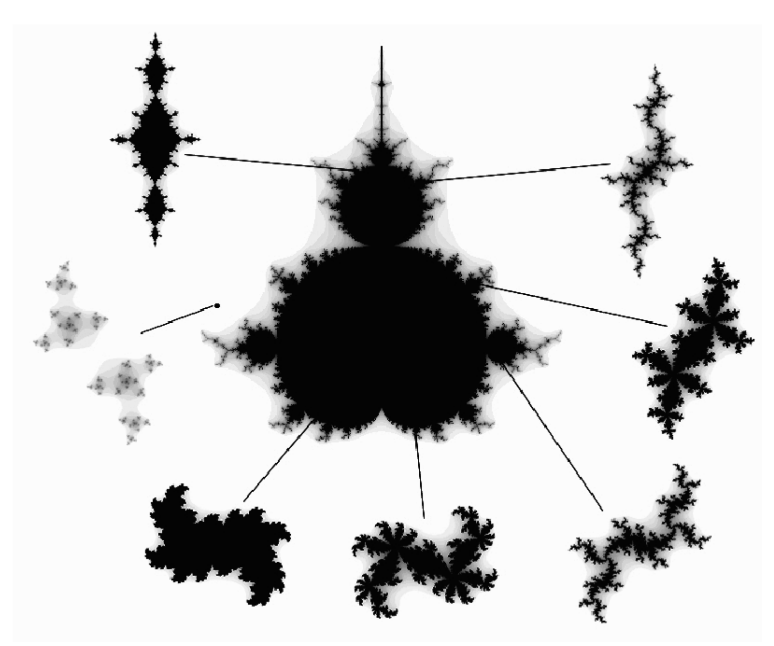


Рисунок 8.42. Множество Мандельброта (его называют также «черным карликом») в центре, вокруг примеры множеств Жюлиа, соответствующие различным точкам множества Мандельброта.

Множество Мандельброта – самый известный нелинейный фрактал – это множество таких точек *c* на комплексной плоскости, для которых итерационная последовательность $z_{n+1} = z_n^2 + c$ при $z_0 = 0$ является ограниченной. То есть, это множество таких *c*, для которых существует такое действительное *R*, что неравенство $|zn| < R$ выполняется при всех натуральных *n*. Точное значение площади множества Мандельброта неизвестно. На 2012 год она оценивалась как $1{,}506\ 591\ 884\ 9 \pm 2{,}8\times10^{-9}$. Точная координата центра масс (расположенного на оси абсцисс) тоже неизвестна и оценивается как $-0{,}286\ 768\ 420\ 48 \pm 3.35\times10^{-9}$.

Впервые множество Мандельброта было описано в 1905 году Пьером Фату (Pierre Fatou), французским математиком, работавшим в области аналитической динамики комплексных чисел. Фату изучал рекурсивные процессы вида $z \to z^2 + c$. Начав с точки z_0 на комплексной

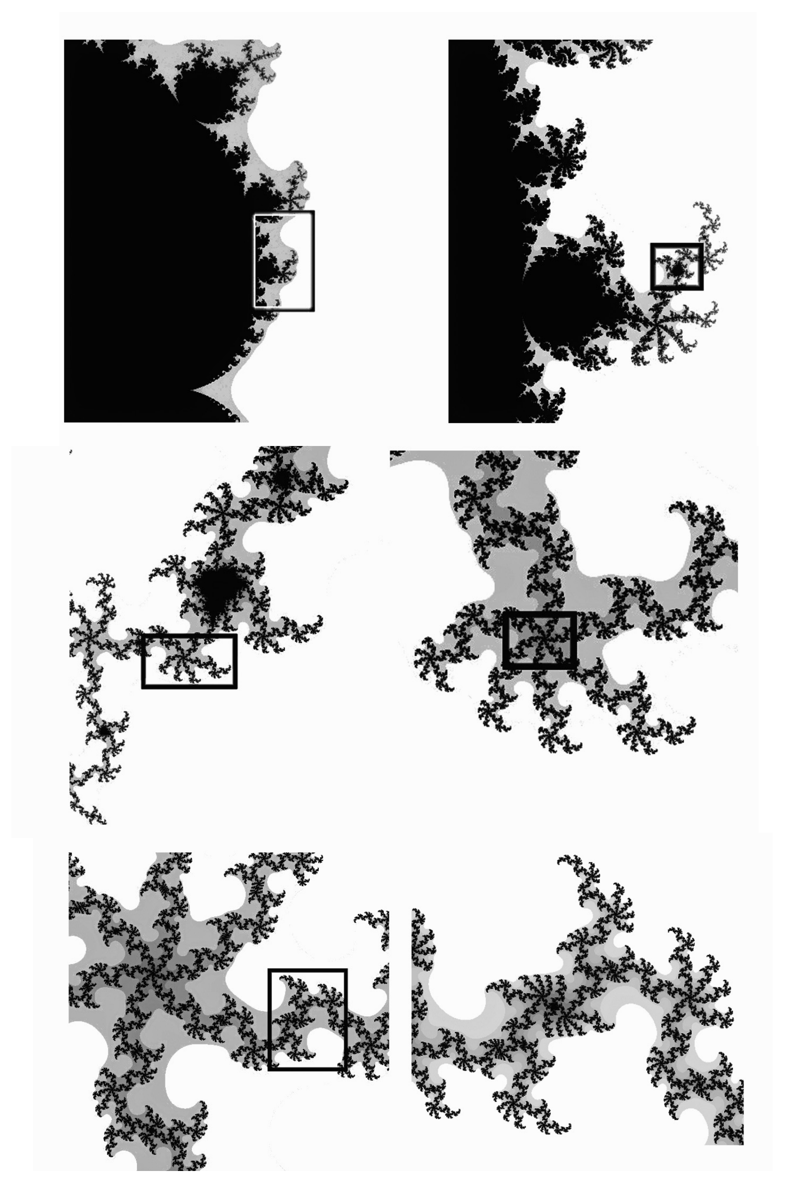


Рисунок 8.43. Серия увеличений элементов на границе множества Мандельброта.

плоскости, можно получить новые точки, последовательно применяя к ним эту формулу. Такая последовательность точек называется орбитой z_0 при преобразовании $z \rightarrow z^2+c$. Фату нашел, что орбита $z_0 = U$ при этом преобразовании показывает достаточно сложное и интересное поведение. Существует бесконечное множество таких преобразований – своё для каждого значения *c*. В те времена компьютеров ещё не было, и Фату, конечно, не мог построить орбиты всех точек плоскости, ему приходилось всё делать вручную. Основываясь на своих расчётах, он доказал, что орбита точки, лежащей на расстоянии больше 2 от начала координат, всегда уходит в бесконечность. Фату никогда не видел изображений, которые мы сейчас знаем как изображения множества Мандельброта, потому что необходимое количество вычислений невозможно провести вручную. Профессор Бенуа Мандельброт был первым, кто использовал для этого компьютер.

Строго математически, изображения множеств Мандельброта и Жюлиа должны быть чёрно-белыми. Точка либо попадает внутрь множества, либо нет. Несмотря на это, с помощью компьютера мы можем построить и цветные изображения (см. Приложение, рис. 13). Самым распространённым способом является раскрашивание точек снаружи множества в цвет, соответствующий количеству итераций, за которое точка уходит в «бесконечность» или, с точки зрения программы, на определённое расстояние от нуля.

Множество Мандельброта изначально было построено как каталог множеств Жюлиа: каждой точке на комплексной плоскости соответствует своё множество Жюлиа. Точки, лежащие внутри множества Мандельброта, точно соответствуют связным множествам Жюлиа, а точки снаружи – несвязным.

Мно́жество Жюлиа́ J (f) рационального отображения $f: CP \rightarrow CP$ – это множество точек, динамика в окрестности которых в определённом смысле неустойчива по отношению к малым возмущениям начального положения.

Отсюда понятно, что интересные варианты множества Жюлиа соответствуют точкам, лежащим на границе множества Мандельброта. Точки глубоко внутри образуют простые геометрические фигуры, а внешние выглядят как пыль, окружающая цветные пятна. Некоторые программы, например, *Fractint*, позволяют пользователю прямо на экране указать точку, для которой необходимо построить соответствующее множество Жюлиа, упрощая поиск изображений.

Множество Мандельброта и само содержит структуры, напоминающие множество Жюлиа: для любого с область множества Мандельброта около *c* напоминает центр множества Жюлиа с параметром *c*. Если сильно увеличить множество Мандельброта в граничной точке *c* и то же самое проделать с множеством Жюлиа для этого же значения *c* и в этой же точке, то картины будут асимптотически

стремиться друг к другу при всё больших увеличениях.

Зачастую под названием «Множество Мандельброта» понимается только множество, описанное выше. Однако любая функция комплексной переменной имеет соответствующее множество Мандельброта, котороетакжехарактеризуетсяналичиемилиотсутствием связного множества Жюлиа. Например, в функции $f_c(z)=z^3+c$ для каждого значения с проверяется связность множества Жюлиа функции f_c, и при наличии связности считается, что с принадлежит множеству Мандельброта. В описанном случае связность можно проверить тем же способом, что и для $f_c(z)=z^2+c$. Эти утверждения можно обобщить и на множества Жюлиа, определяемые больше, чем двумя числами. Например, множество Жюлиа, определяемое тремя действительными числами, имеет соответствующее трёхмерное множество Мандельброта. Рассматриваются и многомерные вариации множества Мандельброта. Так, трёхмерный аналог получил название «лампочка Мандельброта».

Многие математические особенности самого известного фрактала до сих пор остаются не выясненными. Дуади и Хаббард (Douady, Hubbard) доказали, что множество Мандельброта является связным (связное пространство – топологическое пространство, которое невозможно разбить на два непустых непересекающихся открытых подмножества). Однако неизвестно, является ли оно локально связным (локально связное пространство — топологическое пространство X, в котором для любой точки х и любой ее окрестности O_x имеется меньшая связная окрестность U_x.). Гипотеза о локальной связности множества Мандельброта в комплексной динамике получила название MLC (Mandelbrot Localy Connected). Многие математики прилагают усилия к её доказательству. Жан-Кристоф Йокоз (Jean-Christophe Yoccoz) доказал, что гипотеза верна во всех точках с конечной ренормализацией, затем многие другие математики доказывали справедливость гипотезы во многих отдельных точках множества Мандельброта, но общая гипотеза остается недоказанной. Митсухиро Шишикура (Mitsuhiro Shishikura) доказал, что размерность Хаусдорфа границы множества Мандельброта равна 2.

Нелинейные фракталы могут не иметь строгого самоподобия, они повторяют себя с развертыванием бесконечных вариаций. Таким образом, простой алгоритм построения раскрывается при бесконечном повторении как генератор разнообразных причудливых форм, причем некоторые из них напоминают биологические. Эффектнее такие множества выглядят не в чёрно-белом варианте, а развертывающимися на экране компьютера при использовании программ, которые окрашивают различные области в разные цвета, в зависимости от скорости изменения значений чисел.

Если раскачивать металлический маятник между тремя магнитами и отмечать разными цветами области притяжения к каждому

из них, то непосредственно вокруг самих магнитов будет область, полностью залитая цветом, соответствующим его области притяжения, то есть отпущенный там маятник сразу притянется к соответствующему магниту. Но если мы таким образом попробуем точно определить границы областей притяжения, нас постигнет разочарование: сделать это будет невозможно. Области притяжения на границах будут смешаны так, что в зоне притяжения одного магнита окажется участок области притяжения другого, в нём небольшой участок притяжения снова к первому. Мы обнаружим и такие участки, где все три цвета бесконечно перемешаны, так что там невозможно найти область притяжения одного магнита, которая не соприкасалась бы с зонами притяжения обоих других магнитов одновременно. Границы притяжения между магнитами будут фрактальны (см. Приложение, рис. 14).

Бильярд Синая, абстрактная модель с динамикой сильно зависящей от начальных условий, визуализирующая быстрое увеличение неопределённости в предсказании местоположения шаров через некоторое число их соударений, также даёт фрактальную картину аттракторов – участков стола, которые шары посещают чаще всего. Как можно видеть, форма стола, использованного для этих экспериментов, является основной частью областей притяжения, которые повторяются последовательно в уменьшающемся масштабе. Теоретически, такое самоподобие должно продолжаться вечно, и если мы будем увеличивать рисунок все больше и больше, мы получим все те же формы (рис. 8.44). Эти примеры показывают фрактальность динамики детерминировано-хаотических систем, поведение которых не рассчитываемо на большом промежутке времени в виду лавинообразного нарастания отклонений, влияющих на конечное состояние системы.

Третий тип фракталов: *хаотические или стохастические фракталы.* Хаотические фракталы не обладают абсолютным самоподобием, они лишь статистически самоподобны, или самоаффинны. Самоподобная кривая цен, которую исследовал Мандельброт – пример хаотического фрактала. Бесконечное множество форм и процессов в природе имеет хаотически фрактальную природу. Возьмём природный образец хаотичной динамики – броуновское движение частицы. Оказывается, само движение броуновской частицы самоподобно. Ломаная линия, отображающая тепловое движение частицы, получается при периодической фиксации положения частицы в дискретные моменты времени и соединении их прямой линией. Скажем, местоположение частицы регистрируется каждую секунду, и новое местоположение соединяется с предыдущим прямой линией, которая, по идее, отражает путь частицы, пройденный ей за секунду. Но если мы повысим частоту фиксации местоположения частицы в 10 раз и будем отмечать её местоположение каждую миллисекунду, мы обнаружим, что путь, проходимый частицей за секунду, который

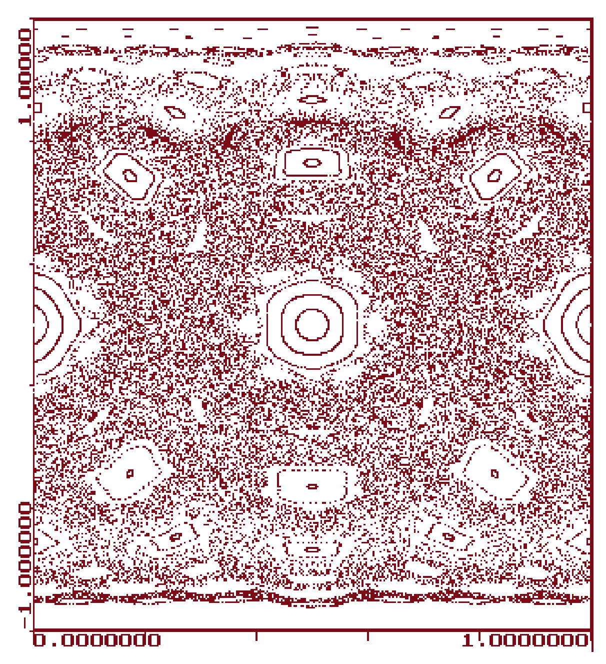


Рисунок 8.44. Фрактальный аттрактор поведения бильярдного шара.

мы отображали прямой линией, сам состоит из ломаной, так же, как состоял из ломаной путь частицы, проходимый ею за 10 секунд, когда мы отмечали её положение ежесекундно (рис. 8.45). Каждый скачок частицы по отдельности хаотичен и непредсказуем, но общая картина движения частицы, регистрируемая при разных временных интервалах, оказывается самоподобна. Если временной интервал, с которым регистрировалось положение частицы, не указан, мы не сможем определить его – ломаная, отражающая перемещение частицы за миллисекунду, принципиально ничем не отличается от ломаной, отражающей путь частицы за минуту.

Мандельброт описал ещё одно удивительное свойство частицы совершающей броуновское движение. Если отмечать путь частицы в течение очень долгого времени, мы заметим, что иногда частица колеблется некоторое время в какой-либо ограниченной области, потом

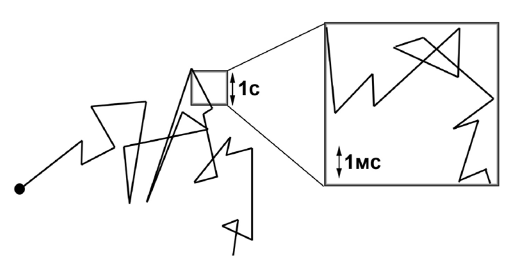


Рисунок 8.45. Самоафинная кривая броуновского движения частицы.

может быстро перескочить на новую область пространства, задержаться на некоторое время там, вернуться назад или снова перескочить в новое место. Мандельброт отмечал точками те области пространства, где частица задерживалась сравнительно долго или появлялась сравнительно часто. Оказалось, зоны, предпочитаемые броуновской частицей, группируются в кластеры. Между кластерами находится пространство, которое частица проскакивала, почти не задерживаясь. Эти кластеры, в свою очередь, группируются в кластеры большего масштаба, те – в кластеры ещё большего масштаба и так далее. Таким образом, распределение положений частицы в пространстве фрактально. Для такого распределения мы не можем найти среднестатистическую величину: какой бы размер выборки мы не взяли, мы рискуем оказаться внутри большого кластера или между кластерами (и на самом деле оказываемся, потому что над нашей выборкой возвышается бесконечная иерархия кластеризации). Такая кластерная структура, воспроизведённая броуновской частицей, отражает и кластеризацию скоплений галактик во вселенной (рис. 8.46).

Движение броуновской частицы – этот самоорганизованный хаос, представленный в виде одномерной прямой, и даст нам самоаффинный фрактальный график, подобный графику, отражающему изменения цен на рынке, изменения уровня рождаемости, скачки температуры и солнечной активности, колебания уровня Нила, численности популяций канадской рыси и прочие флуктуирующие природные явления. Конечно, эти графики не будут идентичны ввиду различия природы процессов, их формирующих, но все они будут детерминировано-хаотичны, фрактальны, самоафинны, что говорит о наличии в них самоорганизованного хаоса.

Одномерную хаотичную кривую можно получить, визуализируя ломаной кривой на плоскости число π (см. Приложение, рис. 15) или подбрасывая монету и отмечая на графике линией вверх выпадение орла и вниз – решки. При достаточно большом (несколько

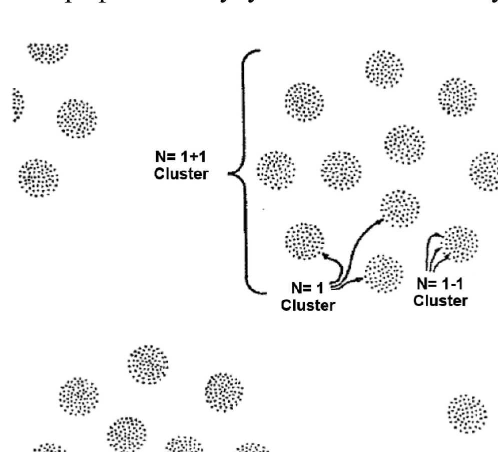


Рисунок 8.46. Образная идеальная схема фрактальной кластеризации скоплений галактик, показано без элементов хаоса.

миллионов) числе подбрасываний мы получим кривую, в которой кратковременные подъёмы и спуски будут переходить в долговременные, глобальные, второго, третьего порядков и так далее (сколько порядков самоподобия мы выявим, зависит от длины нашего графика, то есть от объёма данных). В частности, из-за фрактальности распределения случайных событий стратегия Мартингейл игры в рулетку обречена на провал, хотя, на первый взгляд, только она выглядит хоть сколько-нибудь перспективной. Стратегия заключается в том, чтоб делать ставку на ту же позицию, удваивая ставку после каждого проигрыша. Скажем, мы ставим на чёрное или красное, в случае выигрыша нам возвращается двойная сумма ставки. В случае проигрыша мы ставим на тот же цвет дважды большую сумму, чем проиграли, если опять проигрыш, ставим снова на тот же цвет и снова удваиваем ставку. В первый ход вероятность того, что не выпадет наш цвет – 50%, во второй уже 25%, в третий 12,5%, вероятность 4-х проигрышей подряд уже всего 6,25%, удвоение же ставки позволяет покрыть выигрышем, который, наконец, наступит, все предыдущие проигрыши. Слабость метода в том, что помимо кратковременных флуктуаций проигрышей и выигрышей, то есть небольших кластеров выпадения одновременно нескольких чёрных или нескольких красных, которые происходят на протяжении часа или суток, на недельном, месячном, годовом графиках мы увидим спуски и подъёмы большего масштаба, кластеризацию выпадений одного цвета больших порядков. И когда ваша кривая выигрышей месячного или годового масштаба идёт вверх, у казино хватит денег, чтоб вам заплатить, но когда ваша кривая пойдёт вниз, у вас закончатся деньги, то есть, при прочих равных условиях, играя с казино во фрактальный хаос, вы проиграете игру, потому что у вас меньше банк.

Проекция броуновского движения частицы на плоскость, например, путём очерчивания внешних границ области движения частицы, даёт изрезанный паттерн, подобный паттерну береговых линий или очертаний материков (рис. 8.47, a), проекция в трёхмерное пространство позволяет получить ландшафты, подобные представленному на рисунке 8.47, b.

Особый тип хаотических фракталов составляют фрактальные кластеры. Для фрактального кластера характерно уменьшение его плотности с ростом размеров. Плотность частиц кластера постоянна только когда фрактальная размерность D равна евклидовой размерности пространства, в котором находится кластер. Фрактальные кластеры имеют плотность, убывающую при увеличении радиуса пробирующей функции.

Направление исследований этих объектов началось с появления модели агрегации, ограниченной диффузией (diffusion limited aggregation, DLA), описанной выше. Оказалось, кластеры, получаемые с помощью DLA модели, обладают свойствами хаотических фракталов:

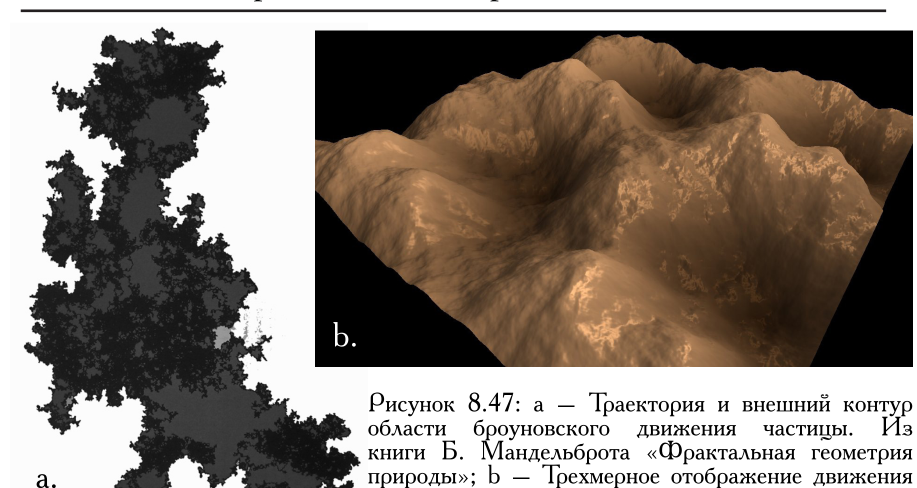


Рисунок 8.47: а — Траектория и внешний контур области броуновского движения частицы. Из книги Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы»; b — Трехмерное отображение движения броуновской частицы.

они имеют дробную размерность и их структура статистически самоподобна – от больших ветвей первого порядка отходят ветви второго порядка, от них – третьего, и так далее. Мы не сможем отличить кластер, состоящий из 100 тысяч частиц, от кластера, состоящего из 100 миллионов частиц – самоподобие подразумевает масштабную инвариантность. Фрактальный кластер – ещё один способ фрактальной самоорганизации частицы, совершающей броуновское движение, слепок самоорганизованного хаоса. Кроме того, моделируемость фрактальным кластером DLA объектов реального мира говорит об их фрактальной природе. Снежинки, колонии бактерий, формы лишайников, вязкие пальцы, пробои диэлектриков, кластеры электролитически осаждённого металла и прочие формы, имитируемые моделью DLA также фрактальны.

Связь между самоорганизацией, хаосом и фракталами глубже, чем кажется. Вспомните свойства странных аттракторов, траектории которых никогда не повторяют себя с абсолютной точностью. При увеличении какого-либо участка фазового пространства траектории странного аттрактора бесконечно расщепляются на ряд дочерних линий. Странный аттрактор, в отличие от обычного аттрактора, фрактален. Каждый странный аттрактор характеризуется собственной, присущей ему фрактальной размерностью. Фрактальность странного аттрактора – своеобразное отражение фрактальности самоаффинной хаотичной кривой, получаемой на временных графиках параметров, по которым строится странный аттрактор. Далее, вспомните самоподобие каскада бифуркаций, турбулентных завихрений жидкости, всё это – примеры фрактальных структур и процессов.

Как и следовало ожидать, из моделей самоорганизации не

только модель DLA порождает фрактальные паттерны. Очень часто их создают клеточные автоматы. Один из наиболее часто встречающихся – треугольник Серпинского. Он возникает иногда как конечная фигура, иногда как быстро исчезающий паттерн в динамике развития структуры в семействах правил: "General binary" (правило "Sierpinski"), "1-D totalistic" (правило Pascal's triangle, известное Правило 161, описанное Стивеном Вольфрамом), «Weighted Generation» и многих других, в том числе в классическом семействе «Life», развивающемся по стандартным правилам Джона Конвея. В последнем случае паттерн интересен тем, что создаётся отчасти стохастически. На очень малом увеличении была проведена от руки горизонтальная линия клеток, давшая на девятитысячной генерации паттерн Серпинского, содержащий около трех миллионов клеток (рис. 8.48, a). При последовательном увеличении небольшого прямоугольного участка этого поля становятся видны отдельные группы клеток (рис. 8.48, b) и затем сами клетки, формирующие характерные для игры «Жизнь» статичные, пульсирующие и перемещающиеся конфигурации (рис. 8.48, c). Таким образом, при изменении масштаба можно визуализировать как переход от симметричного упорядоченного паттерна к клеточной «пыли», лишенной видимой упорядоченности, так и обратный переход – от мнимого хаоса отдельных клеток к строгому порядку.

Некоторые правила просто порождают фрактальное множество начального паттерна. На рисунке 8.49 дан пример правила Fredkin

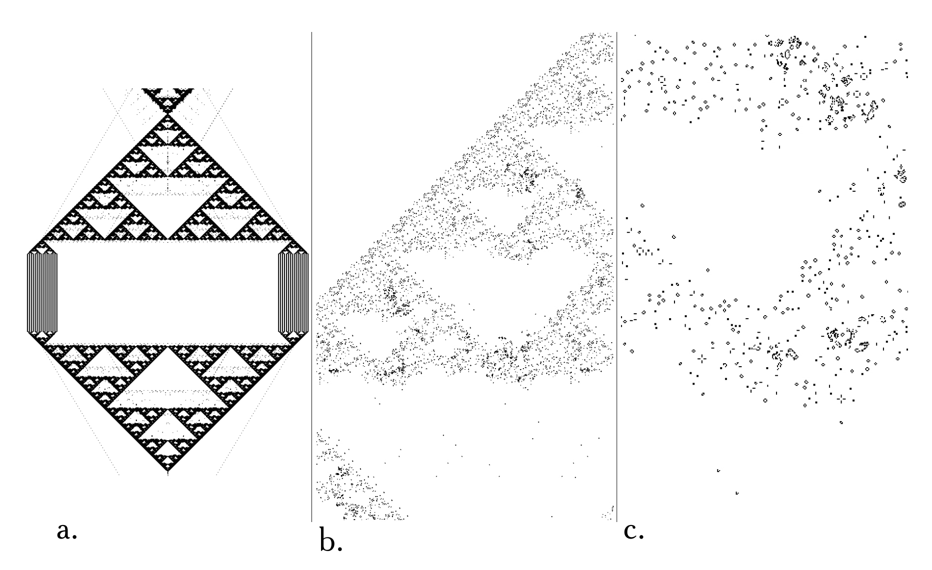


Рисунок 8.48. Треугольник Серпинского (игра «Жизнь») при последовательном увеличении (слева направо).

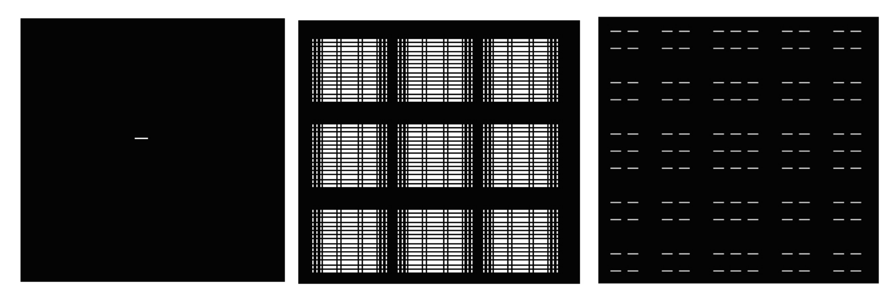


Рисунок 8.49. Генерация фрактального паттерна правилом Fredkin семейства «Vote for Life».

семейства «Vote for Life». Начальный паттерн – короткий прямой ряд клеток в центре поля (рисунок слева). Через небольшой ряд генераций, проходя несколько промежуточных стадий саморепликации, когда виден и сам начальный элемент, и его различные трансформации (рисунок в центре), начальный паттерн заполняет всё игровое поле, выходит за его пределы, и всё игровое поле становится лишь частью самоподобного фрактального паттерна (рисунок справа). При этом заполнение не сплошное: идёт генерация реального фрактального паттерна, образуется сначала 1 кластер начальных объектов, потом 9, затем через ряд генераций – 9 более удалённых от друга кластеров, каждый из которых содержит 9 кластеров, идентичных начальным, и так далее.

Хаотичные фрактальные кластеры можно также легко сгенерировать с помощью КА. Примеры: правило «Flakes» семейства «Life», правило «Hour glass» семейства “Weighted Life”. Правда, часто оказывается, что симметричность генерируемого паттерна зависит от симметричности начальной конфигурации клеток. Симметричные конфигурации рождают правильные мозаикоподобные структуры, в которых отсутствует хаос. Если же запустить развитие асимметричной конфигурации, мы на основе этих же правил получим визуально хаотизированные, натуроподобные паттерны. Это может свидетельствовать, в том числе, об отсутствии программированного хаоса в правилах, по которым развивается и реальная система, и о том, что её собственный хаос есть лишь отражение хаоса внешних условий. Помести её в «симметричные» условия, и её рисунок станет столь же симметричен и предсказуем. Но это лишь частный случай. Есть правила, рождающие схожие хаотичные паттерны вне зависимости от формы начальной конфигурации клеток.

Фрактальные паттерны, генерируемые реакционно-диффузными системами, можно увидеть в имитационных моделях Х. Майнхардта.

Сейчас рассмотрим математическую систему, способную

генерировать как линейные, так и не линейные и даже хаотические фракталы. Тип генерируемого фрактала зависит от конкретного алгоритма построения в рамках данной системы. Кроме того, эта математическая система размывает границы между понятиями фрактала и аттрактора. Система, о которой идёт речь, называется системой итерированных функций (*СИФ, Iteratid Function System, IFS*). Математические аспекты были разработаны Джоном Хатчинсоном (John E. Hutchinson) в 1981 году, а сам метод стал широко известен благодаря Майклу Барнсли (Michael Barnsley), популяризировавшему его в книге «Вездесущие фракталы» («Fractals Everywhere»).[1] Результат применения системы итерированных функций, называемый аттрактором, не всегда является фракталом. Это может быть любой компакт, включая интервал или квадрат. Тем не менее, изучение систем итерированных функций важно для фрактальной теории, так как с их помощью можно получить удивительное множество фракталов. Теория итерированных функций является составной частью общей теории динамических систем.

СИФ называют итерационную схему аффинных преобразований с совокупностью получаемых отображений. Аффинные преобразования включают лишь масштабирование, вращение, перемещение и наклон (различные части изображения могут быть повёрнуты по-разному). В более точной формулировке: Преобразование плоскости называется аффинным, если:

– оно взаимно однозначно;
– образом любой прямой является прямая.

Преобразование называется взаимно однозначным, если:

– разные точки переходят в разные;
– в каждую точку переходит какая-то точка.

Афинное преобразование задаётся матрицей из трёх или более координат. Рассмотрим некоторые преобразования, представленные тремя координатами:

Сжатие/растяжение.

Это преобразование умножает соответствующие координаты точек на коэффициенты масштабирования по осям: $(x, y) \rightarrow (a_x * x, a_y * y)$. Матрица преобразования запишется следующим образом:

$$
\begin{bmatrix} a_x & 0 & 0 \\ 0 & a_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Где: a_x – растяжение по оси x, a_y – растяжение по оси y.

При отрицательных значениях коэффициентов сжатия/растяжения

[1] Michael F. Barnsley. Fractals Everywhere. Elsevier Inc. 1993. 560p. ISBN-13: 978-0120790616. ISBN-10: 0120790610.

происходит отражение относительно соответствующих осей.

Поворот.

[cos(phi) sin(phi) 0]
[-sin(phi) cos(phi) 0]
[0 0 1]

При угле *phi* $=\pi$ эта матрица задает центральную симметрию относительно начала координат, которая является частным случаем поворота. Можно заметить, что такую симметрию можно задать с помощью преобразования сжатия/растяжения (допуская отрицательные коэффициенты масштабирования).

Параллельный перенос.

Исходный вектор *(x,y)* переходит в $(x + t_x, y + t_y)$. Матрица преобразования запишется следующим образом:

[1 0 0]
[0 1 0]
[t_x t_y 1]

Отражение.

Отражения получаются следующим образом:

[-1 0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]

отражение относительно оси x

[1 0 0]
[0 -1 0]
[0 0 1]

отражение относительно оси y

Обычно коэффициенты аффинного преобразования записываются в матрицу *C* размером *n x 6* элементов, где коэффициенты *a, b, c, d* отвечают за масштабирование и повороты, *e, f* за параллельные переносы:

$$C = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & c_n & d_n & e_n & f_n \end{bmatrix}$$

Рассмотрим построение с помощью описываемой системы классического линейного фрактала – треугольника Серпинского. Начнём построение со сплошного равнобедренного треугольника S(0). Разделим его на четыре меньших равнобедренных треугольника,

используя середины трёх сторон оригинального треугольника, как новые вершины. Удалим средний внутренний треугольник, получив фигуру S(1). Теперь повторим описанную процедуру на каждом из трёх оставшихся сплошных треугольниках, получив фигуру S(2) (рис. 8.50).

Продолжая построение с помощью повторения описанной процедуры, получаем ряд уменьшающихся множеств: $S(0) \supset S(1) \supset S(2) \supset S(3) \supset \cdots$

Треугольник Серпинского – множество точек остающихся после бесконечного повторения процедуры построения.

Множество S(1) может быть так же получено масштабированием трёх копий S(0) с коэффициентом r = 1/2 и затем перемещением двух меньших треугольников в соответствующее положение. Если представить, что нижняя сторона S(0) лежит на оси x с вершиной в точке (1,0), тогда два отмасштабированных треугольника должны быть перемещены так, чтоб их вершины располагались в точках (1/2, 0) и (1/4, √3/4), соответственно (рис. 8.51) . Это достигается с помощью следующих итерированных функций:

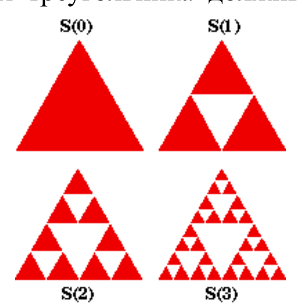


Рисунок 8.50. Построение треугольника Серпинского.

$$f_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \qquad \text{scale by } \mathbf{r}$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{scale by } \mathbf{r}$$

$$f_3(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1/4 \\ \sqrt{3}/4 \end{bmatrix} \qquad \text{scale by } \mathbf{r}$$

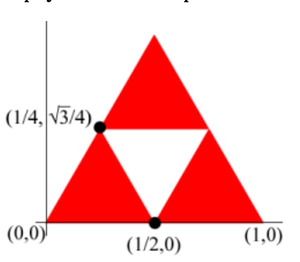


Рисунок 8.51. Алгоритм построения треугольника Серпинского с помощью СИФ.

Интересное свойство СИФ заключается в том, что, если мы, к примеру, при построении треугольника Серпинского, на каждом шаге, вместо того, чтобы применять сразу три преобразования применяем только одно, выбранное случайным образом, таким образом, на каждом шаге получая ровно одну точку: после некоторого переходного процесса точки, сгенерированные в рандомизированном алгоритме, заполняют в точности ковер Серпинского!

Замечательным свойством алгоритмов, основанных на теории систем итерированных функций, является то, что их результат (аттрактор)

совершенно не зависит от выбора начального множества или начальной точки.. В случае детерминированного алгоритма это означает, что в качестве начальной фигуры можно взять любое компактное множество на плоскости – предельное множество по-прежнему будет совпадать с ковром Серпинского. В случае рандомизированного алгоритма, вне зависимости от выбора начальной точки, после нескольких итераций точки начинают заполнять ковер Серпинского. Майкл Барнсли рассказал об этом свойстве СИФ в телепередаче, показанной по общественному телевидению, где назвал описываемую процедуру Игрой в Хаос (*Chaos Game*). Он предложил зрителям поставить четыре произвольные точки (*A, B, C* и *X1*) на листе бумаги (рис. 8.52), затем Майкл объяснил публике следующие правила игры:

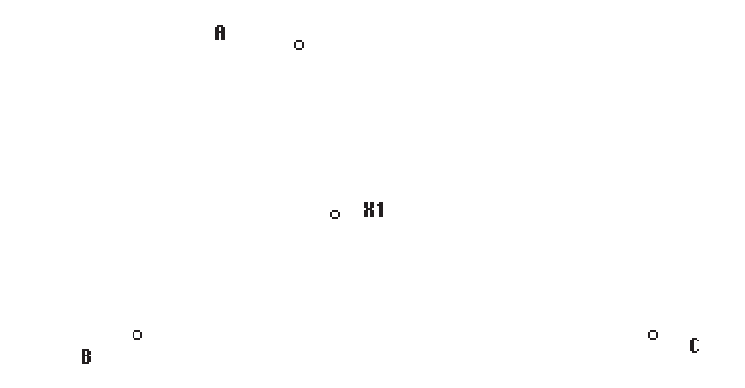


Рисунок 8.52. Графический алгоритм Игры в Хаос Майкла Барнсли.

– Бросаем трёхгранную кость, грани которой помечены буквами *A, B*, и *C* (каждая буква может присутствовать на двух гранях обычной игральной кости, тогда вероятность выпадения любой буквы будет равна 1/3).

– Если выпадет *A*, отмечаем центр отрезка соединяющего *X1* и *A*. Если выпадет *B*, отмечаем центр отрезка соединяющего *X1* и *B*. Если выпадет *C*, отмечаем центр отрезка соединяющего *X1* и *C*. Называем эту новую точку находящуюся в центре отрезка соединяющего две начальные точки - *X2* (как показано на рис. 8.53, в данном случае выпало *A*, поэтому *X2* лежит между точками *X1* и *A*, если бы выпало *B* или *C* точка *X2* лежала бы между *X1* и *B* или *C*, соответственно).

– Бросаем игральную кость снова. Отмечаем среднюю точку сегмента, соединяющего *X2* с *A, B*, или *C*, в зависимости от того, что укажет игральная кость. Называем новую точку *X3*.

– Брасаем игральную кость снова. Отмечаем среднюю точку сегмента, соединяющего *X3* с *A, B*, или *C*, в зависимости от того, что укажет игральная кость. Называем новую точку *X4*.

– Повторяем процесс «бесконечно» :).

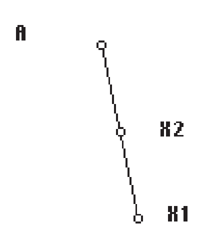




Рисунок 8.53. Выбор точки *X2*.

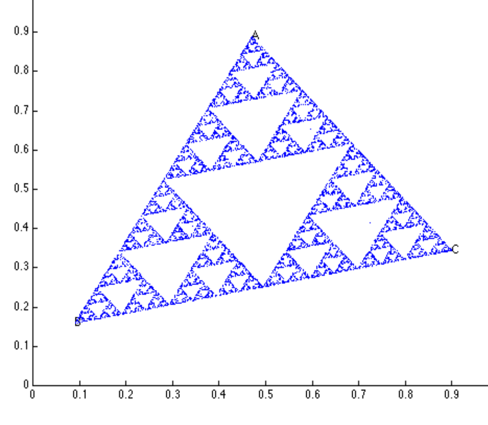


Рисунок 8.54. Изображение, состоящее из 10 тысяч точек, отложенных по описанным Барнсли правилам СИФ.

Игра в Хаос производит бесконечную последовательность точек *X1, X2, X3*,.... Если мы отложим достаточное количество точек (на рис. 8.54 показано изображение, состоящее из 10 тысяч точек, отложенных по описанным Барнсли правилам), мы обнаружим, что результирующее изображение окажется хорошо известным нам треугольником Серпинского.

Правила можно изменить. Если, к примеру, взять правильный шестиугольник и ставить точку не в середине отрезка, а на расстоянии в 1/3 от соответствующей вершины, то эти точки в процессе итераций образуют множество, которое условно можно назвать шестиугольником Серпинского. Фрактал, в котором каждый шестиугольник состоит из шести собственных копий в три раза меньшего размера (фрактальная размерность D = ln6/ln3 = 1,6309 (рис. 8.55).

Рассмотрим третий пример Игры в хаос. Выберем всего две точки на плоскости (*A* и *B*). Выберем случайным образом третью точку *X1* и одну из точек *A* или *B*. Пусть на первом шаге «выпала» точка *A*. Соединяем *A* с *X1* отрезком длиной l, перемещаемся по этому отрезку от точки *A* на расстояние l/√2. Затем поворачиваемся вокруг *A* по часовой стрелке на угол в 45^0 и ставим в этом месте точку, которая теперь будет играть роль начальной. После этого опять случайным образом выбираем *A* или *B* и повторяем процесс. Отображением этого алгоритма является фрактал, называющийся двойной дракон Хартера-Хейтуэя (D ≈ 1,5236) (рис. 8.56).

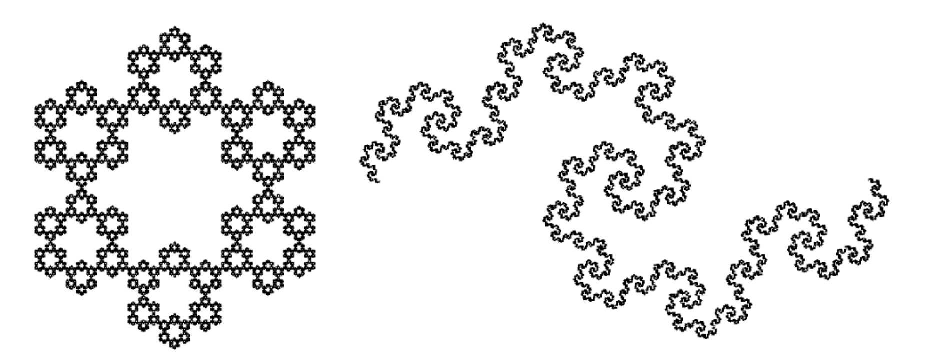


Рисунок 8.55. Шестиугольник Серпинского, созданный с помощью СИФ.

Рисунок 8.56. Двойной дракон Хартера-Хейтуэя, созданный с помощью СИФ.

На рисунке 8.57 показан алгоритм создания множеств родственных треугольнику Серпинского. Каждый из этих фракталов сгенерирован как аттрактор СИФ. В правом верхнем углу каждого фрактала графически показан тип преобразований (вращений и отражений), используемых при его построении. Эти фракталы имеют одинаковую размерность (log3/log2), но их топология различна. Подобные примеры показывают, что такой топологический инвариант, как размерность, не полностью описывает фрактальную структуру, так же как один параметр (длина, площадь, объём) эвклидовой фигуры не будет достаточен для полного её описания. В случае фрактальных структур мы можем использовать широкий ряд нелинейных параметров (различные типы размерностей, лакунарности, мультифрактальный спектр).

Таким образом, Системы итерированных функций воспроизводят итерационный алгоритм построения фрактала и одновременно являются аттракторами, особенно в случае Игры в хаос, воспроизводящей своего рода детерминировано хаотический процесс.

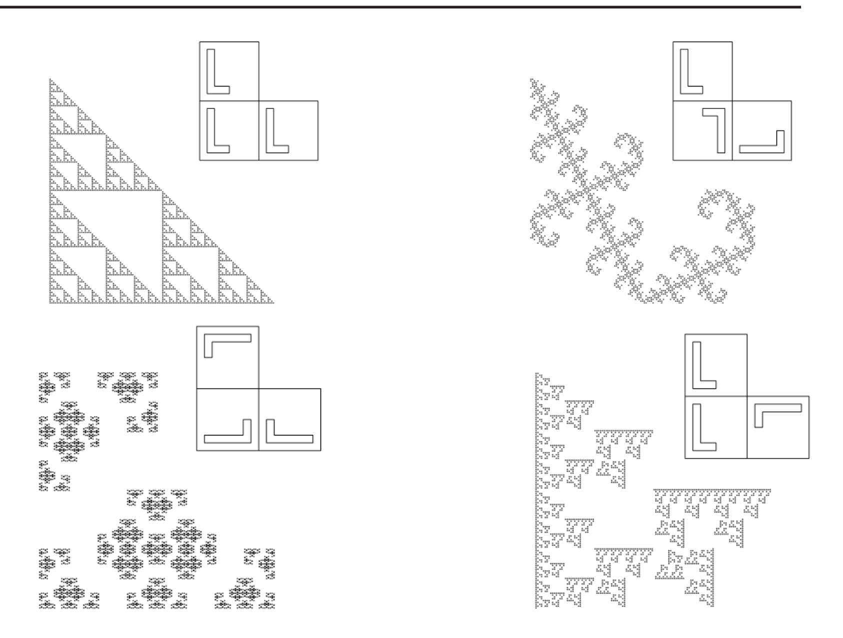


Рисунок 8.57. Фрактальные множества, родственные треугольнику Серпинского, имеющие одинаковую с ним размерность Хаусдорфа, но отличающиеся по своей топологии.

Аттрактором (для соответствующего итерационного алгоритма) можно назвать и отображение классического фрактала.

Итак, фрактальная геометрия во многом более адекватно описывает окружающий нас мир, чем геометрия Эвклида. Мир наполнен фракталами: красивыми или невзрачными, симметричными или внешне хаотичными, но все они поддаются сжатому математическому описанию и моделированию с использованием простого рекурсивного, с обратной связью, алгоритма, выполняющего роль генетических правил при построении компьютерных фракталов. Такое распространение фрактальных форм можно объяснить тем, что все природные квазифрактальные структуры или процессы это – визуализация, след, результат порождающих их детерминировано-хаотических процессов, результат самоорганизации открытых сложных систем. Фрактальная геометрия природы – геометрия хаоса. Структурные квазифракталы можно считать пространственными аналогами хаотических нелинейных процессов, в результате которых и возникают природные квазифрактальные структуры.

Глава 9. Фрактальная геометрия биосистем.

"Инопланетный корабль? – невесело фыркнул я, – его ты нашла бы в первую очередь.
– Это не так просто. У меня возникли сомнения в правильности оценки объектов.
– Сомнения у машины... Круто. Да здравствуют квантовые вычисления. Что ж ты не правильно оценила, – спросил я?
– При тщательном анализе орбитальных снимков каньона я не обнаружила предметов искусственного происхождения. Вы же при беглом осмотре сразу нашли инопланетные ружья.
– Что же тебе помешало сделать верный анализ?
– Оружия, которые вы обнаружили в каньоне, имеет фрактальную природу. Это признак естественности и я ошиблась.
– Но не могло же оно быть естественным?
– Это зависит от технологии изготовления. Возможно, его выращивали, а не строили".
Тарелка крепкого бульона.
Дмитрий Янковский

Живые системы – открытые, сложные, самоорганизующиеся системы, формирующиеся на основе нелинейных взаимодействий элементов, их составляющих, и сами вступающие в нелинейные взаимодействия друг с другом, самоорганизуясь в структуры высшего порядка. Можно предположить, что живой мир наполнен фрактальными формами и процессами.

Какие процессы в природе могут лежать в основе возникновения фрактальных форм? Множество возможных процессов могут воспроизвести один и тот же паттерн, однако можно идентифицировать несколько путей природного фракталообразования:

– Наследование паттерна – фрактальный паттерн просто отражает другой фрактал, лежащий в его основе, к примеру, фрактальное распределение видов может отражать фрактальное распределение ресурсов необходимых для их существования;

– Мультимасштабируемая случайность – определённая комбинация случайных процессов, действующих в различных масштабах, генерирует статистически фрактальные паттерны;

– Итерированные отображения или последовательные правила ветвления, такие как в морфологии растений;

– Агрегация, ограниченная диффузией, при которой объект растёт путём накопления хаотически движущихся или хаотично расположенных строительных элементов;

– Степенное распределение – колонии, образуемые сравнительно редкими, но способными к миграциям на большие расстояния элементами;

– Самоорганизованная динамика процессов в состоянии критичности, порождающая целый спектр фрактальных структур различных типов.

Поскольку описание природы возникновения фрактальности какой-либо живой системы может носить спорный или гипотетический характер, не быть исследованным до конца, или совмещать в себе более чем один путь фракталообразования, систематизируем наше повествование классическим для биологии способом, рассматривая явления фрактальности на различных уровнях организации живых систем.

Субклеточный и клеточный уровни организации.

На *молекулярном уровне* исследованы фрактальные свойства широкого ряда субклеточных структур и процессов, включая первичную и вторичную структуры ДНК, РНК, других биомолекул и их комплексов, динамики окислительных процессов, работы ионных каналов. Если мы построим график, на котором кривая будет делать шаг вверх, когда в цепи ДНК встречается тиминовое основание, и шаг вниз, когда тимидиновое, то заметим, что кривая чередования типов оснований хаотически фрактальна. Интересен анализ генетического кода на основе матриц частоты встречаемости всех возможных последовательностей нуклеотидов в цепочке оснований заданной длины, скажем длиной в 8 нуклеотидных оснований (К=8). Примеры квадратов с К = 1, 2 и 3 приведены на рисунке 9.1. Квадраты с чаще встречающимися последовательностями окрашивались в более тёмные цвета. Оказалось, частоты различных последовательностей имеют явную тенденцию к кластеризации, и распределение кластеров в матрице фрактально (рис. 9.2). Такая визуализация всего генома позволяет на глаз отличить геномы даже эволюционно достаточно близких организмов. Фрактальная кластеризация последовательностей оснований позволяет спекулировать на тему эволюционного процесса самоорганизации генетического кода на основе умножения числа сходных последовательностей, с их последующей дивергенцией, осуществляемой путём точечных мутаций. Такая картина показывает геном как вместилище детерминированного хаоса, содержащего черты не только застывшей жёсткой упорядоченности, но и хаотической самоорганизации.

Ямагиши (Yamagishi) и Хераи (Herai)[1] проанализировав фрактальные паттерны распределения встречаемости коротких последовательностей нуклеотидов в геномах 32 видов организмов, нашли четыре уравнения, описывающие с большой точностью фрактальность распределения последовательностей в 30 геномах из 32 исследованных. Найденные ими правила говорят о том что, несмотря на видоспецифичность распределения нуклеотидов в микроструктуре паттерна, частоты встречаемости коротких последовательностей имеют в целом инвариантные свойства в большом наборе геномов.

Интересно сравнить картины двумерной визуализации

K=1

g	c
a	t

K=2

gg	gc	cg	cc
ga	gt	ca	ct
ag	ac	tg	tc
aa	at	ta	tt

K=3

ggg	ggc	gcg	gcc	cgg	cgc	ccg	ccc
gga	ggt	gca	gct	cga	cgt	cca	cct
gag	gac	gtg	gtc	cag	cac	ctg	ctc
gaa	gat	gta	gtt	caa	cat	cta	ctt
agg	agc	acg	acc	tgg	tgc	tcg	tcc
aga	agt	aca	act	tga	tgt	tca	tct
aag	aac	atg	atc	tag	tac	ttg	ttc
aaa	aat	ata	att	taa	tat	tta	ttt

Рисунок 9.1. Расположение последовательностей оснований для размеров образцов длинной К = 1-3 нуклеотида.

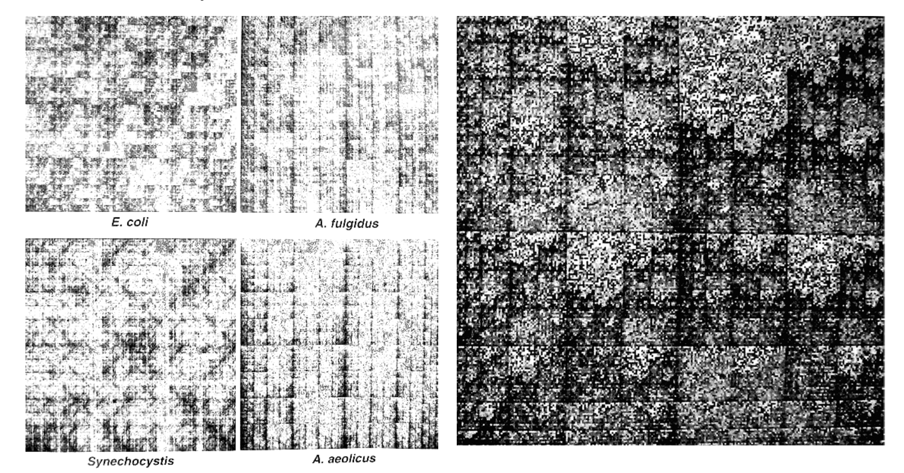


Рисунок 9.2. Визуализация геномов бактерий (слева) и гена иммуноглобулина человека (справа) для К=8.

[1] Michel Eduardo Beleza Yamagishi, Roberto H. Herai. Chargaff's "Grammar of Biology": New Fractal-like Rules. 2011. http://arxiv.org/abs/1112.1528. http://www.technologyreview.com/view/426330/biophysicists-discover-four-new-rules-of-dna-grammar/

геномов с аттрактором IFS (Iterated Functions System). Для генерации оригинального аттрактора набор аффинных трансформаций (перенос, масштабирование, вращение и так далее) приложены к орбите аттрактора в случайном порядке. Каждая матрица уравнения соответствует набору трансформаций. Каждой матрице назначается своё значение вероятности её случайного выбора. Результат показан на рисунке 9.3.

Если же заменить хаотичную вероятность использования различных матриц нехаотичными алгоритмами, мы получим фрактальные картины, сходные с теми, что были получены при визуализации генома на основе матриц частот встречаемости нуклеотидов, описанных выше. На рисунке 9.4 показаны картина аттрактора, где выбор 4 матриц определяется нуклеотидной последовательностью ДНК по следующей схеме:
Берётся матрица T1 когда встречается нуклеотид C,
матрица T2 когда встречается нуклеотид A,
матрица T3 когда встречается нуклеотид T, и
матрица T4 когда встречается нуклеотид G.

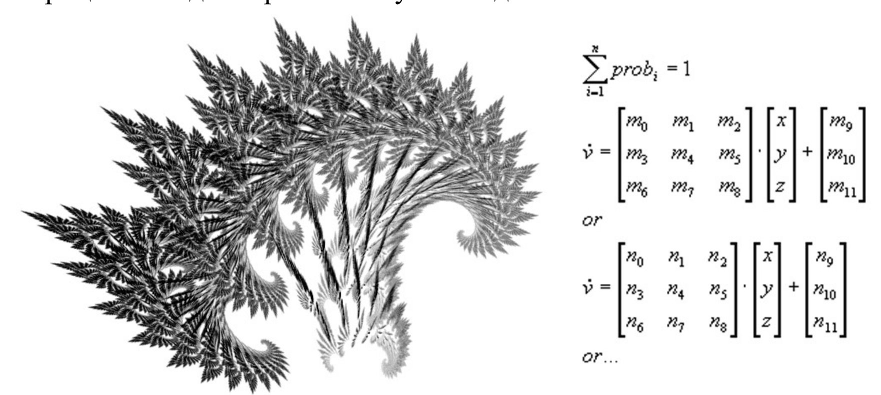


Рисунок 9.3. Аттрактор IFS. Уравнение аттрактора IFS.

Существуют также методики визуализации первичной последовательности ДНК в трёхмерном пространстве с использованием цветового кодирования различных участков, что делает возможность изучать первичную последовательность топологическими методами (рис. 9.5).[1] Потенциально, такой метод повышает размерность фазового пространства, и может использоваться, как и методы визуализации первичной последовательности в виде одномерной кривой или

[1] Nameeta Shah, Scott E. Dillard, Gunther H. Weber, Bernd Hamann. Volume Visualization of Multiple Alignment of Large Genomic DNA. // Mathematical Foundations of Scientific Visualization, Computer Graphics, and Massive Data Exploration Mathematics and Visualization. 2009. 325-342 p.

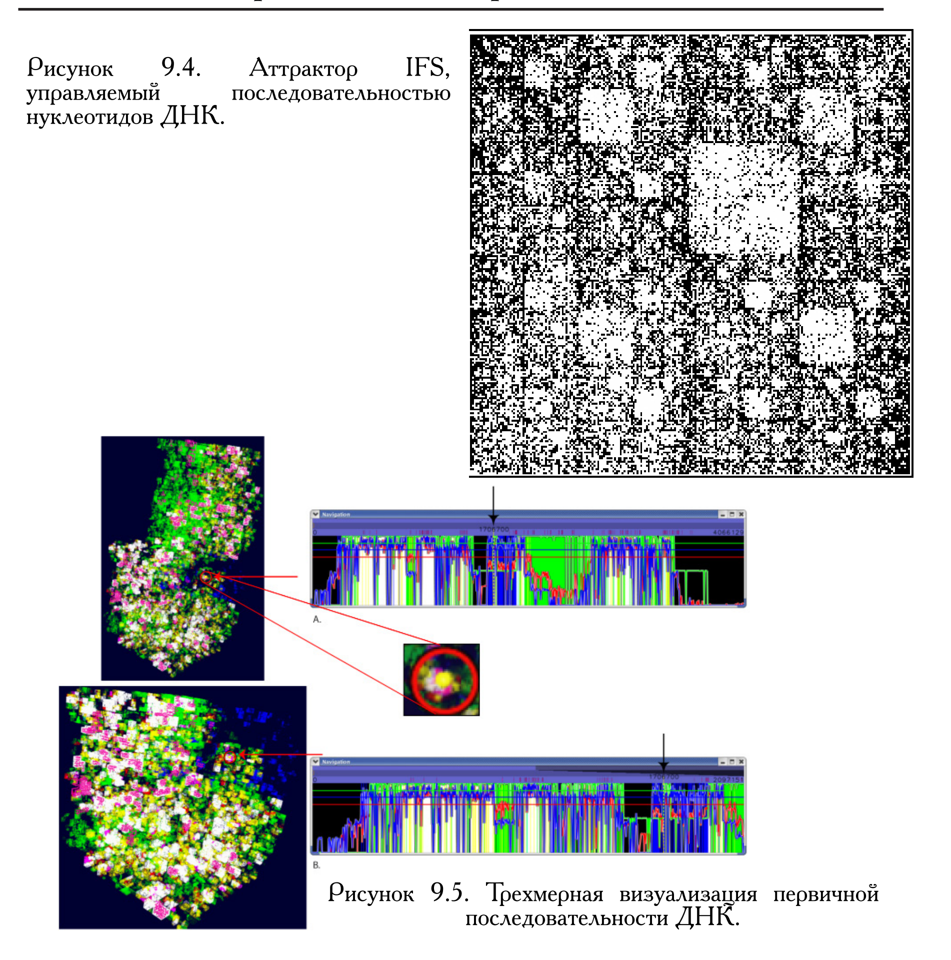


Рисунок 9.4. Аттрактор IFS, управляемый последовательностью нуклеотидов ДНК.

Рисунок 9.5. Трехмерная визуализация первичной последовательности ДНК.

двумерной плоскости, однако дополнительные размерности могут помочь обнаружить в геномных последовательностях трудно выявляемые при меньших размерностях структуры. Методы выявления упорядоченных паттернов в первичной последовательности нуклеиновых кислот включают в себя различные техники нелинейного анализа последовательностей, в которые, в первую очередь, можно включить фрактальный анализ.

Алгоритмы оценки фрактальных свойств распределения нуклеотидов ДНК[1] используются для классификации и сравнения

---

[1] Buldyreva S.V., Dokholyana N.V., Goldbergerb A.L., Havlina S., Penga C.-K., Stanleya H.E., Viswanathana G.M. Analysis of DNA sequences using methods of statistical physics. // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 1998. Vol. 249(1–4): 430–438.

ДНК последовательностей, нахождения общих закономерностей в распределении нуклеотидов, в качестве маркера для выявления генетических патологий.[1] Почти все работы опираются на гипотезу, что хотя распределение отдельных нуклеотидов выглядит, на первый взгляд, статистически случайным, ряд характерных паттернов их распределения заставляют предполагать существование некоторых фрактальных закономерностей, которые структурируют хаотическое распределение нуклеотидов. Эта структурная организация опирается на фрактало-образующие рекурсивные алгоритмы,[2] например оценка с помощью математической модели случайных изменений «random walk» («случайного блуждания») ДНК показывает существование определённого типа фрактального поведения в распределении нуклеотидов ДНК.[3] В настоящий момент статистический анализ фрактального распределения нуклеотидов опирается на четыре постулата: 1. Нуклеотиды распределены в соответствии с некоторыми неизвестными правилами; 2. Эти правила основаны на некоторых рекурсивных фрактальных алгоритмах, что выражается во квазифрактальной организации ДНК; 3. Фрактальная геометрия ДНК связана с её сложностью (с информационной точки зрения); 4. Информационная сложность связана с функциональной и эволюционной динамикой ДНК, так что изменение фрактальных свойств нуклеотидной последовательности может отражать наличие генетических патологий или говорить о функциональных особенностях рассматриваемой последовательности, например, много работ в последние годы посвящено мультифрактальным свойствам ДНК и возможному влиянию фрактальной геометрии на функциональность ДНК с биохимической точки зрения.[4]

В работе 2012 года Албретч-Буехлер (Albrecht-Buehler) исследовал распределение размеров и интервалов GA последовательностей. Логарифмический график распределения GA последовательностей ДНК человека напоминает в некоторых аспектах экспоненциальное распределение, но всё же более близок к распределению Парето. Сходный результат был получен на хромосомах *Anopheles, Drosophila melanogaster*, на полных геномах C. Elegans и C. Briggsae. Отличая между видами в распределении

[1] Valcinir Bedin, Randall L.A., Bianca C.S. de Sá, Gilles Landman, Konradin Metze. Fractal dimension of chromatin is an independent prognostic factor for survival in melanoma. // BMC Cancer. 2010. Vol. 10: 260. Doi:10.1186/1471-2407-10-260.

[2] Carlo Cattani. Fractals and Hidden Symmetries in DNA. // Mathematical Problems in Engineering. 2010. Vol. 2010. 31 p. Article ID 507056. http://dx.doi.org/10.1155/2010/507056.

[3] Geoffrey Fudenberg, Leonid A. Mirny. Higher-order chromatin structure: bridging physics and biology. // Current Opinion in Genetics & Development. 2012. Vol. 22(2): 115–124. Doi:10.1016/j.gde.2012.01.006.

[4] Dey P., Banik T. Fractal dimension of chromatin texture of squamous intraepithelial lesions of cervix. // Diagnostic Cytopathology. 2012. Vol. 40(2): 152–154.

GA последовательностей в основном проявлялись в области очень малых и самых крупных сегментов, в случае последних они возникали из-за статистических вариаций их небольшого числа. При этом не только размеры GA последовательностей, но и интервалы между ними подчинялись идентичному степенному закону. Также были проанализированы однородные последовательности поли-А, СА-, GC-, TA-, TC- и TG нуклеотидов. Все они имели распределение очень схожее с таковым GA последовательностей. Очевидно, этот тип распределения – универсальная характеристика естественных геномов. В виду комплексности свойств GA последовательностей, маловероятно чтобы фрактальность их распределения имела специальную функцию в целом, вероятнее, что кластеры разного размера выполняют собственные функции, например GA триплеты являются кодонами, некоторые GA тетраплеты – транскрипционными факторами для белков теплового шока. Каждый генетический блок содержит специфический спектр различных типов GA последовательностей образующих общий паттерн последовательностей блока. Исследованные виды животных различаются спектром видов GA последовательностей, которые вместе образуют GA паттерн. Факт самоподобия паттернов блоков предполагает, что в формировании GA последовательностей основную роль играла их дупликация.[1] Результаты анализа паттернов распределения нуклеотидов позволяют спекулировать об эволюции генетических последовательностей.

Исследован степенной закон распределения Alu и LINE1 элементов, а также основных классов транспозонов в 14 геномах филогенетически далёких организмов. Выяснено, что повторяющиеся ДНК последовательности, берущие своё происхождение от транспозонов, распределяются в геноме не хаотично, но со-кластеризуются с другими типами повторяющихся элементов, генов и геномных компонентов. Оказалось, что основные черты исследованного степенного распределения сегментов различных размеров описываются сценарием эволюции, включающим вставки сегментов ДНК, их вырезание, перемещение и дупликации.[2]

Хассан (Hassan)[3] провёл моделирование первичной структуры ДНК с использованием модели Клеточных автоматов, цепь ДНК представлена в данной модели как одномерный клеточный автомат с четырьмя состояниями элементов, соответствующими четырём нуклеотидам. Ранее уже была описана структура и эволюция ДНК как

[1] Guenter Albrecht-Buehler. Fractal genome sequences. // Gene. 2012. Vol. 498(1): 20–27.
[2] Klimopoulos A., Sellis D., Almirantis Y. Widespread occurrence of power-law distributions in inter-repeat distances shaped by genome dynamics. Gene. 2012. Vol: 499(1): 88-98. Doi: 10.1016/j.gene.2012.02.005.
[3] Hassan S.S., Choudhury P.P., Guha R., Chakraborty S., Goswami A. DNA sequence evolution through Integral Value Transformations. // Interdiscip. Sci. 2012. Vol. 4(2):128-32. Doi: 10.1007/s12539-012-0103-3.

одномерного Клеточного автомата, развивающегося с использованием четырёх линейных правил, однако исследователи не смогли найти в базах данных реальных последовательностей те, что были статистически подобны созданным с использованием такой одномерной модели. Хассан параллельно с алгоритмом Клеточных автоматов внедрил набор целочисленных трансформаций (Integral Value Transformations, IVT), в результате чего удалось создать последовательности, найденные в базах данных последовательностей ДНК. Это позволило определить количественные математические параметры фрактальной эволюции ДНК, а также описать алгоритм эволюционных преобразований одних типов последовательностей в другие.

Как универсальные мультифракталы описаны кодирующие и некодирующие последовательности ДНК живых организмов находящихся на противоположных концах филогенетического древа, от некоторых бактерий и архей[1] до человека.[2] Фрактальные свойства некоторых участков ДНК тринадцати исследованных полных геномов микроорганизмов значительно отличаются от свойств ДНК в целом, то есть фрактальные свойства самоподобия ДНК не всегда едины для всей молекулы, отличаясь на разных её участках.[3] Обнаружено меньшее значение мультифрактальности генома *Caenorhabditis elegans* в сравнении с геномом человека. Различия мультифрактальности между хромосомами в основном зависят от различий наборе повторяющихся последовательностей ДНК. По исследованию Морено (Moreno),[4] особенно точно в геноме человека подчиняется мультифрактальному алгоритму распределение Alu элементов, в меньшей степени CpG островков. С другой стороны не выявлено мультифрактальных закономерностей в распределении LINE, MIR, MER, LTRs элементов и участков ДНК бедных генетической информацией. Функционирующие гены, кластеры ортологичных генов, экзоны встречаются чаще в участках генома с более высоким показателем мультифрактальности. Опираясь на полученные результаты, авторы предлагают нелинейную модель структуры генома человека с мультифрактальной регионализацией элементов. Эта нелинейная организация имеет потенциально важные генетические и медицинские приложения, поскольку позволяет

---

[1] Stan C., Cristescu M.T., Luiza B.I., Cristescu C.P. Investigation on series of length of coding and non-coding DNA sequences of bacteria using multifractal detrended cross-correlation analysis. // J Theor Biol. 2013. Vol. 321: 54-62. Doi: 10.1016/j.jtbi.2012.12.027.

[2] Moreno P.A., Vélez P.E., Martínez E., Garreta L.E., Díaz N., Amador S., Tischer I., Gutiérrez J.M., Naik A.K., Tobar F., García F. The human genome: a multifractal analysis. // BMC Genomics. 2011. Vol. 12: 506. Doi: 10.1186/1471-2164-12-506.

[3] de Sousa Vieira M. Statistics of DNA sequences: a low-frequency analysis. // Phys Rev E Stat Phys. Plasmas Fluids Relat Interdiscip Topics. 1999. Vol. 60: 5932-7.

[4] Vélez P.E., Garreta L.E., Martínez E., Díaz N., Amador S., Tischer I., Gutiérrez J.M., Moreno P.A. The Caenorhabditis elegans genome: a multifractal analysis. // Genet Mol Res. 2010. Vol. 9(2): 949-65. Doi: 10.4238/vol9-2gmr756.

спекулировать о роли Alu элементов в структуре человеческого генома и его стабильности, а также может служить структурным детектором отражающим процессы генной регуляции, наличие генетических заболеваний, межвидовое генетическое разнообразие.

Остаётся под вопросом биологическое происхождение дальних корреляций последовательностей ДНК, основанных на фрактальном степенном распределении длин участков. Ряд исследований обнаруживает различие в дальних корреляциях между интронами и экзонами. Исследователи демонстрируют также наличие дальних корреляций в безинтронной митохондриальной ДНК. Дальние корреляции возникают в регионах с большими вариациями соотношений пиримидиновых и пуриновых оснований. Дальние корреляции в распределении человеческих и *C.elegans* кодирующих и не кодирующих участков генома коррелирует с различной степенью конденсации хроматина. Но эта взаимосвязь отсутствует у *X. campestri* и у дрожжей.

Трудности в интерпретации результатов фрактального анализа ДНК с биологической точки зрения связаны с отсутствием базовой концепции механизмов экспрессии генов на уровне генома в целом. Можно спекулировать, например, о существовании связи между статистическими свойствами общей организации кодирующих частей, которые, как оказалось, распределены сходным образом на протяжении всей последовательности ДНК у различных групп эукариот, и присущими им правилами экспрессии. Анализ свойств глобальной организации геномных последовательностей даёт факты для интерпретаций работы генома как целого, представляя собой новый подход к пониманию генетических процессов.

Нить ДНК достигающая длины в несколько миллиардов нуклеотидов свёрнута в ядро диаметром несколько микрон. При такой компактной укладке ДНК способно оперативно изменять уровень экспрессии требуемых генов, что говорит о точном позиционировании всех функционально активных участков генома. Способность упорядоченно заполнять пространство высшей размерности, (условно одномерная нить ДНК заполняет трёхмерный объём ядра), есть одно из основных свойств фрактальной структуры. Батачария (Bhattacharya)[1] исследуя эпифлуоресцентные микроскопические изображения ядер клеток млекопитающих в течение различных стадий S фазы клеточного цикла и описывая ДНК как фрактальную линию заполняющую трёхмерное пространство ядра, разработал методологию позволяющую по фрактальным свойствам хроматина определять стадию S фазы клеточного цикла (рис. 9.6).

---

[1] Bhattacharya S., Malyavantham K.S., Acharya R., Berezney R. Fractal analysis of replication site images of the human cell nucleus. // Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc. 2004. Vol. 2: 1443-6.

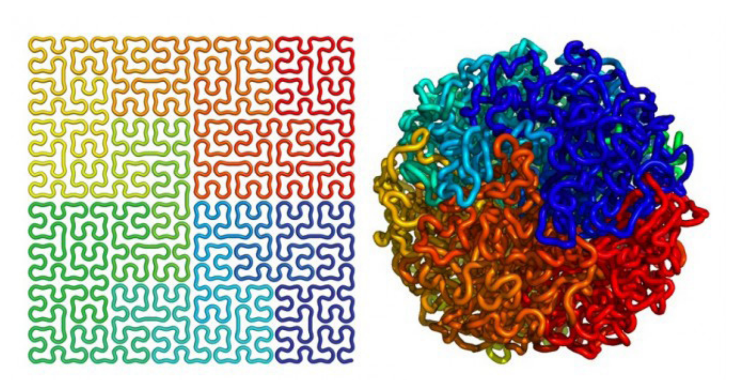


Рисунок 9.6. Фрактальная укладка ДНК в клеточном ядре.[1]

Лебедев[2] при исследовании организации хроматина в ядрах интактных куриных эритроцитов с помощью малоуглового рассеяния нейтронов определил, что на промежутке от 15 нанометров до 1,5 микрон внутреннее строение ядра проявляет свойства трёхмерного фрактала. Фрактальная размерность белкового компонента клеток ядра составляет при этом около 2,5, ДНК же имел размерность немного выше 2 на шкале менее 300 нм и достигал 3 при расчёте на масштабах более 300 нм. Прогностическая важность анализа фрактальной размерности хроматина исследована в бластных клетках пациентов с В-лимфобластной лейкемией (B-ALL). Размерность хроматина была расценена, как новый биологически релевантный прогностический фактор для пациентов с B-ALL.[3] Также фрактальный анализ доказал свою эффективность при оценке ультраструктурных изменений в течение ранних стадий апоптоза. Исследовался индуцированный ультрафиолетовым излучением апоптоз в линии U251 человеческой глиомы клеток. Клетки фотографировались до и после облучения в течение 5 часов каждые 30 минут. Анализировались фрактальные размерности и лакунарность клеток и их ядер. Обнаружено, что ультраструктурная сложность клеток значительно уменьшилась

---

[1] Erez Lieberman-Aiden, Nynke L. van Berkum, Louise Williams, Maxim Imakaev, Tobias Ragoczy, Agnes Telling, Ido Amit, Bryan R. Lajoie, Peter J. Sabo, Michael O. Dorschner, Richard Sandstrom, Bradley Bernstein, Bender M.A., MarkGroudine, Andreas Gnirke, John Stamatoyannopoulos, Leonid A. Mirny, Eric S. Lander, Job Dekker. Comprehensive Mapping of Long-Range Interactions Reveals Folding Principles of the Human Genome. // Science. 2009. Vol. 326(5950): 289-293.

[2] Lebedev D.V., Filatov M.V., Kuklin A.I., Islamov A.Kh., Kentzinger E., Pantina R., Toperverg B.P., Isaev-Ivanov V.V. Fractal nature of chromatin organization in interphase chicken erythrocyte nuclei: DNA structure exhibits biphasic fractal properties. // FEBS Lett. 2005. Vol. 579(6): 1465-8.

[3] Adam R.L., Silva R.C., Pereira F.G., Leite N.J., Lorand-Metze I., Metze K. The fractal dimension of nuclear chromatin as a prognostic factor in acute precursor B lymphoblastic leukemia. // Cell Oncol. 2006. Vol. 28(1-2): 55-9.

после УФ облучения, особенно чувствителен к детекции апоптоза оказался параметр ядерной лакунарности. Фрактальный анализ был способен зарегистрировать апоптозные изменения в клетках раньше, чем такие традиционные методы анализа, как проточная цитометрия на выявление фосфатидилсерина, ДНК фрагментации и перфорации клеточной мембраны, оказавшись, таким образом, самым эффективным интактным методом определения апоптоза в культивируемых клетках.[1]

Используя метод микроскопической локализации фотоактивацией (PALM) гистона H2B было измерено с нанометровым разрешением трёхмерное распределение компактизированого хроматина в ядре единичной клетки. Выяснено, что распределение гистона H2B следует степенному закону, являясь фрактальным распределением с размерностью 2.7. Также обнаружено, что динамика компактизации суб-регионов хроматина может быть описана, как поддерживаемое динамически не равновесное состояние.[2] Сеть промоторов также есть продукт спонтанной организации с размерностью между 1 для ДНК и 3 для клетки в целом. С использованием сетевых методов визуализирована глобальная структура генетической регуляции *E. coli*. Сеть генетической регуляции содержит множество имеющих вес граней, представляющих связи между промоторами (узлами сети). Как оказалось, на уровне всего генома избыточность промоторов представляет собой степенной закон, а сеть взаимосвязанных промоторов фрактальна.[3]
Что же можно сказать о нелинейной организации других биологических макромолекул?

Анализ нескольких двумерных проекций трёхмерной структуры белка сделанных при разной ориентации молекулы показал очень близкие значения фрактальной размерности (таблица 9.1). График зависимости log(N) от log(r) представляет ровную прямую, что свидетельствует о самоподобии и масштабной инвариантности белковой молекулы. Полученные данные позволяют предположить, что фрактальная размерность является инвариантом белков определённого типа.[4]

Двигая мерку фиксированной длины вдоль белковой цепи можно подсчитать локальную фрактальную размерность участков белковой молекулы различной вторичной структуры. Бета-складчатость имеет

[1] Pantic I., Harhaji-Trajkovic L., Pantovic A., Milosevic N.T., Trajkovic V. Changes in fractal dimension and lacunarity as early markers of UV-induced apoptosis. // J Theor Biol. 2012. Vol. 303: 87-92. Doi: 10.1016/j.jtbi.2012.03.013.
[2] Vincent Récamierab, Ignacio Izeddina, Lana Bosanacac, Maxime Dahand, Florence Prouxa, Xavier Darzacq. Single cell correlation fractal dimension of chromatin. // Nucleus. 2014. Vol. 5(1): 75-84. Doi:10.4161/nucl.28227
[3] Aldrich P.R., Horsley R.K., Ahmed Y.A., Williamson J.J., Turcic S.M. Fractal topology of gene promoter networks at phase transitions. // Gene Regul Syst Bio. 2010. Vol. 4: 75-82.
[4] Yousuf Talib, Shazia Shadab Mazhar and Sabeen Hashmi. Protein structure characterisation using fractal dimension. // J. Microbiol. Biotech. Res. 2012. Vol. 2 (4): 590-594.

SR NO.	FIG	Fractal Dimension
1	Image1	1.66
2	Image2	1.65
3	Image3	1.64
4	Image4	1.67
5	Image5	1.67
6	Image6	1.67
7	Image7	1.65

Таблица 9.1. Сравнение значений фрактальной размерности белка гликоген фосфорилазы (рис. 9.7) измеренных для семи различных проекций.

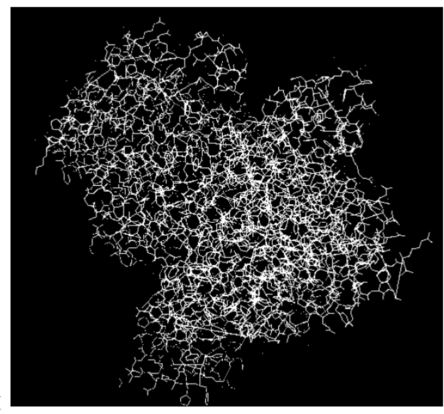


Рисунок 9.7. Двумерная проекция трехмерной модели гликоген фосфорилазы.

наименьшую размерность, спирали несколько более высокую, самое высокое значение размерности всегда принадлежит поворотам под острым углом. Таким образом, фрактальная размерность может использоваться для распознавания различных конформационных элементов белковой молекулы.[1]

Различие значений размерностей у разных белковых молекул позволяет использовать размерности в качестве опозновательного фактора, индивидуального для каждой молекулы (таблица 9.2).[2]

Protein ID	Chosen Regions	D_{mean}	$Var(D)$
1A0I.pdb	Atom ♯1-20	2.843	0.005
3NLL.pdb	Atom ♯1-20	2.600	0.008
3MDD.pdb	Atom ♯1-20	2.865	0.006
1AIE.pdb	Atom ♯1-20	2.132	0.006
3NUL.pdb	Atom ♯1-20	2.398	0.014

Таблица 9.2. Средняя фрактальная размерность Dmean и вариации фрактальной размерности Var (D) для 5 белков.

На *субклеточном* и *клеточном* уровнях исследуются фрактальные свойства пространственной организации мембран, цитоплазмы, ядер, распределения рецепторов и молекул адгезии, динамики клеточного движения, морфологии клеток и их ассоциаций.

Всё внутреннее пространство клетки можно описать как квазифрактальную структуру. Представьте процесс передачи,

[1] Xu J., Chao Y., Chen R. Fractal geometry study of DNA binding proteins. // J Theor Biol. 1994. Vol. 171(3): 239-49.

[2] Yu Tao, Ioerger T.R., Sacchettini J.C. Extracting fractal features for analyzing protein structure. // Pattern Recognition. Proceedings. 16th International Conference on (Volume:2). 2002. Doi Bookmark: http://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/ICPR.2002.1048343.

скажем, информационной молекулы из внеклеточного пространства к определённому молекулярному комплексу внутри клетки. Неструктурированная передача путём диффузии энергозатратна, так как неточна и требует больше копий передаваемого агента, медленна и неконтролируема. Структурированная же передача предполагает наличие в цитоплазме связной системы каналов направленной передачи. Трёхмерное внутриклеточное пространство можно структурировать, снизив его размерность, заполнив правильно организованной системой одно- и двумерных пространств. Такими пространствами служат мембраны (двумерные плоскости) и цитоскелет (сеть одномерных нитей). Для промышленного катализа используются ферменты, осаждённые на поверхность инертных гранул, встреча молекулы реагента и молекулы катализатора вероятнее на двумерной поверхности, где гораздо меньше степеней свободы, гораздо меньше пространства, в котором можно разойтись, чем в трёхмерном объёме. Жизнь, как предполагается, зародилась на границе раздела фаз, где из-за уменьшения степеней свободы повышается структурированность молекулярных потоков. Те же процессы характерны и для внутриклеточного пространства, молекуле легче найти свой рецептор на двумерной плоскости мембраны, чем в трёхмерном объёме, и одномерные нити цитоскелета направят информационное воздействие непосредственно в ту область клетки, для которой оно предназначалось. Каким же способом рациональнее заполнить объём одно- и двумерными структурами? Вспомним одно из свойств фракталов: одномерная фрактальная линия, лежащая на плоскости, стремится заполнить эту двумерную плоскость, выйти во второе измерение, двумерная фрактальная плоскость стремится заполнить трехмерный объём, выйти в третье измерение (но фрактальная сеть одномерных линий, распространяющихся в трёхмерном объёме, может стремиться заполнить этот трёхмерный объём). Можно предположить, что природа хоть отчасти воспользовалась этим свойством фрактальности для структурирования внутриклеточного пространства и представить трёхмерный объём цитоплазмы как систему фрактально организованных одно- и двумерных структур. Фрактально расходящиеся нити цитоскелета опутывают весь внутриклеточный объем, образуя иерархически организованную систему путей движения потоков материи, энергии, информации, сил механического натяжения. Фрактализованные двумерные плоскости липидных мембран со встроенными в них катализаторами повышают площадь катализа биохимических реакций клетки, с сохранением её структурированности, пространственно-временной точности и направленности химических реакций, потоков реагентов и продуктов реакции, фрактализованные мембранные структуры дробят, компартментализируют само трёхмерное пространство цитозоля, жидкой составляющей клетки, обеспечивая несмешиваемость огромного количества биохимических реакций проходящих в трёхмерном объёме цитозоля.

Цитоплазма клетки может быть описана, как *перколяционный кластер*. Теория перколяции описывает возникновение бесконечно связных структур (кластеров), состоящих из отдельных элементов. Такой кластер можно визуализировать, как пористый материал, через который просачивается жидкость. Пройдёт ли жидкость с одного края материала до другого, зависит от плотности материала, количества хаотично, но статистически равномерно расположенных стенок и лакун. Выше какого-то уровня плотности жидкость будет просачиваться на большее или меньшее расстояние внутрь материала, хаотически расположенные стенки статистически могут образовывать замкнутые полости разного размера. Но весь кластер ещё не будет связан (рис. 9.8, а). Любые полости будут замкнуты. Жидкость не просочится сквозь материал. Ниже определённого критического значения плотности весь кластер оказывается связан, лакуны сливаются в одно целое, и кластер становится проницаем (рис. 9.8, b). Это значение плотности, после которой кластер становится проницаем, называется порогом перколяции. Говорят, что происходит перколяционный переход. Если принять плотность абсолютно плотного непроницаемого кластера за единицу, то, критическая вероятность, при которой впервые возникает кластер, простирающейся по всей решётке, то есть при которой кластер становится проницаемым, равна 0,59275 ± 0,0003. Теория перколяции важна именно в окрестности перехода, перколяционный переход аналогичен фазовому переходу второго рода. Представьте цитоплазму, как систему перколяционных кластеров, находящихся у порога перколяции. Незначительная перестройка, требующая минимума энергии, сделает клеточный перколяционный кластер проницаемым в определённом направлении для каких-либо потоков материи,

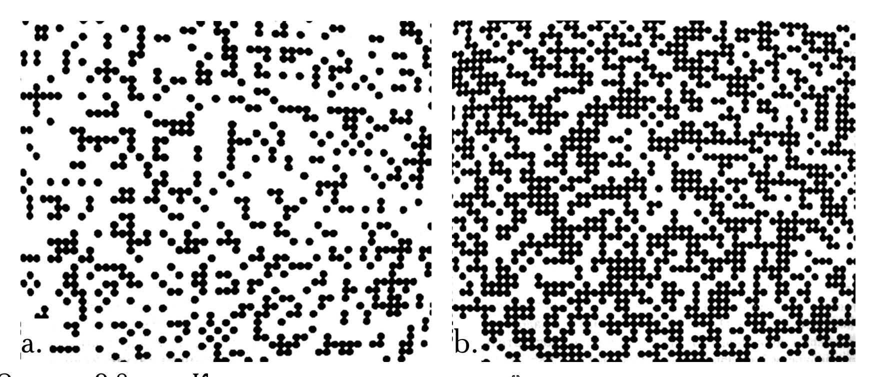


Рисунок 9.8: — Квадратная решетка со случайно занятыми узлами ниже порога перколяции (в данном случае темные участки должны образовать связную общность, чтоб кластер считался проницаемым); b — Квадратная решетка с вероятностью занятия узлов, равной порогу перколяции. Встречаются кластеры различных размеров, образуя статистически самоподобную картину.

энергии или информации, обратная перестройка изолирует систему. Если рассматривать сеть актиновых филаментов, пронизывающих цитоплазму, как перколяционный кластер, то разрушение сети до уровня ниже порога перколяции разрушает сеть как целое, что ведёт к переходу цитоплазмы из гелеобразного состояния в золь (тогда как разрушение выше порога перколяции лишь снижает её прочность, не меняя текучести цитоплазмы). *Перколяционный кластер – хаотичный фрактал*. Такие характеристики, как фрактальная размерность, лакунарность могут использоваться для описания свойств кластера.

Свойства клеток и образуемых ими структур зависят от формы самих клеток и межклеточных ансамблей, а также от механических свойств внеклеточного пространства в такой же степени, как и от градиентов химических морфогенов. Установлено, что форма, трёхмерная организация матрикса, на котором культивируются клетки, влияет на их биохимическую активность. Различия в биохимической активности обусловлены, в данном случае, различной формой клеток, растягивающихся или распластывающихся между порами различного диаметра на разных подложках. Механические свойства субстрата влияют и на дифференцировку клеток: для формирования поперечно-полосатого мышечного волокна миобластам необходим твёрдый субстрат, на котором они смогут развить достаточное механическое натяжение, только в этом случае в дифференцирующихся клетках произойдёт организация поперечно-полосатых мышечных волокон. В суспензионной же культуре конечной дифференцировки мышечных клеток не происходит, либо происходит только на поверхности крупных клеточных агрегатов, которые клетки могут использовать как субстрат для натяжения. Миграция, дифференцировка, деление клеток в процессе эмбрионального развития в большой степени направляется элементами внеклеточного матрикса, такой важный фактор, влияющий на механические свойства матрикса и управляющий поведением клеток, как расположение волокон внеклеточного матрикса, их структурированность, плотность определяются, помимо всего прочего, морфологией и расположением фибробластов, эти волокна синтезирующих. Форма клеток, их подвижность, а также все внутриклеточные потоки вещества, распределение органоидов, гель-золь переходы цитоплазмы определяются различиями организации цитоскелета (рис. 9.9). Различие общей топологии цитоскелетных структур клетки можно описывать в терминах нелинейной геометрии: фрактальной размерности, лакунарности. Ясно, что перестройки цитоскелета, изменения общей геометрии цитоскелетной сети клетки будут сопровождать как внутриклеточные перестройки, так и изменения общей формы, подвижности, активности клетки, реакции клетки на внеклеточное окружение. Таким образом, теоретически, количественно описывая топологию цитоскелета, мы сможем точным количественным

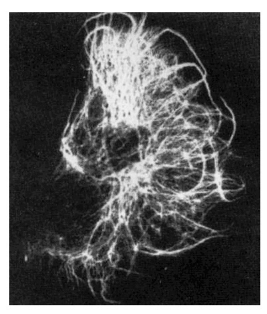
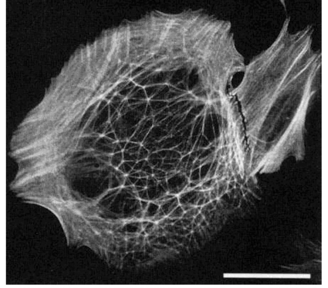
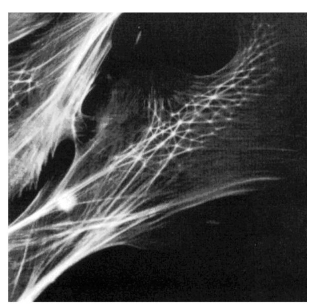




Рисунок 9.9. Примеры цитоскелета в различных клетках (флуоресцентное окрашивание).

образом описать изменения клеточной активности, уровень и направление дифференцировки, отличить норму от патологии.[1-7]

Рассмотрим зависимость формы синтезируемых клетками элементов внеклеточного матрикса от организации цитоскелета на примере спикулогенных клеток иглокожих. Синтез спикул спикулогенными клетками мезенхимы начинается на стадии ранней гаструлы. Спикулы являются таксономическим признаком, отличаясь у разных видов иглокожих (рис. 9.10). Часто спикулы фрактализованы: перфорированы, разветвлены. Фрактализованность уменьшает вес опорной структуры, сохраняя её прочность. То же характерно и для костей млекопитающих. Полости в трубчатых костях и, особенно, ячеистая структура губчатых костей делают их гораздо легче и прочнее, чем была бы монолитная структура подобной формы и размеров.

---

[1] Silvano Traverso. Cytoskeleton as a Fractal Percolation Cluster: Some Biological Remarks. // Fractals in Biology and Medicine. Mathematics and Biosciences in Interaction. 2005. pp 269-275. Doi: 10.1007/3-7643-7412-8_26.

[2] Fuseler J.W., Millette C.F., Davis J.M., Carver W. Fractal and image analysis of morphological changes in the actin cytoskeleton of neonatal cardiac fibroblasts in response to mechanical stretch. // Microsc Microanal. 2007. Vol. 13(2): 133-43.

[3] Qian A.R., Li D., Han J., Gao X., Di S.M., Zhang W., Hu L.F., Shang P. Fractal dimension as a measure of altered actin cytoskeleton in MC3T3-E1 cells under simulated microgravity using 3-D/2-D clinostats. // IEEE Trans Biomed Eng. 2012. Vol. 59(5): 1374-80. Doi: 10.1109/TBME.2012.2187785.

[4] Thomason D.B., Anderson O., Menon V. Fractal analysis of cytoskeleton rearrangement in cardiac muscle during head-down tilt.// Journal of Applied Physiology. 1996. Vol. 81(4): 1522-7.

[5] Qian A.R., Li D., Han J., Gao X., Di S.M., Zhang W., Hu L.F., Shang P. Fractal dimension as a measure of altered actin cytoskeleton in MC3T3-E1 cells under simulated microgravity using 3-D/2-D clinostats. // IEEE Transactions on Bio-medical Engineering. 2012. Vol. 59(5): 1374-1380. Doi: 10.1109/TBME.2012.2187785.

[6] DeMeester S.L., Cobb J.P., Hotchkiss R.S., Osborne D.F., Karl I.E., Tinsley K.W., Buchman T.G. Stress-induced fractal rearrangement of the endothelial cell cytoskeleton causes apoptosis. // Surgery. 1998. Vol. 124(2): 362-71.

[7] Tang Xiaowei, Liu Jinbo, Wu Bichu. Fractal Property of the Cytoskeleton in the Living Cells. // Chinese Phys. Lett. 1994. Vol. 11(8): 522. Doi:10.1088/0256-307X/11/8/016.

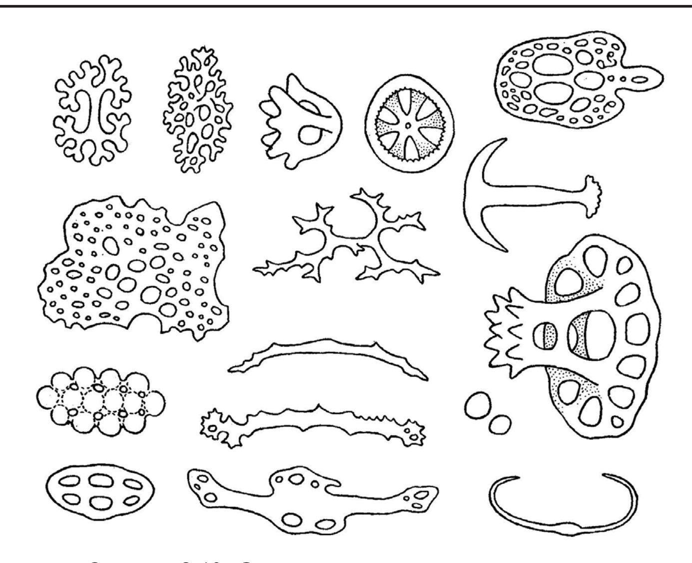


Рисунок 9.10. Спикулы разных видов иглокожих.

Деструктивные изменения в губчатых костях уже исследовались при помощи анализа изменений фрактальной размерности костной ткани.

Рост спикулы происходит внутри спикулогенного синцития, образуемого тремя и большим числом клеток спикулогенной мезенхимы (рис. 9.11, а). Клетки сливаются своими отростками, образуя общее пространство внутри синцития, в которое поступает и в котором осаждается материал спикулы: кристаллизующийся кальцит. Форма спикулы определяется точным взаимным расположением клеток, формой синцития, направлением потоков вакуолек с поступающим кальцитом. И форма клеток и их отростков, и их позиционирование, и движение внутриклеточных органоидов определяются системой цитоскелета. Нарушение цитоскелетной сети ведёт к нарушению всех этих структур и процессов. На рисунке 9.11 b показано несколько абберантных спикул, синтезированных спикулогенной мезенхимой морского ежа после временной обработки их цитохалазином (с последующей отмывкой), разрушающим актиновую сеть клетки. При подобных воздействиях, если клетки отмыть от цитохалазина, цитоскелет может восстановиться, клетки снова будут функционировать, синтезировать спикулы, но позиционная информация, хранившаяся и передававшаяся в эпигенетической памяти цитоплазмы клетки, поддерживаемая и организуемая структурой цитоскелета, будет потеряна, клетки не смогут точно восстановить направление движения, форму, взаимное расположение, они будут частично дезориентированы, что и отразится на неправильной форме спикул. Теоретически, можно количественно описать общую морфологию клетки в норме и патологии, от которой

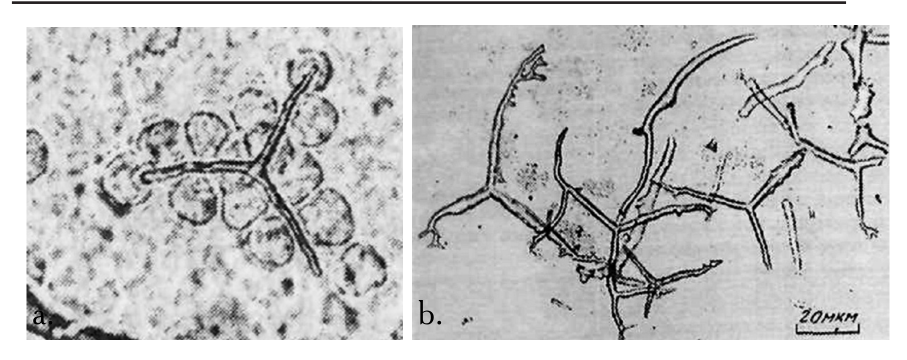


Рисунок 9.11. Правильная спикула (a) и абберантная спикулы (b) морского ежа Strongylocentrotus nudus.

зависит видоспецифичная форма спикулы. Перестройки цитоскелета сопровождаются вполне регистрируемым изменением таких показателей его общей морфологии, как фрактальная размерность, измеренная тем или иным способом, лакунарность и другие. Изменения структуры цитоскелета, сопровождающиеся изменением его фрактальной размерности, ведут к изменению общей морфологии как отдельных клеток, так и их ансамблей. Общая морфология клеток и их ансамблей также может быть количественно охарактеризована с использованием фрактальной размерности. Изменения же общей морфологии клеток и их ансамблей «кристаллизуются» в изменённой форме продуцируемых ими спикул, также обладающих различной фрактальностью. В общем, каждый шаг патологических изменений приводящих к появлению аберрантных спикул, может быть количественно описан параметрами нелинейной морфологии клетки. В случае спикул различных видов иглокожих, в норме обладающих различающейся морфологией, генезис этого различия можно также проследить в различной организации цитоскелета, в форме клеточных синцитиев, в направлении потоков вещества спикулы внутри клетки и синцития. Все эти паттерны поддаются описанию с помощью таких параметров, как фрактальная размерность, исследуя эти параметры можно количественным образом дифференцировать морфологию и физиологию клеток различных видов, то есть нелинейная геометрия позволяет решать такие вопросы, которые эвклидова геометрия не может даже поставить перед собой. Хаотичная фрактализация в норме правильных трёхлучевых спикул, при обработке их цитохалазином, говорит о том, что повреждённая клетка лишь частично контролирует процесс спикулообразования. Самоорганизация восстанавливающегося цитоскелета, формы клетки, самой кристаллизующейся спикулы происходит отчасти спонтанно, непредсказуемо, поэтому мы можем наблюдать неограниченный ряд уникальных аберрантных спикул.

Самим конгломератам формируемым клетками в культуре нередко присуща фрактальная организация. Бактериальные клетки *Escherichia coli* слабо проявляют какую либо внутреннюю координацию роста внутри колонии, тем не менее, флурисцентно меченные клеточные домены имеют фрактальные самоподобные границы (рис. 9.12). Фрактальный паттерн очертаний доменов возникает из-за полярности клеточной формы, реализующейся одноосным ростом и делением клеток. Подтверждением этого объяснения служат гладкие, не фрактальные клеточные домены, формируемые мутантным штаммом кишечной палочки сферической формы.[1]

Другой пример клеточного поведения, который можно проанализировать с помощью оценки фрактальности образуемых клетками паттернов – это агрегация иммунных клеток беспозвоночных in vitro. Если шприцом взять гемолимфу Приморского гребешка *Mizuhopecten yessoensis* или мидии *Mitilus edulus*, уже в шприце начнётся слипание гемоцитов, их агрегация, инициируемая нарушением целостности полости тела и контактом с внешней средой. При помещении гемолимфы в чашку Петри агрегация продолжится сначала в суспензии, затем всё увеличивающиеся агрегаты осядут на дно чашки, прикрепятся, продолжая расти за счёт клеток, вновь оседающих из суспензии, сползающихся со дна чашки и за счёт слияния более мелких конгломератов в более крупные. Процесс образования конгломератов

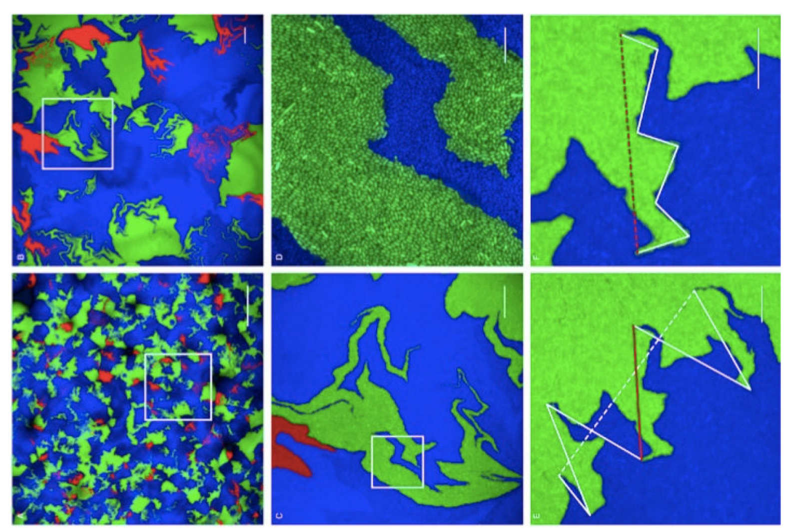


Рисунок 9.12. Фрактальность границ доменов колонии *Escherichia coli*.

[1] Timothy J. Rudge, Fernán Federici, Paul J. Steiner, Anton Kan, Jim Haseloff. Cell Polarity-Driven Instability Generates Self-Organized, Fractal Patterning of Cell Layers. // ACS Synth. Biol. 2013. Vol. 2(12): 705–714. Doi: 10.1021/sb400030p.

гемоцитов в выделенной гемальной жидкости можно описать как фазовый переход, в котором при изменении физиологических параметров гемолимфы, запускающих конгломератообразование, начальное состояние – суспензия одиночных клеток, становится неустойчивым, быстро сменяясь другим состоянием – суспензией конгломератов разных размеров.

Процесс конгломератообразования имитируется моделью DLA. Начавший образовываться конгломерат, появляющийся случайно на основе нескольких слипшихся клеток, служит в дальнейшем центром конгломератообразования. Чем больше конгломерат, тем с большей территории вокруг себя он собирает хаотично двигающиеся клетки, и тем быстрее, в свою очередь, растёт, это автокаталитический процесс с положительной обратной связью, напоминающий пример с закладкой термитника, описанный в пятой главе. Пожалуй, более достоверно описывает процесс конгломератообразования модификация DLA модели – *CCA (cluster-cluster aggregation)* модель, где не только клетки прилипают к общему центру агрегации, но все клетки прилипают друг к другу, образуя множество небольших агрегатов, и эти хаотично двигающиеся агрегаты также слипаются между собой. Конгломерат гемоцитов и по морфологии и по морфогенезу – фрактальный кластер.

Только что образовавшиеся конгломераты имеют неправильную, фрактализованную форму, напоминая кластеры DLA, получающиеся, если задано низкое значение вероятности прилипания клеток к конгломерату (рис. 9.13). Чем ниже вероятность прилипания, тем больше шансов у частицы достичь центральных областей конгломерата, лакун, впадин. Преимущество выступающих частей конгломерата в присоединении новых частиц уменьшается.

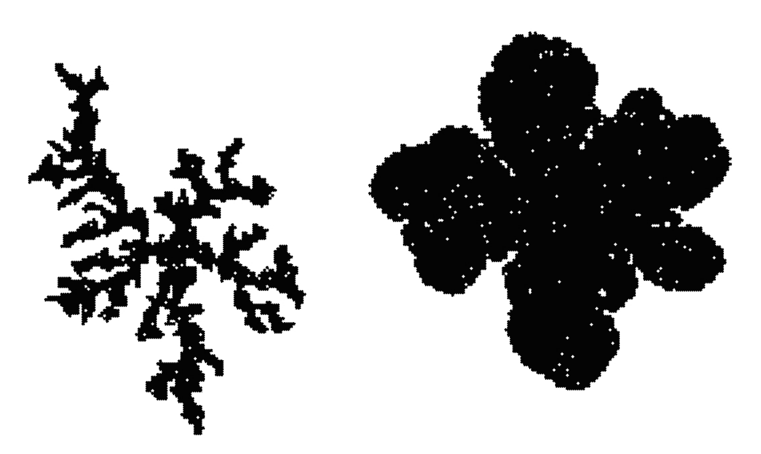


Рисунок 9.13. Примеры конгломератов DLA с низкой вероятностью прилипания клеток, соприкасающихся с конгломератом.

Конгломерат формируется более округлым, менее разветвлённым. Причина округлости, сглаженности отростков реальных агрегатов гемоцитов другая: одновременно с ростом агрегата начинается его ретракция, осферивание. Рыхлая масса гемоцитов становится более плотной, конгломерат сжимается, как бы втягивая в себя отростки. Если в процессе роста конгломерата присоединение новых элементов превалирует над осфериванием, отростки растут быстрее, чем втягиваются, и конгломерат остаётся фрактализован, то после присоединения всех близлежащих клеток и более мелких конгломератов, рост отростков прекращается и ретракция быстро, в течение получаса делает конгломерат округлым. На конечной стадии сжатия конгломерат имеет уже форму, близкую к шарообразной (рис. 9.14).

Процесс ретракции важен при ранении животного, когда образовавшийся на раневой поверхности конгломерат – тромб изолировал внутреннюю среду организма от внешней среды и дальнейшее стягивание тромба стягивает края раны. Кроме DLA модели, агрегация гемоцитов имитируется некоторыми клеточными автоматами, пример приведён на рисунке 9.15, случайные флуктуации в хаотичном распределении клеток становятся центрами агрегации, одиночные клетки на конечной стадии агрегации редки, неправильные, разветвлённые агрегаты в основном повторяют случайный паттерн

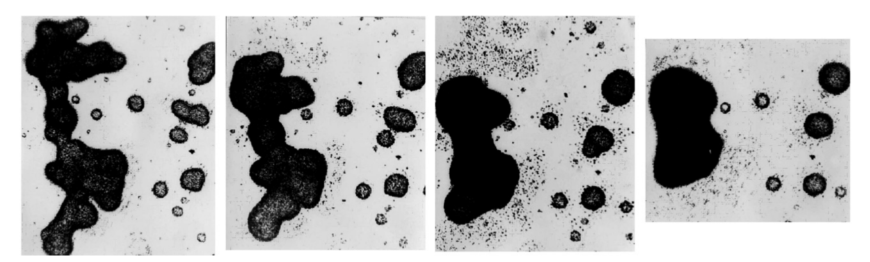


Рисунок 9.14. Последовательные стадии ретракции (сжатия) конгломерата гемоцитов гребешка (слева на право).

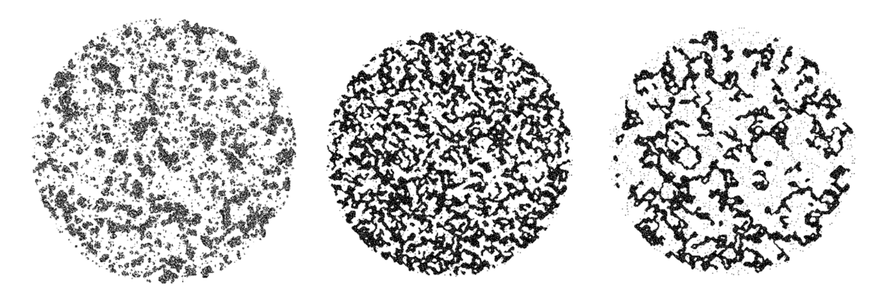


Рисунок 9.15. Имитация конгломератообразования гемоцитов клеточным автоматом.

повышенной плотности в распределении одиночных клеток в начале конгломератообразования (конечную стадию ретракции приведённый на иллюстрации клеточный автомат не имитирует).

Почему же агрегат гемоцитов моллюска фрактален? Механизм его образования включает в себя как детерминированные, так и хаотические формообразующие силы. Генетически детерминировано слипание клеток при их контакте, распластывание на субстрате или движение по нему, увеличение площади контакта между клетками при осферивании, хаотично диффузное движение клеток в суспензии, их расположение на дне чашки Петри при оседании. Несложные правила, определяющие взаимодействие клеток в сочетании с хаосом, присутствующим в системе и играющим такую же важную роль в конгломератообразовании, создают хаотично фрактальные структуры (рис. 9.16).

Интересно, что в этом примере фрактальность проявляется на промежуточной стадии нестабильности, перехода системы из одного устойчивого состояния (суспензия одиночных клеток) в другое (осферившиеся агрегаты, с зачаточными признаками тканеобразования). После осферивания фрактальность в системе агрегатов остаётся только в вариабельности размеров и расположения осферившихся агрегатов на дне чашки Петри, эти агрегаты представляют собой, по сути,

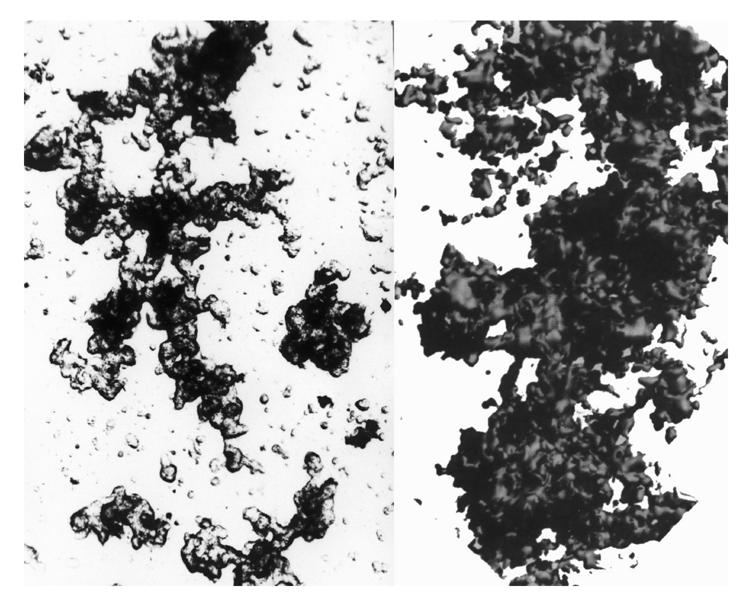


Рисунок 9.16. Слева — конгломерат гемоцитов моллюска сразу после оседания; справа — компьютерные фрактальные кластеры, созданные Мандельбротом.

клеточные аттракторы, и их хаотично фрактальное расположение на стекле визуализирует детерминированный хаос формирования центров конгломератообразования в суспензии, где эти конгломераты и начали образовываться ещё до оседания (рис. 9.17).

Распластанные по двумерному субстрату фибробластоподобные клетки животных in vitro – один из самых хороших объектов для приложения методологии нелинейного анализа морфологии. Фибробластоподобные клетки показывают широчайший спектр самых неправильных трудно формализуемых форм, часто разорванных, перфорированных вследствие чрезмерного распластывания. Такие традиционные понятия, описывающих морфологию клетки, как тело клетки, отростки, филоподии, ламеллоподии, лобоподии не имеют чётких определений, поскольку между этими элементами клеточной морфологии можно найти непрерывный ряд переходных форм. Между тем, широкий ряд современных исследований, касающихся биохимических, морфофизиологических и генетических процессов, затрагивающих изменение клеточного поведения и трансформацию клеточной формы, использует этот не формализованный, статистически непроверяемый язык описания клеточных форм. Особенно интересны для нелинейного анализа клеточной морфологии, в качестве модельных объектов, клетки гемолимфы и целомической жидкости морских беспозвоночных, показывающие широчайший спектр форм, как у различных видов животных, так и среди клеточных типов внутри одного вида.

В качестве примера анализа таких форм проведём сравнительный анализ морфологии распластанных *in vitro* целомоцитов двух видов морских звезд: *Aphelasterias japonica* и *Patiria pectinifera*

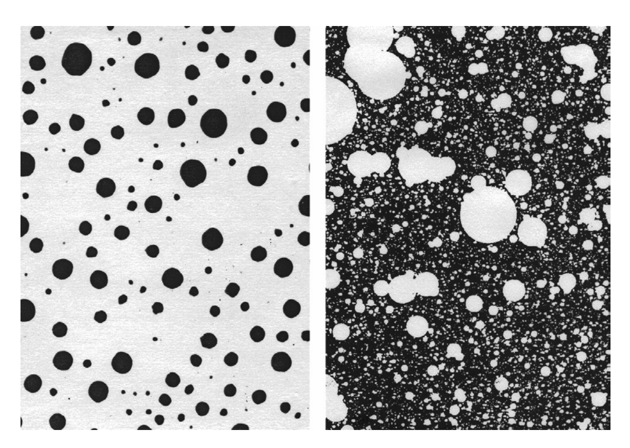


Рисунок 9.17. Слева — осевшие на стекло осферившиеся агрегаты гемоцитов моллюска; справа — фрактал «Шведский сыр».

(Echinodermata: Asteroidea) и гемоцитов двустворчатого моллюска *Callista brevisiphonata* (*Mollusca: Bivalvia*) с использованием ряда нелинейных параметров, включающих ряд фрактальных размерностей и нескольких типов лакунарностей.

По результатам корреляционного анализа, некоторые нелинейные параметры, оказались высоко коррелированны у клеток одних видов и слабо коррелировали у других. Наличие пар признаков, уровень корреляции которых значительно варьирует между клетками разных видов, от достоверно высокого у одних до низкого и не достоверного у других, свидетельствует о том, что эти признаки описывают несколько отличающиеся аспекты клеточной морфологии у разных видов животных.

Для примера рассмотрим корреляции пары признаков: MMFD* и MeanD* . Эти признаки не коррелируют у целомоцитов *A. japonica*, достоверно высоко антикоррелируют у гемоцитов *C. brevisiphonata* и достоверно высоко коррелирует у целомоцитов *P. pectinifera* (0.07;-0.75;0.73, соответственно). У *A. japonica* в выборке преобладают клетки наиболее "правильной" из всех трёх рассматриваемых видов формы: без перфораций, с чётко выраженным клеточным телом и с многочисленными сравнительно короткими отростками. Минимальные значения MMFD характерны исключительно для клеток палочковидной формы, максимальные – для мелких клеток неправильной формы с крупными элементами микроскульптуры границ. Среди клеток со средними значениями параметра MMFD встречаются клетки всех типов, форм и размеров, кроме вышеупомянутых.

Минимальные значения параметра MeanD характерны для целомоцитов *A. japonica* палочковидной и неправильной формы, в том числе для мелких клеток неправильной формы, имеющих максимальные значения MMFD. Максимальные значения MeanD найдены у клеток с крупным цельным телом, без длинных отростков, то есть, клеток визуально гораздо более "простой", "правильной" формы. Таким образом, максимальные и минимальные значения обоих параметров характерны для клеток разной формы. У *C. brevisiphonata*, клетки которой визуально отличаются от клеток других двух видов очень длинными большими отростками, уменьшение параметра MMFD и увеличение параметра MeanD визуально сопоставимо с относительным увеличением размеров тела клетки и уменьшением размеров отростков. В этом случае чётко видна корреляция, которой нет в выборке клеток *A. japonica*, где отсутствуют клетки с такими длинными отростками. Целомоциты *P. pectinifera* отличаются от клеток двух других видов самой "неправильной", разорванной и асимметричной формой, в выборке обнаружен характерный только для этого вида тип клеток - с расширениями на концах нескольких крупных толстых отростков. Расширения отростков некоторых клеток столь крупны, что по контуру

клетки невозможно определить, какое из этих расширений является "телом" клетки с ядром. Распластанные целомоциты *P. pectinifera* дают ясное представление о невозможности однозначного описания форм распластанных клеток языком, классически используемым в цитологии, у клеток этого вида часто невозможно определить, где расположено "тело" клетки, а где "отростки", также невозможно определить, является ли этот отросток псевдоподией или ламеллоподией.

Максимальное значение параметра MMFD в выборке целомоцитов *P. pectinifera* характерно для клеток с перфорированной и сильно фрагментированной цитоплазмой. Распластывание по субстрату некоторых клеток этого вида дошло до стадии их перфорации со сложным паттерном разрывов, в конечной стадии респластывания такие клетки превратились в россыпь капель лежащих вокруг "тела" клетки – наиболее крупной округлой "капли" с ядром. Интересно, что среди клеток, имеющих максимальное в выборке значение MMFD перфорированные клетки чередуются с клетками, имеющими цельную, приближающуюся к округлой форму с простой микроскульптурой границ. Минимальные же значения данного параметра найдены у клеток наиболее "неправильной" формы, в том числе у клеток с утолщениями на концах отростков. Минимальные значения параметра MeanD также соответствуют клеткам неправильной формы, на конце шкалы максимальных значений параметра MeanD встречаются сначала клетки цельной, приближающейся к округлой формы с простой микроскульптурой границ, затем все клетки с перфорированной цитоплазмой, таким образом, мы наблюдаем чёткую положительную корреляцию двух данных признаков (рис. 9.18).

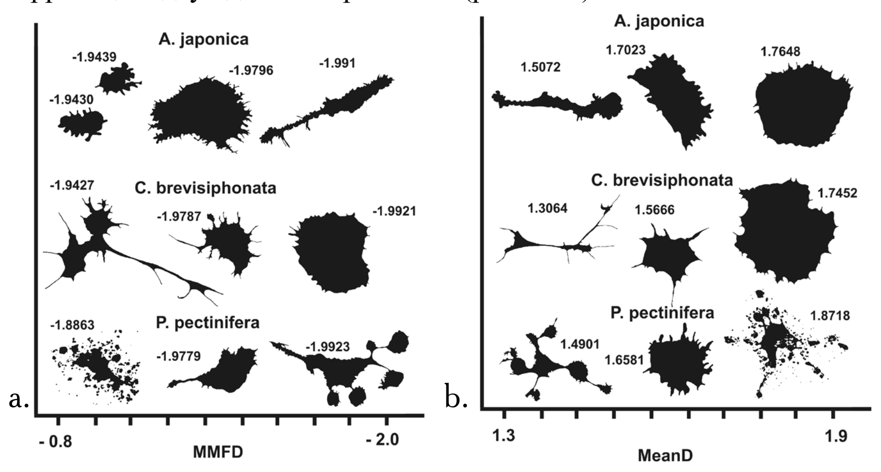


Рисунок 9.18. Силуэтные изображения клеток A. japonica, C. brevisiphonata, P. pectinifera с минимальными, средними и максимальными значениями MMFD (a) и MeanD (b).

Не все нелинейные параметры можно соотнести с теми или иными визуально выявляемыми особенностями клеточной формы, какие особенности клеточной морфологии выявляются тем или иным параметром – вопрос будущего исследования. Связав особенности клеточного поведения и клеточной физиологии, определяющей клеточную форму, и клеточную морфологию, описываемую рассматриваемыми параметрами, мы вложим в эти параметры биологический смысл.

Выяснилось, что клетки каждого из трёх рассматриваемых нами видов достоверно отличаются от клеток двух других видов по одному или более параметров нелинейной морфологии. Целомоциты *A. japonica* имеют максимальное значение MeanΛD* и минимальные из всех трёх видов значения таких параметров, как: outBiggestD*, MeanΛ*, outMeanΛD*. Гемоциты *C. brevisiphonata* характеризуются минимальным значением MeanΛD и средним, достоверно отличимым от других двух видов значением параметров outMeanΛD, Var in Count*, MeanΛ, outMLFD*. Целомоциты *P. pectinifera* имеют среднее достоверно отличное значение MeanΛD и максимальные значения параметров LCFD PreLac* и outMeanΛD (Рис. 9.19).

В результате, данные признаки сформировали некий «цифровой код», набор параметров, достоверно отличающих клетки всех трёх исследованных видов беспозвоночных, цифровой профиль,

---

*MMFD – средняя массовая размерность – фрактальная размерность, подсчитанная с учётом числа пикселей в квадратах пробирующей функции $D_{Bmass} = \lim_{\varepsilon \to 0} [\ln \mu_\varepsilon / \ln \varepsilon]$, limε→0 находится как наклон линии регрессии для μ_ε и ε, где μ_ε – среднее число пикселей в квадрате со стороной ε;

MeanD – среднее D_B (фрактальная размерность, рассчитанная методом подсчёта квадратов) с учётом множественного наложения квадратной сетки с различной ориентацией, для каждой ориентации подсчитывается собственное D_B, далее полученные значения усредняются: Mean D = Σ(D)/GRIDS (D = slope [ln(число квадратов с пикселями изображения объекта)/ln(ε)], где GRIDS – все использованные способы наложения квадратной решётки, ε – длина стороны квадрата решётки;

MeanΛD – лакунарность, основанная на фрактальной размерности метода подсчёта квадратов $\Lambda D_B = [\text{Grids}\Sigma G{=}1(\Lambda D_{B(G)})] \times \text{Grids}^{-1}$, где $\Lambda D_{B(G)}$ – лакунарность подсчитанная для каждой ориентации решётки, Grids – все возможные ориентации решётки;

outBiggestD – DB подсчитанная с учётом лишь квадратов больше среднего размера для контурных изображений;

MeanΛ – средняя лакунарность подсчитанная при различных ориентациях квадратной сетки;

outMeanΛD – лакунарность, основанная на фрактальной размерности метода подсчёта квадратов контурных изображений клеток;

Var in Count – относительная вариация числа квадратов покрывающих изображение при всех различных ориентациях квадратной сетки, при определении фрактальной размерности методом подсчёта квадратов;

outMLFD – средняя локальная фрактальная размерность контурных изображений клеток;

LCFD PreLac – мера гетерогенности или трансляционной инвариантности изображения, при различных методах наложения сетки квадратов.

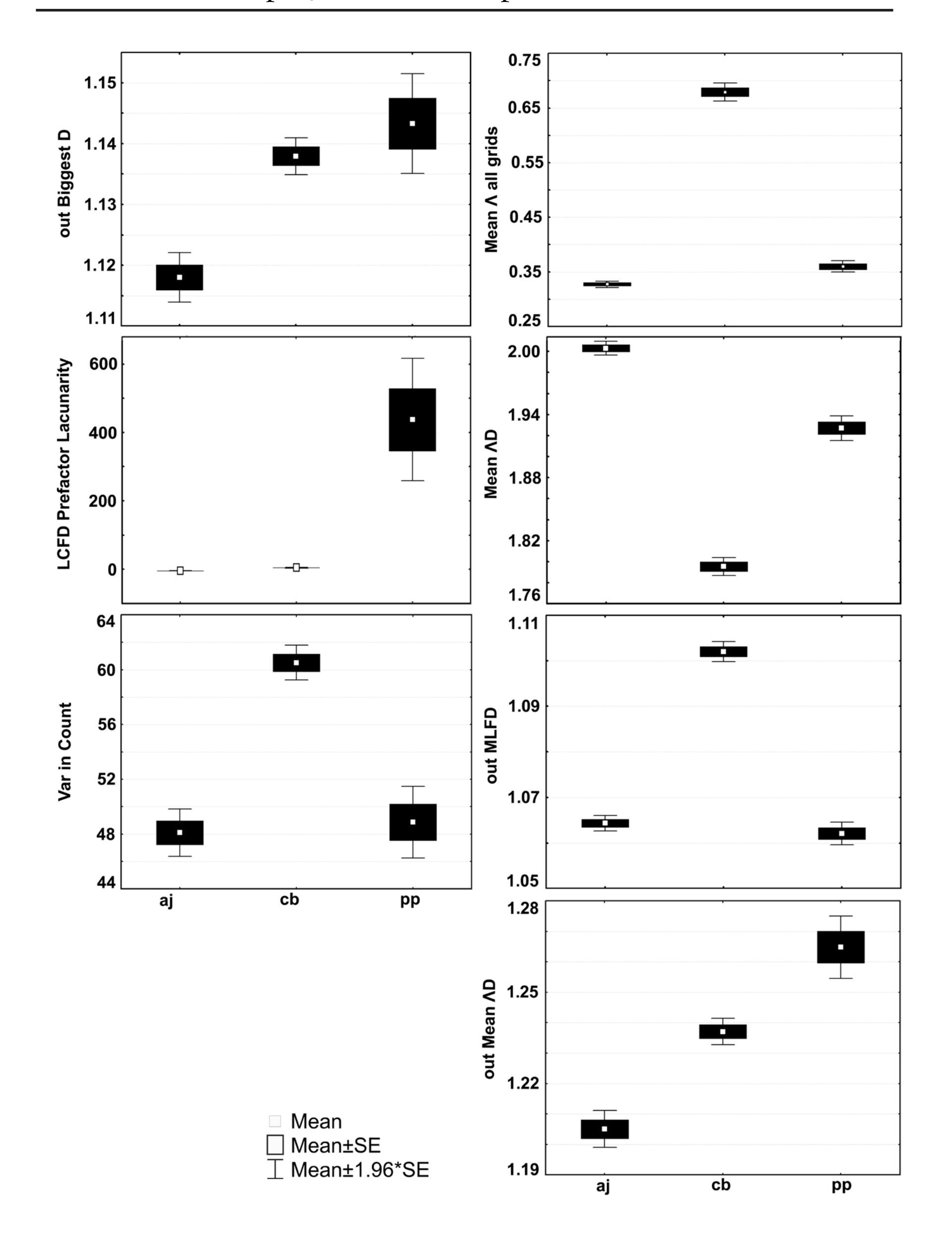


Рисунок 9.19. Средние значения и доверительные интервалы значений параметров, по которым клетки A. japonica, C. brevisiphonata, P. pectinifera достоверно отличаются друг от друга. aj - A. japonica, cb - C. brevisiphonata, pp - P. pectinifera.

специфичный именно для клеток данного вида и отличающий их от клеток других видов. (См таблицу 9.3).

Параметры	*Aphelasteriasjaponica*		*Callista brevisiphonata*		*Patiria pectinifera*	
	среднее	дов. интервал -/+95%	среднее	дов. интервал -/+95%	среднее	дов. интервал -/+95%
MeanAD	**2.00**	1.99-2.01	**1.80**	1.79-1.80	**1.93**	1.92-1.94
outMeanAD	**1.21**	1.19-1.21	**1.24**	1.23-1.24	**1.26**	1.25-1.28
outBiggestD	**1.12**	1.11-1.12	1.14	1.13-1.14	1.142	1.14-1.15
Var in Count	48.1	46.36^19.84	**60.53**	59.26-61.79	48.87	46.24-51.50
MeanA all grids	**0.33**	0.32-0.33	**0.68**	0.66-0.70	0.36	0.35-0.37
LCFDPreLac	0.67	0.61-0.73	7.52	7.28-7.77	**437.77**	258.22-617.33
outMLFD	1.06	1.06-1.07	**1.10**	1.10-1.10	1.06	1.06-1.06

Таблица 9.3. Средние значения и доверительные интервалы значений параметров, достоверно отличающиеся для клеток хотя бы одного из исследованных видов. Значения параметров, выделенные жирным шрифтом, достоверно отличают клетки соответствующего вида животных от клеток других видов животных

Независимо от того, лежат ли в основе различий форм гемоцитов и целомоцитов разных видов экологические причины, подвержены ли нюансы их морфологии естественному отбору или здесь мы имеем дело с хаотической межвидовой вариабельностью, кажется несомненным, что различие клеточных форм определяется генетически и связан с теми или иными различиями клеточной физиологии: структуры цитоскелета, клеточного поведения и так далее. Поэтому логичен переход к рассмотрению клеточных форм в плоскости биологического анализа морфологических параметров, описывающих формы клеток, что позволило бы ответить на вопрос: какие именно генетические и цитофизиологические видоспецифичные особенности клетки определяют значение того или иного из рассматриваемых параметров. Это даст возможность прогнозировать особенности клеточной физиологии в норме и их изменение в патологии, исходя из детального морфологического анализа. Без точного формального численного анализа достижение этой цели не возможно, причём численный анализ должен касаться не только внешней морфологии, но и всего спектра субклеточных систем, участвующих в клеточной реакции: изменения паттерна цитоскелета, распределения рецепторов адгезии клетки к субстрату и других клеточных рецепторов, и прочее. Все эти показатели, будучи визуализированы, будут анализироваться с использованием методов нелинейного анализа изображений, и сопоставляясь с рядом других генетических, биохимических, физиологических методов, дадут нам полную картину происходящих в клетке процессов, картину настолько формализованную, что эти данные можно будет использовать для точного численного анализа и моделирования описываемых клеточных процессов.

Фрактальная размерность и другие нелинейные показатели морфологии клеток уже сегодня используются в медицине для

автоматического распознавания патологических изменений в клетках. Глядя на изображения клеток под сканирующим и трансмиссионным электронным микроскопом (рис. 9.20) мы видим выпуклости, шероховатости, сгущения, гранулярности. Формального описания подобных объектов, которое мог бы понять компьютер, отличив случайную вариабельность структур от закономерных изменений, говорящих об отклонениях, как то делает опытный глаз специалиста, ещё не существует, и возможно, не будет существовать до появления искусственного интеллекта. Но использование нелинейных показателей морфологии позволяет увеличить на 20% вероятность правильного распознавания этих образов, что не мало.

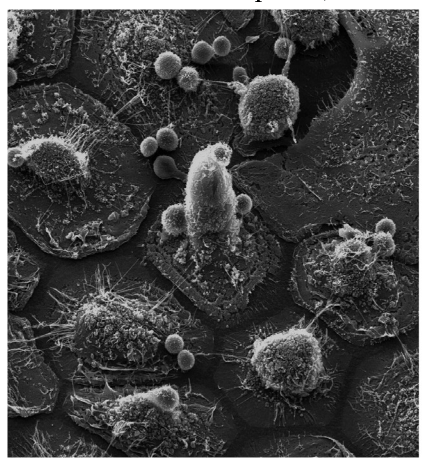
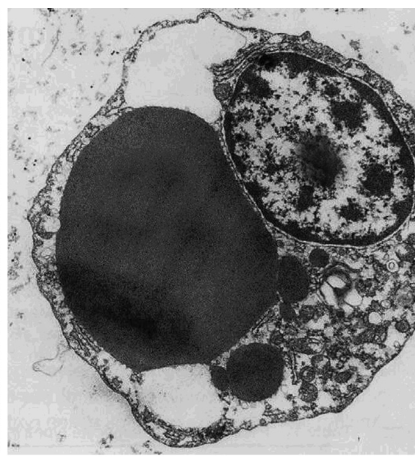



Рисунок 9.20. Изображения клеток полученные сканирующим (слева) и трансмиссионным (справа) электронным микроскопом.

При помощи атомно-силового микроскопа были получены изображения поверхностей раковых и нормальных клеток, а также карты адгезии поверхности, то есть данных по распределению вдоль поверхности клетки силы адгезии, с которой игла атомно-силового микроскопа контактным образом взаимодействует с заданной точкой на поверхности исследуемой клетки. Полученные карты адгезии были обработаны математическими методами для выяснения, являются ли они фракталами и если являются, то какова их размерность. Анализ фрактального поведения, проведённый в масштабе от 40 до 300 нм, показал существенное отличие размерности раковых и нормальных клеток, обусловленное различием свойств их поверхности (рис. 9.21).[1] Общая морфология малигнизированных клеток также достоверно отличается от нормальных клеток более высоким значением размерности

[1] Dokukin M.E., Guz N.V., Gaikwad R.M., Woodworth C.D., Sokolov I. Cell Surface as a Fractal: Normal and Cancerous Cervical Cells Demonstrate Different Fractal Behavior of Surface Adhesion Maps at the Nanoscale. // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107: 028101.

(рис. 9.22).[1]

Классический квазифрактальный клеточный объект – нейрон. Фрактальный анализ достаточно давно используется в нейробиологии. Известно, что рост нейронов, их отростков, установление межнейрональных связей определяются, с одной стороны, динамическим балансом позитивных и негативных сигналов окружения, а с другой, генетически определённой реакцией клетки на эти сигналы. Стохастическое распределение сигнальных молекул матрикса, конкуренция между нейронами с вероятностными шансами выживания и функционирования лишь части из них, стохастическое появление сигналов внешнего мира, то есть электроимпульсов, стимулирующих

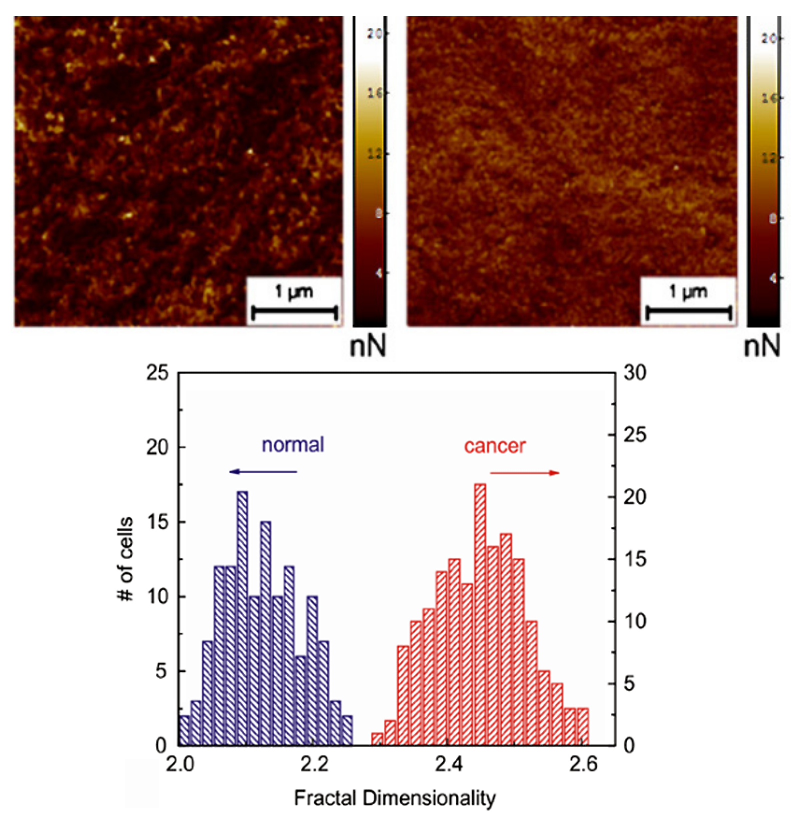


Рисунок 9.21. Распределение фрактальных размерностей адгезионных карт нормальных и раковых клеток.

[1] Klein K., Maier T., Hirschfeld-Warneken V.C., Spatz J.P. Marker-free phenotyping of tumor cells by fractal analysis of reflection interference contrast microscopy images. // Nano Lett. 2013. Vol. 13(11): 5474-9. Doi: 10.1021/nl4030402.

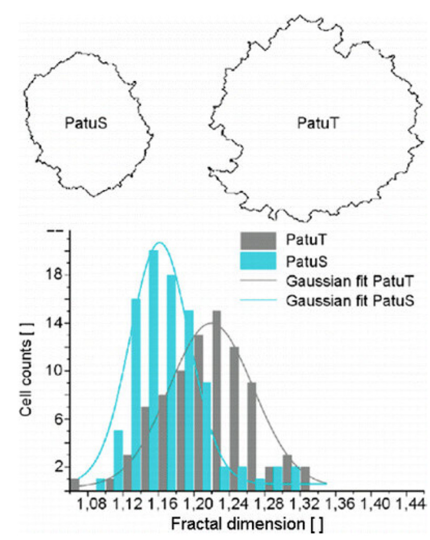


Рисунок 9.22. Распределение фрактальных размерностей нормальных (PatuS) и трансформированных (PatuT) клеток.

рост нейрона, неизбежная свобода, хаос, необходимые для любых процессов самоорганизации – всё это отражается на морфологии нейрона, с одной стороны обладающего едиными признаками, характеризующими тот нейрональный тип, к которому клетка относится, а с другой, проявляющего эти признаки лишь статистически. Каждая клетка, как фрактальный кластер, уникальна, если рассматривать число отростков, их точное расположение, форму каждого отростка, но как целое – статистически подобна любой другой клетке её типа. Действительно, генетически запрограммировать каждый изгиб каждого отростка миллиардов нейронов невозможно, генетически можно задать поле направляющих рост нейрона сил, в целом достаточно детерминированных, но действующих стохастически на уровне каждого отдельного отростка, синапса, сигнальной молекулы.

Классическая морфометрия нейронов включает такие показатели, как число отростков, число конечных отростков, общая длина дендрита, размер тела клетки, размер дендритного поля и прочие. С помощью многопараметрического анализа сравнивают всю популяцию клеток, находя морфологические типы, достоверно отличающиеся по нескольким параметрам. Морфологическая классификация, скорее всего, отражает и физиологические, и функциональные различия. Если же мы дополним эту классификацию данными фрактального анализа, то сможем, во-первых, включить в анализ показатель общей сложности морфологии нейрона как целого; во-вторых, проведя корреляционный анализ, понять, с какими морфометрическими признаками связана фрактальность клетки; в-третьих, установить связь между показателями фрактальности и функциональностью. Фрактальные размерности нейронов, подсчитанные разными способами, оказываются достаточно высоко коррелированны друг с другом. Одних фрактальных размерностей для классификации нейронов оказывается недостаточно, морфологически различные формы, которые обладают одним уровнем сложности, могут иметь одинаковую фрактальную размерность. Но фрактальность может

быть дополнена целым рядом морфологических и физиологических параметров, кроме этого, возможна оценка фрактальности различных типов изображений, отражающая различные аспекты их морфологии. Например, можно оценивать размерность как силуэтных чёрно-белых изображений клеток, так и контурных, в которых остаются лишь границы клеток, в этом случае внутренние заполненные пространства, которые имеют размерность 2, не влияют на подсчёт размерности, размерность контурных изображений нейронов складывается из сложности ветвления и изрезанности клеточной границы. Можно анализировать также фрактальность скелетонизированных изображений, в которых значение фрактальности складывается только из сложности хода ветвления, ни структура клеточной границы, ни объём клетки при скелетонизации не передаются (рис. 9.23). Так, исследуя фрактальность обработанных различным способом изображений, можно определять вклад во фрактальность различных элементов клеточной морфологии. Разумеется, имеется в виду отображение нейронов, которые являются трёхмерными объектами, на двумерную плоскость, размерность нейронов при этом лежит между единицей и двойкой (объект стремится заполнить двумерную плоскость), при анализе трёхмерных изображений размерность бы лежала между двойкой и тройкой. При стандартном положении нейронов относительно плоскости ошибка

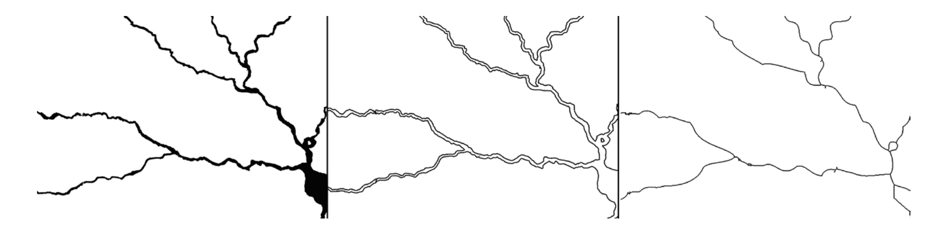


Рисунок 9.23. Силуэтное, контурное и скелетонизированное отображение нейрона.

переноса трёхмерных нейронов на двумерную плоскость не должна сильно влиять на достоверность результата.

В таблице 9.4, приведённой в качестве примера корреляционного анализа морфологии одного типа нейронов головного мозга рыб, показана связь фрактальной размерности, оцененной разными способами, лакунарности и нескольких традиционных морфометрических показателей. Корреляция может быть как положительной, так и отрицательной (отрицательная корреляция между параметрами означает, что при увеличении значения одного показателя с определённой вероятностью уменьшается значение другого, то есть они обратно коррелированны), единица – 100% корреляция. Жирным шрифтом показаны достоверные значения корреляции.

	lac	Db	Di	Db out	Di out	tot br	end br	N br P	N end br	S cell	S feald
lac	1,00										
Db	**-0,85**	1,00									
Di	**-0,89**	**0,94**	1,00								
Db out	-0,22	0,06	0,25	1,00							
Di out	-0,17	0,10	0,20	**0,75**	1,00						
tot br	-0,41	0,27	0,38	**0,92**	0,61	1,00					
end br	-0,48	0,41	0,52	**0,91**	**0,78**	**0,94**	1,00				
N br P	-0,00	0,05	0,08	**0,72**	**0,73**	0,67	**0,75**	1,00			
N end br	-0,32	0,33	0,27	0,50	0,60	0,62	**0,71**	**0,83**	1,00		
S cell	-0,66	0,60	**0,68**	**0,77**	0,58	**0,92**	**0,94**	0,56	0,66	1,00	
S feald	-0,07	-0,10	0,02	**0,82**	0,41	**0,89**	**0,74**	0,58	0,50	**0,70**	1,00

Таблица 9.4. Корреляции фрактальных размерностей с традиционными морфометрическими признаками нейрона.[1]

lac — лакунарность
Db — box-counting размерность
Di — информационная размерность
Db out — box-counting размерность контурных изображений
tot br — общая длина дендритов
end br — длина конечных дендритов
N br P — число точек ветвления
N end br — число конечных ветвей
S cell — площадь клетки
S feald — площадь дендритного поля

Сразу же бросается в глаза, что фрактальные размерности контурного изображения высоко положительно коррелированы с длиной дендритов, числом их ветвлений, гораздо больше, чем силуэтные изображения, именно потому, что внутренняя заполненная часть клетки влияет на показатель фрактальной размерности, нивелируя фрактальность клеточной границы. В целом, оказывается, фрактальная размерность достаточно тесно связана со многими линейными морфологическими признаками. При классификации нейронов многие клеточные типы достоверно отличаются своим значением фрактальности так же, как и рядом других признаков. Ясно, что фрактальность зависит от типа нейрона, особенностей его роста, его специализации. Нейроны одной и той же клеточной линии, сформировавшиеся in vivo и выращенные *in vitro*, имеют различную фрактальную размерность; естественно, *in vitro* не происходит полное формирование клеточного типа из-за отсутствия соответствующих условий, необходимых для специализации клетки.

Такие показатели комплексного нелинейного анализа морфологии, как фрактальная размерность, лакунарность, мультифрактальный спектр, теоретически, могут отражать некоторые глубокие особенности биологии исследуемых объектов,

[1] Исаева В.В., Пущина Е.В., Каретин Ю.А. Квазифрактальная организация нейронов головного мозга рыб. // Биология моря. 2004. Том 30(2): 143-151.

так же, как фрактальная геометрия адекватнее описывает природу самоорганизующихся, детерминированно-хаотичных форм, чем геометрия эвклидова. Однако нейроны являются хаотичными структурами лишь отчасти. Поэтому моделирование нейронов с помощью DLA моделей, что встречается в литературе, отражает скорее элемент хаоса и самоорганизации в формировании этих структур, тогда как модели не синергетического плана, не включающие в себя самоорганизацию, воспроизводят детерминированные стороны роста нейрона.

Так же, как фрактальная организация трёхмерного объёма клетки структурирует её наиболее эффективным способом, позволяя задействовать каждый участок цитоплазмы, точно направляя потоки вещества и энергии, так и фрактальность нейронов, с их многочисленными ветвящимися отростками, оптимизирована для передачи потоков информации. Нервную систему можно представить себе, как фрактальный одномерный объект (отростки нейронов, с их линейной передачей импульсов по прямой можно принять за одномерные объекты), заполняющий трёхмерный объём. Разбиение трёхмерного объёма на одномерные объекты структурирует систему, кардинально снижает число степеней свободы для проходящих в нём процессов, снижает уровень энтропии до уровня возможности возникновения сверхсложной организации, присущей мозгу. Этот уровень организации возникает благодаря самоорганизации процессов обработки информации, наиболее оптимальные паттерны самоорганизации ведут к преимущественному выживанию выработавших их видов и особей. Фрактальный алгоритм роста нейрона позволяет достичь сложной организации с помощью относительно небольшого объёма управляющей информации, приспосабливаться к меняющимся условиям, наиболее эффективно заполнять доступный объём и задействовать каждую структурную единицу этого объёма.

Было установлено, что фрактальная размерность может возрастать по мере роста нейрона и слегка уменьшаться на последней стадии формирования нервной системы. Первый эффект обусловлен ростом самой клетки и увеличением числа её ветвлений, общим усложнением морфологии. Некоторое уменьшение фрактальной размерности в последующем можно объяснить снижением избыточного ветвления в процессе формирования устойчивых нейрональных связей; начальная избыточность отростков, синапсов, как и избыточность числа самих нейронов – известная особенность нейрогенеза. Кроме того, замечено возрастание фрактальной размерности по мере уменьшения специализированности нейронов. Многофункциональность, низкая специализация в обработке потоков информации часто требуют более сложной, разветвлённой структуры нейрона, большего числа межнейрональных связей, чем узкая специализированность.

Возрастание значения фрактальной размерности на 0,1 отражает усложнение морфологической организации нейронов, растущих в клеточной культуре, приблизительно вдвое. Таким образом, значение фрактальной размерности дает количественную характеристику пространственной сложности нейрона, коррелирующую с его морфофункциональной организацией. Параметр фрактальности может отражать стадию развития нейрона, уровень его специализации, может и быть специфическим показателем, характеризующим его как элемент нейронной сети. Сеть, осуществляющую одни и те же функции, можно построить как из небольшого числа сложных, широко специализированных элементов, так и из большого числа элементов простых, слаборазветвлённых, узко специализированных. При этом, фрактальность отдельных элементов сети, то есть нейронов, будет отличаться кардинально, тогда как фрактальность сети в целом может не измениться. Таким образом, биологический смысл таких комплексных морфометрических показателей, как фрактальная размерность, можно раскрыть, лишь рассматривая нейрон не только как отдельный обособленный элемент, но и как структурную единицу нейронной сети, частью которой он является. Примером такой нейронной сети, организация которой влияет на организацию отдельных её элементов, может служить реккурентная фрактальная нейронная сеть.

Регуляция нейронных сетей в значительной степени опирается на конвергентные сигнальные петли, которые делают глобальный сигналинг локально доступным. Реккурентная связь внутри таких систем самоорганизуется с помощью петель взаимных обратных связей обеспечиваемых структурой фрактальных ветвлений дендритов, формирующих реккурентную фрактальную нейронную сеть (recurrent fractal neural networks (RFNNs)) (рис. 9.24). Структурная организация позволяет RFNNs реккурентно усиливать входящий сигнал, суммируя его повторения от петлей обратной связи. Столбчатая организация пиромидальных нейронов слоёв V и III неокортекса может служить примером структурного субстрата для такой архитектуры сети. Самоорганизованный спайк RFNNs сети делается доступным для дендритного древа каждого нейрона сети. Как результат, локальные дендритные входящие сигналы являются уменьшенной версией кодирующей структуры всей сети. RFNNs выполняет грубое фрактальное сжатие информации, копируемой ограниченным числом петель обратной связи в конвергентных нейронных сетях. Такое свойство сети является одним из элементов решения фундаментальной проблемы нейробиологии: как нейрональные вычисления в отдельных нейронах и отдалённых друг от друга зонах мозга соединяются в феномен того, что мы называем сознанием.[1]

[1] Erhard Bieberich. Recurrent fractal neural networks: a strategy for the exchange of local and global information processing in the brain. // BioSystems. 2002. Vol. 66: 145-164.

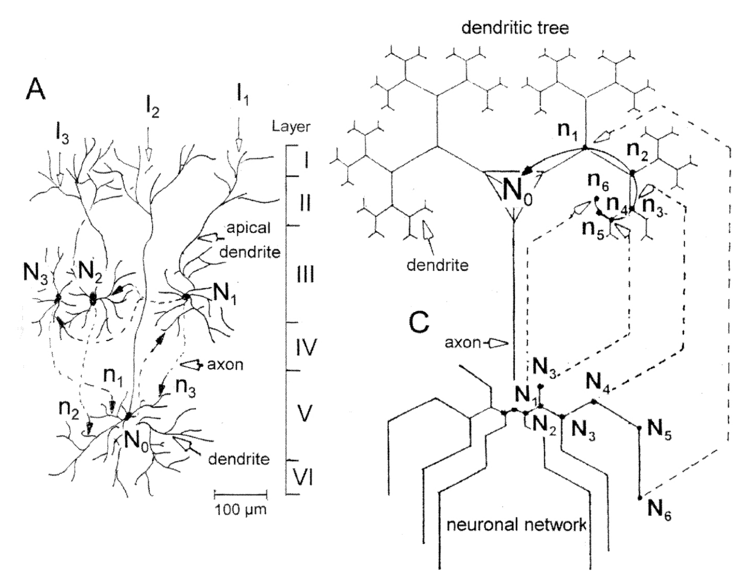


Рисунок 9.24. Морфология RFNNs: a — Принцип столбчатой организации пирамидальных нейронов в слоях с I по VI неокортекса. Входящий сигнал Ii, со слоев I или II собирается апикальными дендритами нейронов Ni в слое III, который обрабатывает и распространяет этот сигнал к нейрону N0 в слое V. Петля обратной связи из N0 в слое V к Ni в слое III гипотетична; b — Модель нейрона N0, который получает реккурентный входящий сигнал от Ni.

Фрактальная методология используется для исследования всех аспектов организации и работы мозга, не исчерпываясь клеточным уровнем анализа квазифрактальности нейронов и нейронных сетей. Нервная система, характеризуясь высоким уровнем самоорганизации, внутренней сложности, большой динамичностью и высокой связностью между элементами проявляет квазифрактальные свойства и в своей детерминировано-хаотической динамике, и на различных уровнях структурной организации. К примеру, результаты измерения размерности коры головного мозга шести человек показали значение D = 2.800.05.[1-2] Исследование фрактальной размерности электроэнцефалограммы здоровых людей измеренное с интервалом в 2,5 сек. дало значения размерности лежащие между 5,2 и 5,9. При этом, во время чтения в области Вернике (сенсорной речевой зоне)

[1] Valerij G. Kiselev, Klaus R. Hahn, Dorothee P. Auer. Is the brain cortex a fractal? // NeuroImage. 2003. Vol. 20: 1765–1774.
[2] Ed. by Earl Mac Cormac and Maxim I. Stamenov. Fractals of Brain, Fractals of Mind. John Benjamins Publishing Company. 1996. 359 p. ISBN 9789027251275 (Eur). ISBN 9781556191879 (USA).

размерность возрастает до 6.6 – 6.9. Размерность ЭЭГ спящего и просыпающегося человека колеблется в районе 7,5. Интересно, что исследование паттернов ЭЭГ ящерицы *Gallotia galloti* демонстрируют значение размерности в районе 6, сходные с таковыми мозга человека. В целом, ЭЭГ исследования предсказывают, что размерность сознания человека лежит в районе между 5 и 8, являясь дробным значением. Исследование размерности активности мозга пациентов с болезнями Паркинсона и Альцгеймера показало снижение размерности по сравнению со здоровыми пациентами.[1]

Тканевой и органный уровень организации.

Фрактальность тканей в патологии может быть исследована на примере опухолей. Нормальная ткань, фрактальность строения которой не выражена, например эпителий, при малигнизации, превращаясь в доброкачественную опухоль, приобретает квазифрактальное строение. Это объясняется тем, что перерождённые клетки перестают подчиняться практически любым регулирующим влияниям окружения, они теряют такие первичные свойства клеточного поведения дифференцированных клеток, как контактное ингибирование, то есть эти клетки опускаются до уровня дифференцированности эмбриональных, (для дифференциации необходима тонкая система морфогенетических регуляций, таковая остаётся в окружении перерождённых клеток, но они теряют способность воспринимать эту информацию), эти клетки теряют способность образовывать надклеточные структуры (ткани) необходимой формы и размеров. Однако какая-то простейшая способность к самоструктуризации у них остаётся, настолько простая, что она может быть описана взаимодействием частиц, формирующих фрактальный кластер, или простым алгоритмом генерации хаотического фрактала, что позволяет доброкачественной опухоли приобрести фрактальное строение. При следующем шаге перерождения, когда опухоль становится злокачественной, она теряет фрактальное структурное самоподобие, скорее всего из-за того, что злокачественные клетки неспособны даже к элементарным межклеточным регуляциям, они становятся полностью «слепы» и неуправляемы (рис. 9.25).

Тело человека состоит из $6x10^{13}$ клеток. Если $6x10^{13}$ клеток среднего размера уложить слоем толщиной в одну клетку, то они займут площадь около 4,2 га. Равновеликую площадь заняла бы дисковидная биоморфа диаметром 205 м. Такое размещение клеток можно называть плоскостным или 2-мерным. Если те же $6x10^{13}$ клеток выстроить в цепочку, то длина цепочечной биоморфы составит около

[1] John Gardiner, Robyn Overall, Jan Marc. The fractal nature of the brain: EEG data suggests that the brain functions as a "quantum computer" in 5-8 dimensions. // Neuroquantology. 2010. Vol. 8(2): 137-141.

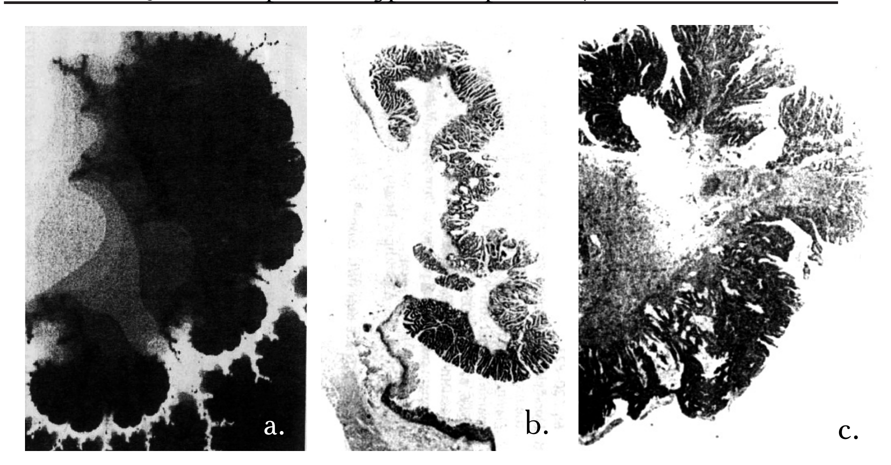


Рисунок 9.25: a — Компьютерный фрактал; b — доброкачественная опухоль; c — злокачественная опухоль.

1,8 млн. км, что значительно превышает расстояние от Земли до Луны. Такое размещение клеток называется линейным или 1-мерным. Размерность биоморфы определяется в данном случае количеством непосредственных контактов одной клетки с другими клетками, называемым *смежностью клетки*. Очевидно, у цепочечной биоморфы этот показатель не превышает 2. Прямыми наблюдениями установлено, что если пренебречь краями, то примерно половина клеток однослойных тканей высших организмов образует гексагональную структуру и имеет смежность клетки около 6 независимо от формы клеток.[1] Смежность отдельных клеток и тканей можно, однако, повысить фрактализацией их формы. Если, к примеру, посчитать определяемую смежностью размерность нейронов, имеющих контакты с сотнями других клеток, мы придём к очень большим значениям размерности. Рассуждая же в категориях фрактального формализма можно сказать, что именно фрактализация внешней формы клетки или ткани способна значительно повысить её смежность, и для морфологического описания таких форм становится применима дробная размерность, рассчитываемая не на основе числа описывающего смежность клетки, но на размерности Хаусдорфа. Дробная размерность, в таком рассмотрении, оказывается действенным средством укорочения и интенсификации физиологических коммуникаций и обуславливает интеграцию частей организма в единое целое.

Любой орган животного в норме имеет квазифрактальную структуру, даже если внешне не выглядит фрактализованным. Каждая

[1] Исаева В.В., Пресное Е.В. Топологическое строение морфогенетических полей. М.: Наука. 1990. 256 стр.

живая клетка многоклеточного образования должна непрерывно потреблять кислород, питательные вещества, избавляться от углекислого газа и продуктов обмена. Одним словом, она должна достаточно свободно контактировать с внешней средой, чтобы обмениваться с ней веществом и энергией. Для внутренней среды организма функцию внешней среды выполняет кровеносная система, она осуществляет газообмен, обмен питательными веществами, информационными молекулами, управляющими деятельностью клеток, в кровь сбрасываются продукты обмена. Обмен между кровеносной системой и внутренней средой организма осуществляется через двумерную поверхность эндотелия капилляров, то есть через плоскость. Чем больше площадь обмена, то есть площадь эндотелия капилляров, тем обмен интенсивнее, тем большее количество продуктов обмена может быть перенесено через неё за единицу времени. Наиболее эффективно заполнить трёхмерный объём двумерной плоскостью можно, как упоминалось ранее, фрактальной укладкой этой плоскости внутри заданного объёма. Фрактальная укладка позволяет достичь изгибами или ветвлениями фрактальной самоподобной двумерной структуры, заполняющей трёхмерное пространство, каждой клетки, каждого участка внутри заполняемого ею объёма. Кровеносная система опутывает квазифрактальной капиллярной сетью внутренний объём каждого органа организма животного так, что в непосредственной близости от каждой клетки находится капилляр, через который происходит обмен клетки с окружающей средой. Кровеносная система организма и каждого отдельного органа квазифрактальна. (рис. 9.26 a-d).

Фрактальность кровеносной системы организма можно оценить, исследуя не только морфологию ветвления сосудов, но и особенности динамики кровотока. Перфузия – это объём крови, доставляемый к единице массы ткани за единицу времени. Средняя перфузия органа может быть вычислена делением потока проходящего через артерию на массу органа. Однако локальная перфузия внутри органа значительно различается и показывает положительную корреляцию в пространстве. Это означает, что пространство окружающее область с высокой перфузией с большой вероятностью также будет обладать большой перфузией. Кроме того, корреляция оказалась масштабонезависимой, что подразумевает самоподобие гетерогенности паттерна перфузии или его фрактальность. Различия в локальной перфузии проистекают из различий в сопротивлении сосудистых путей. Сравнение компьютерной симуляции с экспериментальными данными показало важность такого параметра, как асимметрия ветвления, которая в модели определяется относительным объёмом ткани снабжаемой каждой ветвью и

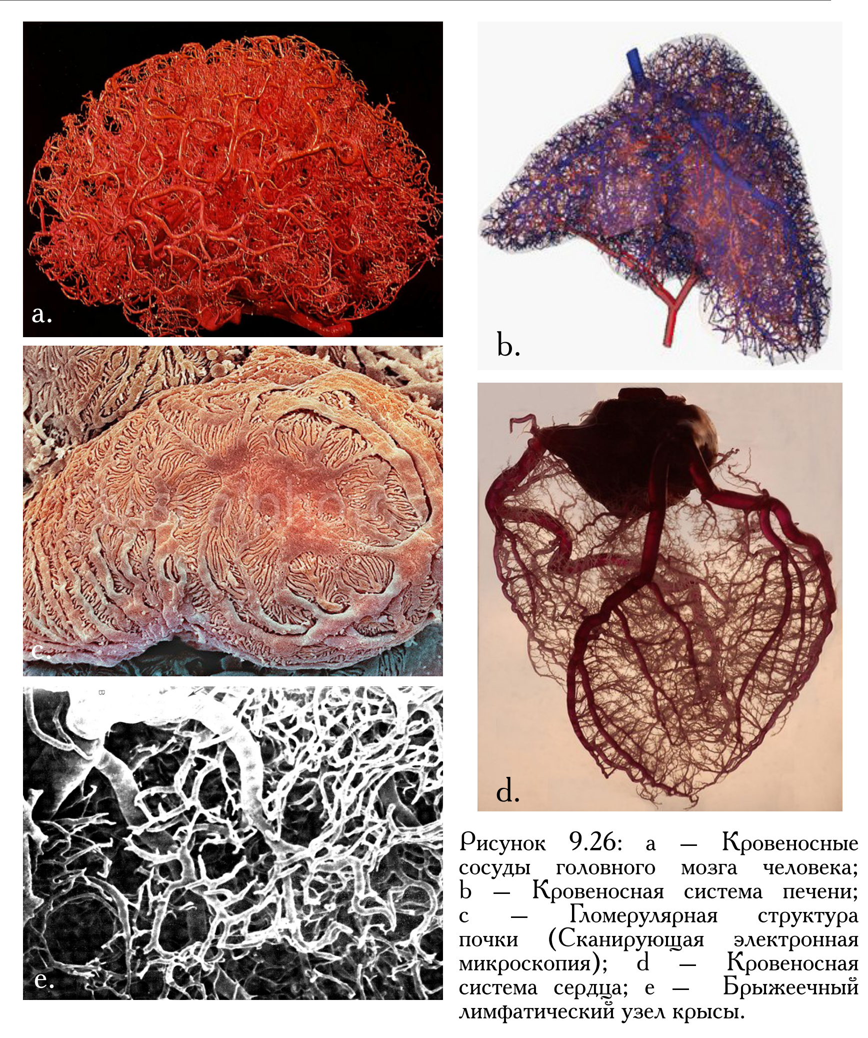


Рисунок 9.26: a — Кровеносные сосуды головного мозга человека; b — Кровеносная система печени; c — Гломерулярная структура почки (Сканирующая электронная микроскопия); d — Кровеносная система сердца; e — Брыжеечный лимфатический узел крысы.

рассчитывается просчётом ветвей в системе Страхлера.[1]

Если рассматривать кровеносную систему как внешнее, относительно самого органа, пространство, например, если удалить из органа кровеносную систему, то и сам орган, разделённый на сегменты пространством, занимаемым ранее кровеносной системой, будет также представлять собой квазифрактал. Также квазифрактальна иерархическая структура протоков выводящих во внеклеточное

[1] Marxen M., Henkelman R.M. Branching tree model with fractal vascular resistance explains fractal perfusion heterogeneity. // Am J Physiol Heart Circ Physiol. 2003. Vol. 284(5): 1848-57.

пространство вещества синтезируемые органом или подводящих к клеточным элементам органа само внеклеточное пространство с циркулируемой в ней жидкой средой организма (почки, печень). Обобщая, можно сказать, что структура всякого достаточно большого многоклеточного органа всегда квазифрактальна, так как только через квазифрактальную организацию можно добиться эффективного обмена каждой клетки органа с окружающей средой. В злокачественных опухолях квазифрактальность пропадает и, хотя опухоль индуцирует образование вокруг себя густой кровеносной сети, когда она вырастает настолько, что клетки её внутренних слоёв, изолированные вышележащими пластами клеток, теряют способность обмениваться газами и веществом с окружающей средой, внутри опухоли наступает некроз.

Кроме кровеносной системы, квазифрактальна любая система, осуществляющая обмен вещества или информации внутри трёхмерного объёма, например, лимфатическая (рис. 9.26, е), нервная, пищеварительная системы.

Квазифрактальное строение имеют органы, осуществляющие непосредственный обмен с окружающей средой: лёгкие, пищеварительная система. На рисунке 9.27 схематично изображена иерархия складчатостей тонкой кишки. Всасывание веществ осуществляется через мембрану всасывающих клеток слизистой

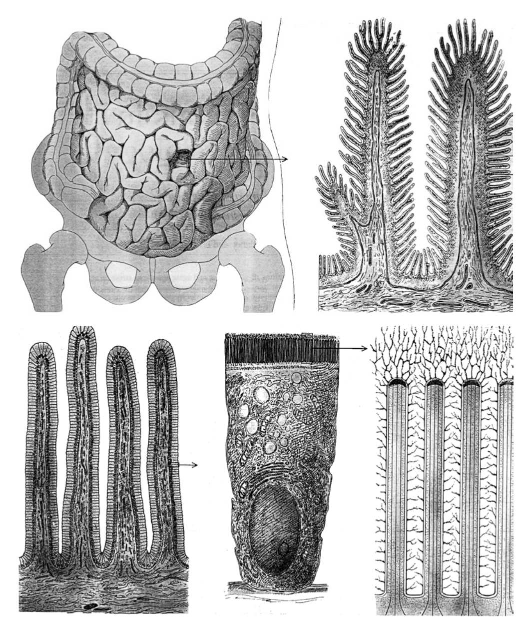


Рисунок 9.27. Квазифрактальность пищеварительной системы.

оболочки кишки. Чем большую площадь мембраны удастся вместить в объём, отведённый пищеварительной системе, тем интенсивнее будет происходить всасывание, тем выше окажется КПД пищеварительной системы. Первый уровень складчатости – складчатость самой тонкой кишки, лежащей в полости тела, длина тонкой кишки довольно значительна, особенно у травоядных, у которых она может достигать 12 метров. Второй уровень складчатости – складки внутренней поверхности кишки, третий – крипты самой слизистой, небольшие выпячивания, покрытые однослойным всасывающим эпителием, четвёртый – микроворсинки апикальной поверхности всасывающих клеток, и пятый – развитый ветвистый гликокаликс, в который встроены ферменты пристеночного пищеварения и который структурирует околомембранное пространство. Все эти ступени складчатости колоссально повышают площадь соприкосновения всасывающего эпителия с внутренней полостью кишки.

Второй пример: лёгкие. Лёгочное древо рассматривал как пример квазифрактальной структуры ещё Мандельброт, который предложил планарную компьютерную модель бронхиального дерева (рис. 9.28). Лёгкие обеспечивают газообмен между внутренней средой организма и внешней средой. Газы диффундируют через плоскость эпителия бронхиол. Чем сильнее ветвится лёгочное древо, тем большую площадь мембраны бронхиол, через которую происходит газообмен, можно будет вместить в ограниченный объем, занимаемый лёгкими. Теоретически, бесконечное ветвление увеличивает эту площадь до бесконечности. Реально же, число ветвлений ограничено, прежде всего, сопротивлением воздуха, проходящего через густую сеть микроскопических канальцев. При определённой густоте ветвления мышечное усилие, необходимое для прогона по бронхам воздуха, становится не оправданно большим. На рисунке 9.29 показана фотография трахейной системы лёгких собаки, получаемая заполнением лёгких отвердевающим веществом. Когда наполнитель проникнет в лёгкие и отвердеет, органические ткани удаляются, оставляя слепок лёгочного древа, на котором хорошо видна самоподобная ветвящаяся структура лёгких.

Фрактальная размерность бронхиального древа кролика и человека имеют сходную размерность в районе 1,58 и 1,57, соответственно. Средняя размерность бронхиального древа крысы 1,587, но у несовершеннолетних особей она выше, чем у взрослых. В целом, обнаружена значительная негативная корреляция между возрастом и фрактальной размерностью бронхиального древа.[1]

Фрактальный алгоритм позволяет построить сложный орган, состоящий из множества самоподобных элементов, используя минимальное количество генетической информации, и природа

[1] Canals M., Olivares R., Labra F., Novoa F.F. Ontogenetic changes in the fractal geometry of the bronchial tree in Rattus norvegicus. // Biol Res. 2000. Vol. 33(1): 31-5.

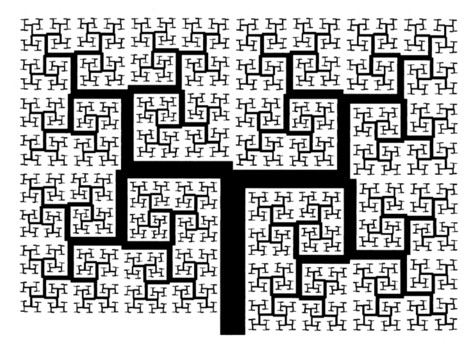


Рисунок 9.28. Модель бронхиального дерева млекопитающих

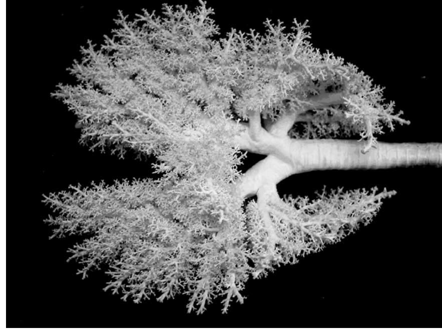


Рисунок 9.29. Трахейная система легких собаки.

широко использует это преимущество фрактального строения. Для ветвящихся фрактальных морфогенезов достаточно задействовать два комплекса генов: гены, управляющие ростом трубки, и время от времени включающиеся гены, которые руководят процессом ветвления. Алгоритм роста таких фрактальных систем, по-видимому, довольно консервативен. Оказалось, что один и тот же сигнальный путь взаимодействия фактора роста фибробластов с рецептором этого фактора повторно используется при детерминации каждого последовательного шага ветвления и трахеол дрозофилы, и легких млекопитающих. Причём, хотя картина раннего ветвления трахеол дрозофилы и бронхиального дерева млекопитающих стереотипна, у терминальных ветвей нет жестко определяемого паттерна – он зависит от снабжения кислородом. На этом примере мы снова видим лабильность квазифрактальных структур, их способность к самоорганизации, адаптации. Однако, эта же лабильность в формировании ветвящихся структур может приводить к отклонениям в их развитии. Иногда даже не ветвящиеся в норме органы и системы организма начинают ветвиться, если они содержат в генетической программе своего развития алгоритмы, способные привести к появлению ветвящихся паттернов, как в случае ветвления щупалец мутантного осьминога (рис. 9.30). Здесь восемь щупалец осьминога отходящие от его тела не расцениваются нами как октофуркация первого порядка, но начинают восприниматься таковой, когда мутация раскрывает потенциал дальнейших ветвлений. Морфологическая лабильность становится более понятной, если учесть высокую способность к регенерации щупалец осьминогов. Механизм развития легко регенерирующих органов, как правило, более лабилен, чем не способных к регенерации.

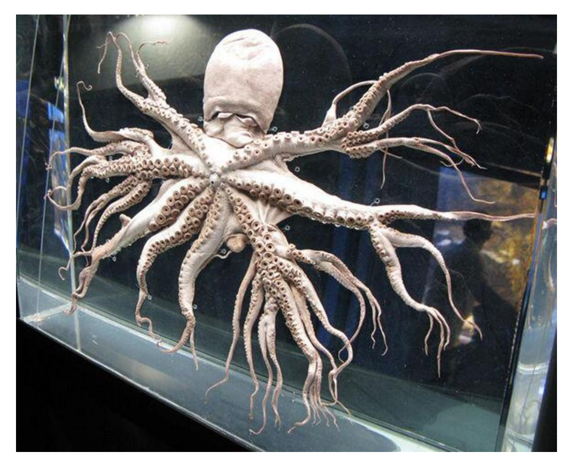


Рисунок 9.30. Мутантный осьминог с ветвящимися щупальцами.

Организменный уровень организации.

Если для подвижных организмов характерна фрактализация внутренних органов и систем, то для неподвижных или малоподвижных – внешних (рис. 9.31, а-с; приложение, рис. 16). Необходимо заметить, что с топологической точки зрения такие фрактализованные внутренние системы подвижных животных, как дыхательная или пищеварительная, также являются наружными и выполняют те же биологические функции интенсификации обмена со средой. Пример фрактализации внешнего строения тела – растения. Обмен газами, а также приём энергии солнечного света у растений происходит через двумерную плоскость поверхности зелёных листьев, и увеличение площади этой поверхности в пределах ограниченного объёма пространства, которое занимает каждое растение, достигается фрактализацией его формы. Древовидные структуры моделируются и моделями хаотической самоорганизации, воспроизводящей фрактальные кластеры, подобными модели DLA, и линейными, и нелинейными фрактальными алгоритмами. На рисунке 9.32 приведены примеры моделирования растений с помощью аттрактора IFS, упоминавшегося в описании фрактальности ДНК. Аттракторы строятся с использованием следующих уравнений: $x_{n+1} = a\ x_n + b\ y_n + e$; $y_{n+1} = c\ x_n + d\ y_n + f$. Посмотрите, насколько просты правила, необходимые для описания этих сложных биологических объектов, насколько минимальна информация, укладывающаяся в 2 коротких уравнения и небольшую таблицу начальных параметров. Однако для более правдоподобного моделирования необходимо вводить в алгоритм некоторую долю

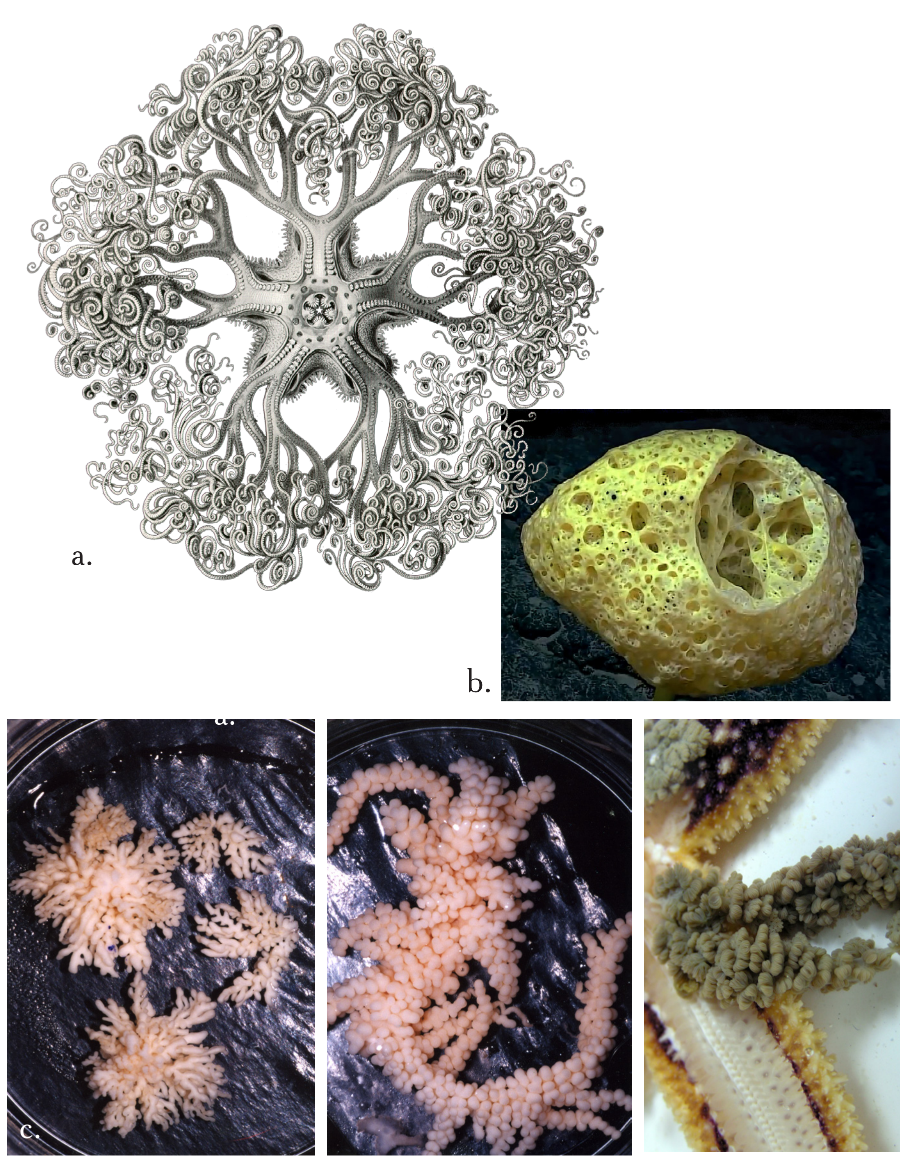
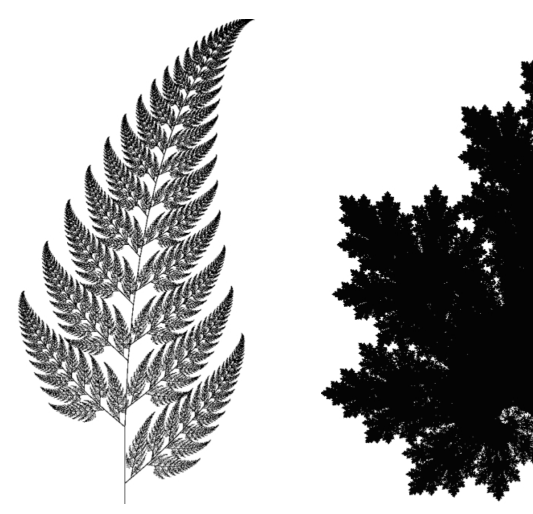


Рисунок 9.31: a — Фрактализация внешней формы тела иглокожих [1]; b - Фрактализация тела губки с побережья Американского Самоа; c— Фрактализация пищеварительных желез и гонад морских звезд.

[1] Ernst Haeckel. Art Forms in Nature: The Prints of Ernst Haeckel. Publisher: Prestel. 2008. 140 p. ISBN-10: 3791319906. ISBN-13: 978-3791319902.



	set 1	set 2	set 3	set 4
a	0.0	0.2	-0.15	0.85
b	0.0	-0.26	0.28	0.04
c	0.0	0.23	0.26	-0.04
d	0.16	0.22	0.24	0.85
e	0.0	0.0	0.0	0.0
f	0.0	1.6	0.44	1.6
probability	0.01	0.07	0.07	0.85

	set 1	set 2	set 3	set 4
a	0.14	0.43	0.45	0.49
b	0.01	0.52	-0.49	0.00
c	0.00	-0.45	0.47	0.00
d	0.51	0.50	0.47	0.51
e	-0.08	1.49	-1.62	0.02
f	-1.31	-0.75	-0.74	1.62

Рисунок 9.32. Примеры IFS аттракторов, имитирующих растительные структуры; под рисунками приведены таблицы параметров данных моделей.

рандомизации, хаоса. Различные растения отходят в разной степени от среднестатистических форм, характерных для их вида. Если папоротник более – менее монотипичен, то жилкование листьев покрытосеменных деревьев или ветвление осоковых довольно вариабельно и зависит как от генетических, так и от эпигенетических факторов.[1]

Фрактализация корневой системы растений увеличивает площадь всасывания корнями воды с растворёнными в ней веществами, фрактализация ризоидов водорослей повышает прочность сцепления водоросли с субстратом. На корневую систему влияет структура почты, диаметр и распределение частиц почвы, её влажность и температура. Процесс роста корней иррегулярен и очень сходен с движением броуновской частицы, используя теорию броуновского движения, достаточно точно удаётся смоделировать распространение корневой системы.

Размерность корневой системы тесно связана с размерностью

[1] Algorithm Reveals Secrets of Leaf Shape. arxiv.org/abs/1004.4388.

субстрата. Размерность почвы, в свою очередь, имеет сильную корреляцию с её физической структурой, содержанием органического и неорганического вещества (R^2 = 0.494~0.955, P<0.01), значительные корреляции найдены между Dm и такими свойствами почвы, как солёность, содержание глины, общее содержание N, доступное содержание N, P, K, $CaCO_3$. Размерность почвы варьирует от 2.14 до 2.3, в других исследованиях от 2.32 до 2.85, (различие связано с методологией обработки изображений и расчёта).[1-2] Фрактальная размерность корневой системы лежит, при этом, в районе D = 1.15~1.21.

Интересен пример хаотической фрактальности тела паразитического мешкогрудого ракообразного (рис. 9.33). Фрактальная хаотизация его внешнего строения обусловлена, с одной стороны, отсутствием необходимости поддерживать какую-либо стабильную форму, взрослая стадия этого существа изолирована от меняющегося внешнего мира, он живёт в тканях своего хозяина, и мутации, меняющие его форму, не устраняются естественным отбором. Продолжительное накопление этих мутаций приводит к деградации контроля формирования внешних элементов тела, ракообразное растёт и ветвится, как хаотический фрактальный кластер, паттерн его тела формируется слабо контролируемым ростом тканевых структур. С другой стороны, фрактализация, ветвление тела паразитического ракообразного увеличивает площадь контакта его внешних покровов, которыми он всасывает питательные вещества и осуществляет газообмен, с тканями хозяина, то есть фрактализация внешних покровов этого существа, ведущего сидящий образ жизни, ускоряет его обменные процессы.

Фрактал, который можно привести в качестве примера имитации хаотично-разветвлённой формы паразитического ракообразного, описан Мандельбротом (рис. 9.34). На рисунке представлен один и тот же фрактал, построенный при различных значениях аргумента. На примере этого фрактала Мандельброт показал процесс расплывания чернильного пятна по поверхности воды, то есть, в

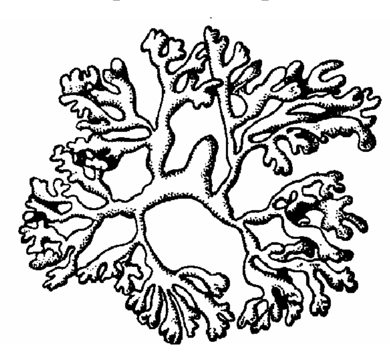


Рисунок 9.33. Мешкогрудый рак *Dendrogaster dichotomus*, самка.

[1] Guang-Lei Gao, Guo-Dong Ding , Bin Wu, Yu-Qing Zhang, Shu-Gao Qin, Yuan-Yuan Zhao, Yan-Feng Bao, Yun-Dong Liu, Li Wan, Ji-Feng Deng. Fractal scaling of particle size distribution and relationships with topsoil properties affected by biological soil crusts. PLoS ONE. 2014. Vol. 9(2): e88559. Doi: 10.1371/journal.pone.0088559 plosone.

[2] Zhang J., Chang Q.R., Qi Y.B. Fractal characteristics of soil under ecologicalrestoration in the agro-pastoral transition zone of Northern China. // New Zealand Journal of Agricultural Research. 2009. Vol. 52(4): 471-476. Doi: 10.1080/00288230909510528.

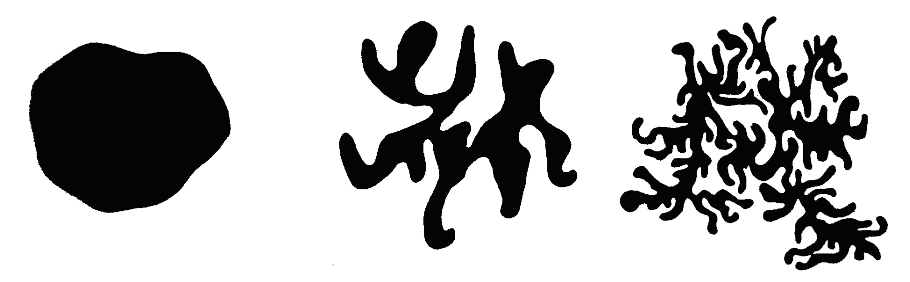


Рисунок 9.34. Фрактал иммитирующий турбулентность из книги Мандельброта «Фрактальная геометрия природы».

сущности, фрактальность процесса турбулентности.
О детерминированном хаосе турбулентности мы говорили ранее. Появление подобного паттерна у ракообразного, путём накопления хаотических не устраняемых отбором мутаций, то есть хаотизация генома, отвечающего за внешнюю форму тела, можно назвать генетической турбулентностью, обладающей теми же свойствами детерминированного хаоса.

Другой пример квазифрактальной морфологии – фрактализация скелетных образований. При описании спикулогенеза уже приводились примеры радиолярий, фрактальная разветвлённость скелета которых распределяет массу по достаточно большому объёму, чтоб они могли парить в слоях воды (рис. 9.35); фрактальность губчатой кости и спикульного минерального скелета иглокожих или губок повышает их прочность без увеличения веса. Размерность губчатой кости (рис. 9.36) зависит от связности структуры и ранжирует в широких приделах, от 1,93 для здоровой кости до 0,87 в остеопорозных образцах и до 1,19 в остеоартрозных.[1]

Посмотрите на сочленения костей черепа человека (рис. 9.37). Фрактализация поверхностей контакта костей друг с другом значительно увеличивает прочность сочленений. Максимального развития этот механизм увеличения прочности структуры фрактализацией поверхности контакта её частей достиг в сутуре некоторых видов вымерших моллюсков аммонитов. Аммониты были хищными плавающими моллюсками. Они должны были плавать достаточно быстро, чтоб поймать свою жертву, при этом раковина должна была быть лёгкой, иначе быстрое передвижение станет невозможным, но прочной, иначе случайные удары, неизбежные при стремительном передвижении, разобьют раковину. Решение нашлось в виде крайне фрактализованных перегородок между камерами раковины (называемых лопастной линией или сутурой), увеличивающих прочность камер без значительного

[1] Naoko Kishimoto, Nator M.C. Basic consideration of structures with fractal propertiesand their mechanical characteristics. // Forma. 2000. Vol. 15: 113–119.

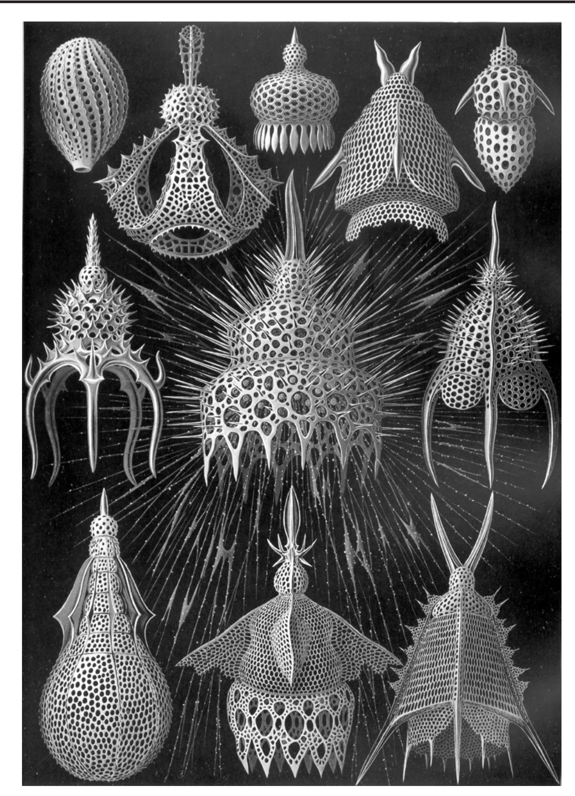


Рисунок 9.35. Радиолярии Cyrtoidea.[1]

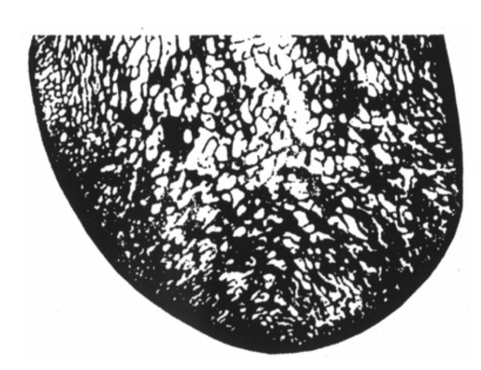


Рисунок 9.36. Срез губчатой кости.

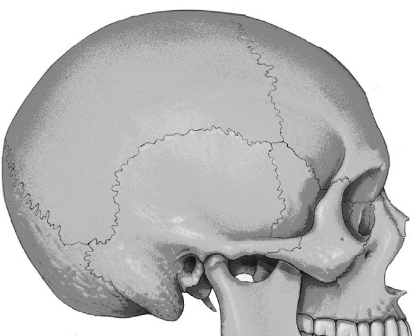


Рисунок 9.37. Фрактализованные сочленения костей черепа.

[1] Ernst Haeckel. Art Forms in Nature: The Prints of Ernst Haeckel. Publisher: Prestel. 2008. 140 p. ISBN-10: 3791319906. ISBN-13: 978-3791319902.

увеличения их веса (рис. 9.38). Эффект повышения прочности при помощи складчатости структуры демонстрируется в детской загадке: как поставить стакан с водой на лист бумаги? Ответ: сложить лист бумаги гармошкой. Характеристика фрактальных конструкций отражает самоподобный характер распределения внутреннего напряжения. Фрактальные структуры способны абсорбировать неравномерности нагрузки, возникающие в результате изменений локальной упругости конструкций.[1]

Интенсивной фрактализации могут достигать не все органы и системы организма, в разных группах наиболее сильно фрактализуется та или иная система органов. У турбеллярий, например, в процессе эволюции наиболее усложняются за счет ветвления кишечник и протонефридии, а у моллюсков – кровеносная система и пищеварительные железы. У многоножек и особенно насекомых трахейная система фактически вытесняет сложную систему ветвящихся кровеносных сосудов, свойственную большинству водных членистоногих. Как правило, фрактальность структур повышается в процессе эволюции с интенсификацией деятельности органа. Также усложнение общего строения требует значительного увеличения управляющей развитием информации, что приводит к необходимости использовать процессы самоорганизации, реализуемые часто при помощи фрактального морфогенеза. Примером фрактального самоподобия строения целого организма подвижного животного может служить раковина моллюска

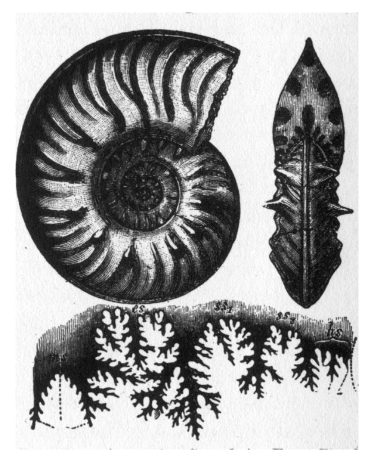


Рисунок 9.38. Аммониты (вверху) и их сутура (внизу).



Рисунок 9.39. Самоподобная раковина моллюска *Nautilus*, имеющая форму логарифмической спирали.

[1] Pothuaud L., Benhamou C.L., Porion P., Lespessailles E., Harba R., Levitz P. Fractal dimension of trabecular bone projection texture is related to three-dimensional microarchitecture. // J Bone Miner Res. 2000. Vol. 15(4): 691-9.

Nautilus, имеющая форму логарифмической спирали (рис. 9.39). Еще Д'Арси Томпсон (D'Arcy Wentworth Thompson) заметил, что раковина головоногого моллюска *Nautilus pompilius*, морского ушка *Haliotis*, закрученные рога копытных – повторение одной и той же структуры с симметрией подобия, в основе которой лежит логарифмическая спираль.[1] Параметры филлотаксиса многих растений описываются золотой спиралью и лежащими в её основе числами Фибоначчи (рис. 9.40). Примеры логарифмической спирали нередко встречаются и в неживой природе (рис. 9.41, a-b).

Логарифмическая спираль или изогональная спираль – особый вид спирали, часто встречающийся в природе. Логарифмическая спираль была впервые описана Декартом и позже интенсивно исследована Бернулли, который называл её *Spira mirabilis* – «удивительная спираль». Декарт искал кривую, обладающую свойством, подобным свойству окружности, так чтобы касательная в каждой точке образовывала с радиус-вектором в каждой точке один и тот же угол. Он показал, что это условие равносильно тому, что полярные углы для точек кривой пропорциональны логарифмам радиус-векторов.

В полярных координатах кривая может быть записана как $r = ae^{b\theta}$, либо $\theta = 1/b\ (\ln(r/a))$, где θ – угол отклонения точки от нуля, r – радиус-вектор точки, a – коэффициент, отвечающий за расстояние между витками, b – коэффициент, отвечающий за густоту витков. В параметрической форме логарифмическую кривую можно записать, как $x(t) = r \cos \mathbf{t} = ae^{bt} \cos t$; $y(t) = r \sin t = ae^{bt} \sin t$, где a, b – действительные числа, t – аналог θ выраженный в полярный координатах.

Размер витков логарифмической спирали постепенно увеличивается, но их форма остаётся неизменной. Прирост радиуса на единицу длины окружности постоянен. Возможно, в результате этого свойства логарифмическая спираль появляется в определённых растущих формах, подобных раковинам моллюсков, шляпкам подсолнечников, спиралям циклонов и галактик.

Якоб Бернулли хотел, чтобы на его могиле была выгравирована логарифмическая спираль, но вместо этого по ошибке на его надгробие поместили архимедову спираль. Тем не менее, надпись на латыни, выгравированная согласно завещанию вокруг спирали, «Eadem Mutata Resurgo» («Изменённая, я вновь воскресаю»), свидетельствует о том, что имеется ввиду именно логарифмическая спираль, которая обладает замечательным свойством восстанавливать свою форму после различных преобразований.

Золотая спираль – в геометрии логарифмическая спираль, скорость роста которой равна φ, золотой пропорции. Уравнение спирали в полярной системе координат для золотой спирали то же самое, что и для других логарифмических спиралей, но со специальным значением коэффициента роста b: $r = ae^{b\theta}$, либо $\theta = 1/b\ (\ln(r/a))$, где e – основание натуральных логарифмов, a – произвольная положительная вещественная константа и b такое, что когда θ равен прямому углу, $e^{b\theta\ right} = \varphi$.

Таким образом, b определяется формулой: $b = \ln \varphi \,/\, \theta\ right$. φ здесь число, обратное значению Золотого сечения (золотой пропорции, делению в крайнем и среднем отношении, гармоническому делению) – соотношению двух величин a и b, $b > a$, когда справедливо $b/a = (a+b)/b$, обозначаемому обычно греческой буквой $\boldsymbol{\Phi}$ в честь древнегреческого скульптора и архитектора Фидия. $\boldsymbol{\Phi} = 1+\sqrt{5} \,/\, 2$. Обратное число, обозначаемое строчной буквой φ, есть: $\varphi = 1 \,/\, \boldsymbol{\Phi} = -1 + \sqrt{5} \,/\, 2$, отсюда следует, что $\varphi = \boldsymbol{\Phi} - 1$.

[1] D'Arcy Wentworth Thompson. On growth and form. Published by University Press. Macmillan in Cambridge, New York. Library of Congress QP84.T4. 1945. 1116 p. Open Library OL13506098M.

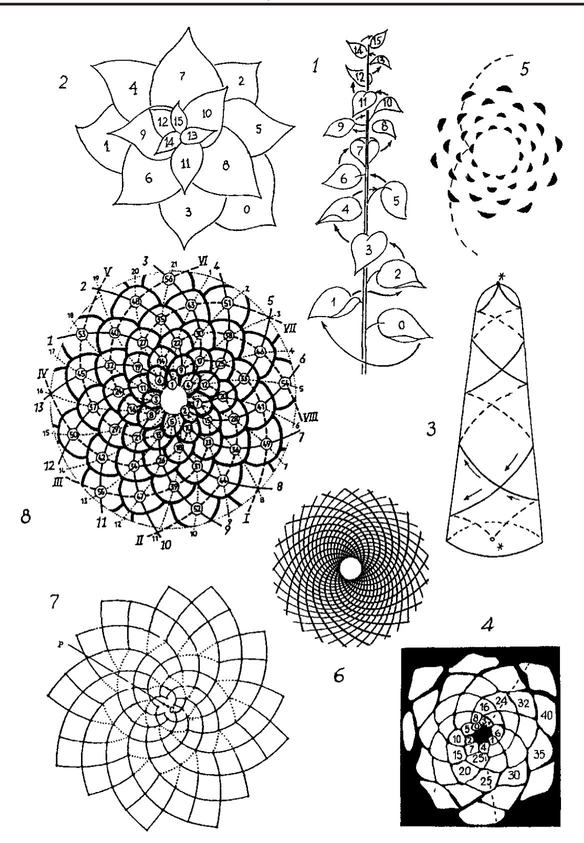


Рисунок 9.40. Золотая спираль в филлотаксисе растений: 1 — размещение листьев 0-15 на восходящей генетической спирали (левой), лист 0 у основания стебля старше всех прочих, лист 15 — самый молодой; 2 — вид сверху стебля (1) с листьями 0-15 на генетической спирали, угол y/a 137° заключен между близкими по возрасту листьями 0 и 1, 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 и т. д.; 3 — две генетические спирали на поверхности конуса различаются знаком завивания и вектором, соединяют верхушечную почку и основание побега; 4 — поперечный срез верхушечной почки сосны Pinus pinea, зачатки игл пронумерованы согласно порядку из закладки, выделен угол y/* 137° для практически одновозрастных зачатков 24 и 25; 5 — схема расположения фитомеров четырех мутовок, на которой показано положение двух условных парастихов; 6 — парастихи (два листа одного сегмента совмещаются посредством преобразований поворота и сдвига, они выполняются по дугам спиралей, соединяющих листья ортостиха, эти дуги называются парастихами) соцветия хризантемы; 7 — ветвящиеся парастихи корзинки подсолнечника; 8 — ортостихи 1-21 и парастихи 1-13 и I-VIII на схеме строения сосновой шишки, вид снизу (т. е. со стороны черешка).[1-2]

[1] Jean R.V. Mathematical Approach to Pattern and Form in Plant Growth. New York – Chichester – Brisbane – Toronto – Singapore: J. Wiley & Sons. 1984. 232 p.

[2] Заренков Н.А. Биосимметрика. М.: Книжный дом «Либроком». 2009. 320 с.



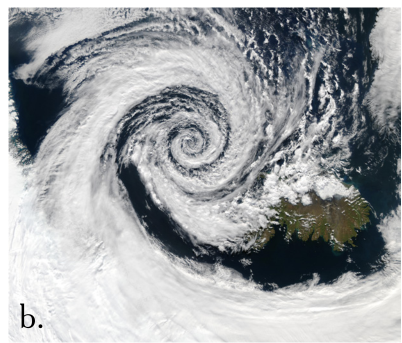
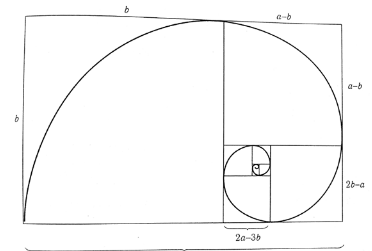


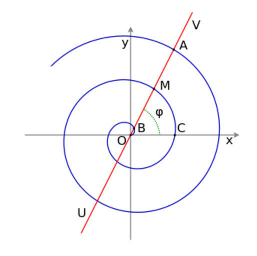
Рисунок 9.41. Примеры логарифмической спирали в неживой природе: а — Спиральная галактика Водоворот (Messier 51, NGC 5194); b — Циклон в области низкого давления над Исландией.

Спираль Фибоначчи аппроксимирует золотую спираль с использованием четвертинок окружности в квадратах с размерами квадратов, равных числам Фибоначчи. На рисунке показаны квадраты с размерами 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 и 34. $|b| = \ln \varphi / 90 = 0.0053468$, для θ в градусах; $|b| = \ln \varphi / (\varpi / 2) = 0.3063489$, для θ в радианах. Альтернативная формула для логарифмической и золотой спиралей: $r = ac^{\theta}$, где константа c задаётся формулой: $c = e^{b}$, и для золотой спирали значение c равно: $c = \varphi^{1/90} = 1.0053611$, если θ измеряется в градусах, и: $c = \varphi^{2/\varpi} = 1.358456$, если θ измеряется в радианах.

Архимедова спираль – спираль, плоская кривая, траектория точки M, которая равномерно движется вдоль луча OV с началом в O, в то время как сам луч OV равномерно вращается вокруг O. Другими словами, расстояние $\rho = OM$ пропорционально углу поворота φ луча OV. Повороту луча OV на один и тот же угол соответствует одно и то же приращение ρ.



Самоподобная последовательность прямоугольников с размерами, равными числам Фибоначчи, описывающих логарифмическую спираль, отношение сторон которых равно золотому сечению.



Уравнение Архимедовой спирали в полярной системе координат записывается так: $\rho = k\varphi$, где k – смещение точки M по лучу r, при повороте на угол равный одному радиану. Повороту прямой на 2ϖ соответствует смещение $a = |BM| = |MA| = 2k\varpi$. Число a – называется шагом спирали. Уравнение Архимедовой спирали можно переписать как: $\rho = (a / 2\varpi)\, \varphi$.

Золотое сечение встречается практически во всех сферах описания материальной реальности. Например, Золотое сечение присутствует в распределении Лапласа-Гаусса – основном распределении случайных величин (рис. 9.42) как отношение величины срединной ординаты к величине ординат, восстановленных от точек перегиба кривой распределения до значений точек – **σ** и + **σ** на оси абцисс. Таким образом, мир вероятностно-стохастических величин связан со всеобщими свойствами нашего мира, лежащими в основе Закона спиарльно-логарифмического кумулятивного роста (золотой спирали).

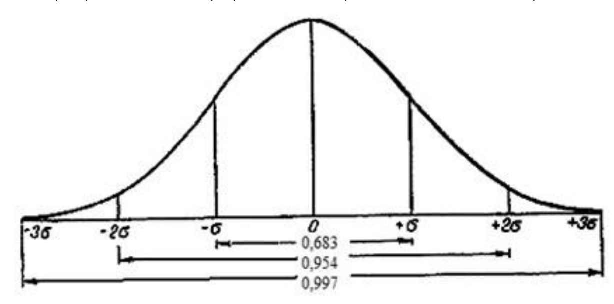


Рисунок 9.42. Кривая нормального распределения Лапласа-Гаусса.

Пропорции различных частей нашего тела составляют число, очень близкое к золотому сечению (рис. 9.43). Если эти пропорции совпадают с формулой золотого сечения, то внешность или тело человека считается идеально сложенными. Если принять центром человеческого тела точку пупа, а расстояние между ступней человека и точкой пупа за единицу измерения, то рост человека эквивалентен числу 1.618.

Это же число мы встречаем и в других пропорциях человеческого тела:

- расстояние от кончиков пальцев до запястья и от запястья до локтя равно 1:1.618
- расстояние от уровня плеча до макушки головы и размера головы равно 1:1.618
- расстояние от точки пупа до макушки головы и от уровня плеча до макушки головы равно 1:1.618
- расстояние точки пупа до коленей и от коленей до ступней равно 1:1.618
- расстояние от кончика подбородка до кончика верхней губы и от кончика верхней губы до ноздрей равно 1:1.618
- расстояние от кончика подбородка до верхней линии бровей и от верхней линии бровей до макушки равно 1:1.618
- расстояние от кончика подбородка до верхней линии бровей и от верхней линии бровей до макушки равно 1:1.618

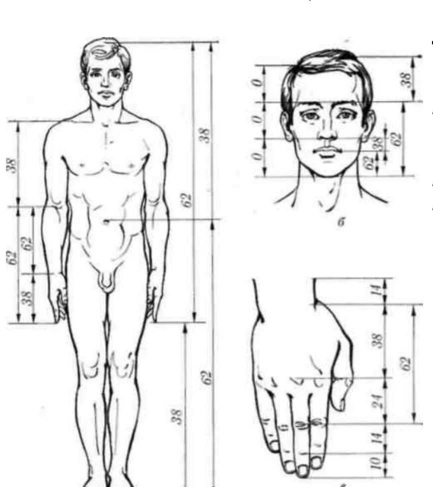


Рисунок 9.43. Золотое сечение в пропорциях человеческого тела.

В строении черт лица человека также есть множество примеров, приближающихся по значению к формуле золотого сечения. Однако точные соответствия золотому сечению, по мнению ученых и людей искусства, художников и скульпторов, существуют только у людей с совершенной красотой. Собственно точное наличие золотой пропорции в лице человека и есть идеал красоты для человеческого взора. К примеру, если мы суммируем ширину двух передних верхних зубов и разделим эту сумму на высоту зубов, то, получив при этом число золотого сечения, можно утверждать, что строение этих зубов идеально. К другим реализациям правила золотого сечения на человеческом лице можно отнести соотношения:

- Высота лица / ширина лица,
- Центральная точка соединения губ до основания носа / длина носа.
- Высота лица / расстояние от кончика подбородка до центральной точки соединения губ
- Ширина рта / ширина носа,
- Ширина носа / расстояние между ноздрями,
- Расстояние между зрачками / расстояние между бровями.

Каждый палец нашей руки состоит из трех фаланг. Сумма двух первых фаланг пальца в соотношении со всей длиной пальца дает число золотого сечения (за исключением большого пальца). Кроме того, соотношение между средним пальцем и мизинцем также равно числу золотого сечения.

Выражение человеческих эмоций также можно описать правилом Золотого сечения. Средняя продолжительность объятия и его сила у человека, испытывающего различные эмоции к тому, кого он обнимает, распределяются так, что расположенные на одном графике параметры объятий дают распределение, подчиняющееся правилу Золотого сечения (рис. 9.44).

Применения логарифмической спирали в технике основаны на свойстве этой кривой пересекать все свои радиусы-векторы под одним и тем же углом. Так, например, вращающиеся ножи в различных режущих машинах имеют профиль, очерченный по дуге спирали, благодаря чему угол резания, т. е. угол θ между лезвием ножа и направлением скорости его вращения, остается равным и, следовательно, неизменным в силу постоянства угла μ. В зависимости от обрабатываемого материала требуется тот или иной угол резания, что обеспечивается выбором параметра соответствующей спирали. На рисунке 9.45 представлен нож соломорезки,

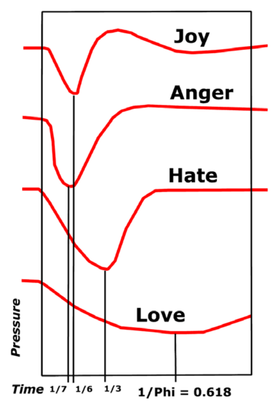


Рисунок 9.44. Отношения силы объятия (давление, вертикальная шкала) к продолжительности объятия (время, горизонтальная шкала) для эмоций любви, ненависти, злости и удовольствия образуют последовательность значений Золотой пропорции.

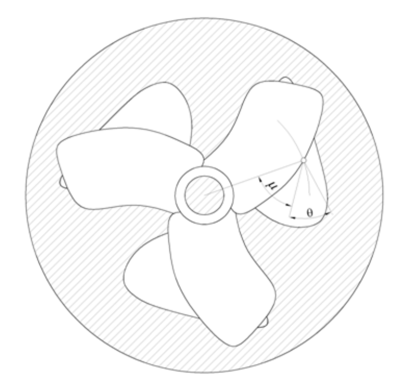


Рисунок 9.45. Логарифмическая спираль в дизайне ножа соломорезки.

содержащий в своей геометрии логарифмическую спираль.

В гидротехнике по логарифмической спирали завертывают трубу, подводящую ток воды к лопастям турбинного колеса. Постоянство угла μ обеспечивает здесь то, что минимизируются потери энергии на изменение угла потока, и следовательно, напор воды используется с максимальной производительностью. В теории механизмов логарифмическая спираль применятся при проектировании зубчатых колес с переменным передаточным числом.[1]

Один из основных вопросов биологии развития – проблема пропорционального роста: почти все внутренние органы растут с одинаковой скоростью, как тело организует их рост? На одном уровне рассмотрения ответ очевиден: рост управляется химическими регуляторами-гормонами, морфогенами и так далее. Система биохимических регуляций находится под контролем различных генов. Но, с другой стороны, скорости реакций, связанные с этими биохимическими веществами могут значительно варьировать от клетки к клетке, в виду очень небольшого числа участвующих в реакциях молекул. Если бы эти вариации были независимыми, они бы вызвали гораздо больший разброс в росте во всём теле, чем это наблюдается в реальности. Таким образом, здесь должен работать несколько иной принцип организации системы роста. Тридиб Садху (Tridib Sadhu) из института Вейцмана в Израиле и Дипак Дхар (Deepak Dhar) из Института фундаментальных исследований в Мумбаи, Индия, выдвинули интересную идею, описывающую пропорциональный рост, как самоорганизацию возникающую на основе модели *абелевой песочной кучи* (Abelian sandpile model).[2] Модель состоит из квадратной сетки сайтов «песочной кучи», которые могут вместить до трех зерен. Добавление четвертого зерна вызывает лавину, в которой четыре зерна распределяются на четыре соседних участка. Модель работает в дискретном времени, когда в течение одного шага к модели добавляется одно зерно и остальные зёрна распределяются согласно заданному алгоритму. После нескольких тысяч временных шагов модель начинает демонстрировать сложные самоподобные симметричные узоры. На изображении 9.46 показан паттерн, возникающий в модели после 50000, 200000 и 4000 000 временных шагов.

Точная форма рисунка и его симметрии зависят от распределения зёрен в начальном рисунке, но все модели обладают замечательным свойством: узоры состоят из крупных структур с резкими границами, которые растут с пропорциональной друг другу скоростью, сохраняя общую форму всего паттерна. Тот же механизм можно спроецировать и на рост органов опосредуемым делением и

[1] Буранов И.Ф. Логарифмическая спираль в технике и в природе. // Молодой ученый. 2014. №4: 151-153.

[2] arxiv.org/abs/1207.3076. http://www.technologyreview.com/view/428529/the-puzzling-problem-of-proportionate-growth/

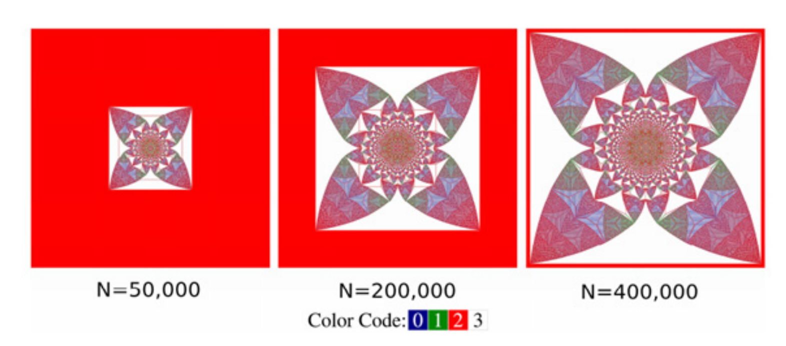


Рисунок 9.46. Паттерн, возникающий в модели абелевой песочной кучи после 50000, 200000 и 4000000 временных шагов.

перераспределением клеток согласно заданному алгоритму. Одним из важных особенностей пропорционального роста в биологии является высокая устойчивость к внешним помехам. Садху и Дхар, добавляя различные типы шумов в модель песочной кучи, отметили высокую помехоустойчивость результирующего паттерна, что также сближает модель с пропорциональным ростом биологических структур. Паттерн значительно менялся лишь при изменении правил, которые регулируют перераспределение зёрен на каждом шаге. Другая интересная особенность модели – генерация ею симметричных узоров, возможно, это свойство сможет также объяснить процесс поддержания симметрии растущего биологического организма. Мы видим, что эта модель генерирует чёткий фрактальный паттерн, таким образом, будучи объяснённым на основе этой модели пропорциональный рост живых организмов будет по своему механизму не чем иным, как фрактальным ростом.

Синтетические, обобщающие области биологических исследований, такие как протеомика, геномика, транскриптомика, метаболомика рассматривают биологические организмы, как динамические, многокомпонентные, сложные системы, элементы которых соединены в единое целое множеством нелинейных связей. Большинство систематизаций в синтетической биологии имеет сетевое отображение, в котором легко заметна модульность и некоторые черты самоподобия. Поскольку, говоря о синтетической биологии, мы говорим об исследовании детерминировано-хаотических, самоорганизующихся систем, каковыми являются живые системы, будет корректно использовать методики фрактального формализма для анализа массивов информации, полученных и систематизированных синтетической биологией.

Множество реальных сетей обладают двумя фундаментальными свойствами: масштабной инвариантностью и качеством малого мира. Если распределение элементов сети подчиняется степенному

закону, сеть масштабно инвариантна, если любые два узла сети могут быть соединены очень небольшим числом звеньев, сеть обладает качеством малого мира. Свойства малого мира могут быть выражены математически через медленное увеличение среднего диаметра сети с увеличением числа узлов сети N, $\langle l\rangle \sim lnN$, где l – кротчайшее расстояние между двумя узлами. Эквивалентно $N \sim e^{\langle l\rangle/l_0}$, где l_0 – характеристическая длина.

Не все сети малого мира обладают фрактальными свойствами. Для вычисления фрактальности сетей может быть использован box-counting метод, сочетаемый с ренормализацией. Для каждого отрезка l_b квадраты выбираются случайно до тех пор, пока не покроют всю сеть. Каждый квадрат содержит узлы сети, разделенные дистанцией $l<l_b$. Затем каждый квадрат заменяется узлом (ренормализуется). Ренормализованные узлы соединяются, если есть хотя бы одна связь между не нормализованными квадратами. Эта процедура повторяется до тех пор, пока вся сеть не коллапсирует в один узел. Каждый из квадратов обладает эффективной массой (числом узлов в нём), которая используется для измерения фрактальной размерности сети. Подсчёт размерности сети путём наложения квадратов осуществляется следующим образом: пусть N_B – число квадратов с размером стороны l_B, которое необходимо для покрытия данной сети. Фрактальная размерность d_B тогда определяется как: $N_B \sim l_B^{-d_B}$. Это означает, что среднее число вершин $\langle M_B(l_B)\rangle$ внутри квадрата размера l_B равно $\langle M_B(l_B)\rangle \sim l_B^{d_B}$.

Измеряя распределение N различных размеров или измеряя распределение $\langle M_B(l_B)\rangle$ для квадратов разных размеров, фрактальная размерность d_B может быть получена, как степенной закон описывающий распределение.

Фрактальные свойства сети могут быть выявлены в её древовидной структуре. Каждая сеть содержит скелет, представляющий собой покрывающее древо, образованное краями, имеющими самую высокую промежуточную центральность. В теории графов и сетевом анализе индикаторы центральности определяют наиболее важные вершины графа. Исторически первый и концептуально простейший параметр центральности – степень центральности (degree centrality), который определяется как число связей сходящихся в узле. Близость центральности (Closeness centrality) – показатель расстояния между всеми парами узлов графа. Эйгенвектор центральности определяет влияние узла на сеть, присваивая всем узлам относительные балы (примером может служить Google's PageRank). Катз центральность (Katz centrality) – генерализация параметра степени центральности, берущая в расчёт не только число прямых соседей, но и все узлы которые могут быть соединены через данный контур. Перколяционная центральность (Percolation centrality) – мера определяющая "важность"

одного узла в сложной сети с топологической точки зрения. И, наконец, промежуточная центральность (Betweenness centrality) – определяет, сколько раз узел служит мостом, соединяющим кротчайшим путём два другие узла.

Для фрактальной сети каждый скелет, рассчитанный на основе промежуточной центральности, имеет размерность сходную с размерностью оригинальной сети. Число квадратов покрывающих скелет сети почти совпадает с числом квадратов необходимых для покрытия сети в целом. Поскольку фрактальная сеть и её скелет следуют отношению $(M_B\ (l_B))\ \sim l_B^{dB}$, мы можем определить, является ли сеть фрактальной и какова её фрактальная размерность. К примеру, *WWW*, метаболом, сеть белковых взаимодействий *H. sapiens* и *S. cerevisiaeare* можно определить как фрактальные сети с размерностями D_B = 4.1, 3.4, 2.0 и 1.8, соответственно. С другой стороны, Интернет, сеть актёров и такие искусственные модели, как Модель Барабаши-Альберта не обладают фрактальными свойствами.[1-2]

Современная топология метаболических сетей отражает долгий эволюционный процесс, направленный в основном на устранения внутренних дефектов и ответов на флуктуации окружающей среды. Как результат, можно ожидать, что эти сети далеки от хаотичных и их крупномасштабная структурная организация очень сходна с сетями, организация которых устойчива к ошибкам сети. При исследовании метаболических сетей организмов 43 видов обнаружено, что, не смотря на межвидовые различия в элементах сети, их крупномасштабная структура идентична, в них во всех субстраты с высоким числом связей обеспечивают соединения между модулями ответственными за различные метаболические функции.

Уникальным свойством метаболических сетей, в противоположность не биологическим безмасштабным сетям, является сохранение диаметра сети у всех живых организмов. Это может служить дополнительным эволюционным преимуществом, поскольку увеличенье диаметра может влиять на способность организма эффективно отвечать на внешние воздействия и исправлять внутренние ошибки.[3]

Динамика метаболических сетей может быть описана в терминах фрактальной организации авторегуляторных петель между анаболическими и катаболическими процессами, называющимися *метаболическими гиперциклами*. Фрактальная архитектура позволяет поддерживать состояния клеточных метаболических

---

[1] Goh K.-I., Salvi G., Kahng B., Kim D.. Skeleton and Fractal Scaling in Complex Networks. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96: 018701.

[2] J. S. Kim, K.-I. Goh, G. Salvi, E. Oh, B. Kahng, D. Kim. Fractality in complex networks: critical and supercritical skeletons. 2006. arXiv:cond-mat/0605324.

[3] Jeong H., Tombor B., Albert R., Oltvai Z.N., Barabási A.-L. The large-scale organization of metabolic networks. // Nature. 2000. Vol. 407: 651-654. Doi:10.1038/35036627.

сетей коррелированными на больших расстояниях, с возможностью глобальной регуляции через воздействие на ключевые узлы сети, чувствительные к состоянию окислительно-восстановительного потенциала. В клетках прокариот основной регулятор, как правило, это двухкомпонентная киназная система, тогда как в эукариотических клетках наиболее вероятную роль регуляторов играют казеин киназы II и гликоген синтаза киназа III. И у прокариот, и у эукариот присутствует сходная консервативная последовательность: PAS домен, имеющий ключевое значение в чувствительности метаболизма клетки к изменению окислительно-восстановительного потенциала. Большое число экспериментальных данных подтверждают гипотезу, что в основании путей развития клеток и многоклеточных организмов лежит консервативная система биологических часов, основанная на метаболических гиперциклах организованных во фрактальные сети.[1]

Эко-популяционный уровень организации.

Хотя увеличение относительной поверхности обычно достигается усложнением формы, физиологически эквивалентный результат может быть получен посредством движения. Идея этого способа совершенствования процесса обмена веществ с внешней средой проста. Если, например, рыба в течение секунды проплывает путь, равный двум длинам тела, то это означает, что в течение секунды животное имеет удвоенную поверхность относительно остающегося неизменным объема. Движение – физиологический эквивалент относительной поверхности. Можно предположить, что к достаточно сложному паттерну движения подвижного животного может быть адекватно применен фрактальный формализм, описывающий, в случае неподвижного животного, сложные морфологические формы его тела.

Действительно, на эко-популяционном и биоценотическом уровнях исследовалась фрактальная структура поведенческих паттернов, фрактальность активности, в том числе движения, ряда животных от одноклеточных до кашалота. Говоря об эко-популяционном уровне организации живого можно также отметить успешное описание фрактальной динамики многовидовых сообществ, анализ фрактальных размерностей коралловых рифов, таксономических систем и биоценотических ландшафтов.[2] Динамика простого двухкомпонентного взаимодействия хищник-жертва также может иметь фрактальную структуру.

---

[1] Giuseppe Damiani. Evolution and Regulation of Metabolic Networks. // Fractals in Biology and Medicine. Mathematics and Biosciences in Interaction. 2005. 257-268 p.

[2] Halley J.M., Hartley S., Kallimanis A.S., Kunin W.E., Lennon J.J., Sgardelis S.P. Uses and abuses of fractal methodology in ecology. // Ecology Letters. 2004. Vol. 7: 254–271 Doi: 10.1111/j.1461-0248.2004.00568.x.

Блуждания рыбного косяка (рис. 9.47), как было показано исследователями Института теоретической и экспериментальной биофизики РАН (Пущино), могут рассматриваться как фрактальное броуновское движение с экспонентой Хёрста H ≈ 0.6, с нелинейностью типичной для мультифрактальных структур и процессов.[1]

Организация периодов активности и неактивности Drosophila melanogaster имеет комплексную структуру. Периоды предположительно непрерывной активности содержат короткие внедрённые эпизоды

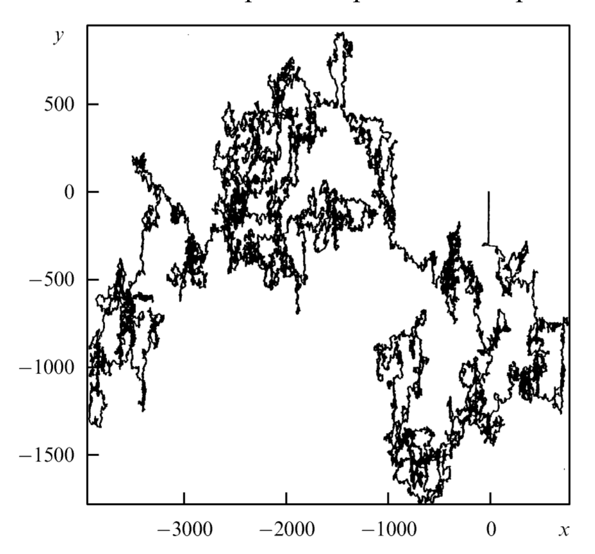


Рисунок 9.47. Типичные траектории рыбного косяка.

неактивности. Этот паттерн поведения имеет самоподобную структуру, со степенным распределением периодов активности.[2] Экспоненты Харста (Hurst exponents) и длина непериодических циклов показывают, что временные ряды человеческого поведения фрактальны с долговременными корреляциями.[3]

Сеть взаимодействий в экосистеме, как целом, это постоянно меняющаяся сеть с прерывистым, фрактальным распространением

---

[1] Медвинский А.Б., Петровский С.В., Тихонова И.А., Тихонов Д.А., Ли Б.Л., Вентурино Э., Мальхе Х., Иваницкий Г.Р. Формирование пространственно-временных структур, фракталы и хаос в концептуальных экологических моделях на примере динамики взаимодействующих популяций планктона и рыбы. // Успехи физических наук. 2002. Т.172(1): 31-66. Doi: 10.3367/UFNr.0172.200201b.0031.

[2] Blaine J. Cole. Fractal time in animal behaviour: the movement activity of Drosophila. // Animal Behaviour. 1995. Vol. 50(5): 1317-1324.

[3] Chao Fan, Jin-Li Guo, Yi-Long Zha. Fractal Analysis on Human Behaviors Dynamics. // Physica A. 2012. Vol. 391: 6617-6625. arXiv:1012.4088.

динамики. Экологическая сеть, что подтверждено компьютерным моделированием, проявляет фрактальное поведение во времени и в пространстве. События в динамике сети имеют прерывистую временную шкалу и фрактальное распределение в пространстве, что даёт основание называть экологические сети «мерцателями» (структура экосети не статична и потоки сети не находятся в устойчивом состоянии.)[1]

В качестве примера исследования фрактальности крупномасштабной структуры экосистемы можно привести исследование пространственной и временной динамики ландшафтного масштаба бореальных лесов национального парка Riding Mountain National Park (Канада) проведённое с использованием данных дистанционного зондирования (LANDSAT). Исследование включало анализ временной динамики – сравнение лесной структуры регенерирующих после пожара участков (11 и 30 летнего периода восстановления) с поздне-сукцессионными участками (> 95-летний период), а также пространственный анализ – сравнение участков с различной физиографической сложностью (хорошо дренированные участки и участки с затрудненным дренажом). Фрактальная размерность, рассчитанная с использованием функции плотности вероятности, была использована для расчёта пространственных паттернов ландшафта. Во всех наблюдениях без исключений исследованные ландшафты имели значительно меньшую фрактальную размерность, чем случайные модельные ландшафты той же плотности, что свидетельствует о не случайной природе ландшафтной структуры. Оказалось, что бореальные ландшафты это комплексные мозаики, состоящие из «заплаток» ареалов тех или иных обитателей, пространственное соседство которых определяет многие экологические процессы. Перемещение видов, движение энергии и материи между этими «заплатами» является критическими детерминантами экосистемных функций. Естественные ландшафты это структурно сложные системы и ландшафтные паттерны высоко динамичны во времени и пространстве. Поэтому оказывается критически важным при управлении природными местами обитания принимать во внимание не только биоразнообразие, но поддержание вариаций в структурной сложности ландшафтов. Структурная сложность эффективно поддаётся мониторингу с использованием параметров нелинейной структурной сложности, таких как дробная размерность.[2]

К филогенетическому древу, как бифуркационной диаграмме эволюционирующей системы применим нелинейный анализ. Рассеивая полученную извне энергию живые системы диверсификацией экониш и

---

[1] Yackinous William Stanley. Emerging principles of ecological network dynamics. 2010-12 PhD Dissertation.

[2] Walker D., Kenkel N.C. Fractal analysis of spatio-temporal dynamics in boreal forest landscapes. // Abstracta Botanica. 1998. Vol. 22: 13-28.

направлений развития стремятся максимально освоить потенциальный ландшафт потока энергий, подобно бифуркациям турбулентностей в конвекционных потоках, «осваивающим» поток энергии, протекающий сквозь толщу нагреваемой жидкости. Структурный паттерн древа жизни содержит в себе ключи к основным экологическим и эволюционным вопросам, а фрактальная размерность это фундаментальное понятие для описания его сложности. Фрактальная размерность древа жизни остаётся сегодня невыясненной ввиду перерисовок шкалы древа жизни в последние годы. Но оказалось, что древо жизни отражает степенные законы как на внутритаксономическом уровне, так и в структуре распределения таксонов. Распределение таксонов различного масштаба определяется фрактальным разнообразием, но искажено сверхдоминированием таксонов с низкой частотой. Пропорция субтаксонов в таксонах малых и больших размеров больше чем в таксонах среднего размера. Результаты исследования Бин Ма (Bin Ma) показывают, что изобилие субтаксонов в таксонах малого и большого размеров могут быть предсказаны с использованием фрактальной размерности. Фрактальная размерность на межтаксономическом уровне (D_r) составляет 0.873 для всего древа, что меньше чем значения D для царств животных и растений, но больше чем D для Грибов, Хромисты и простейших.

Иерархические фрактальные размерности в царстве прокариот ниже, чем в других царствах. Значение D_r для вирусов ниже, чем для большинства эукариотических царств, но выше, чем для прокариот. В случае всего древа жизни в целом внутритаксономические размерности D_r для родов равны 1.62, для семейств 1.42, для порядков 1.56, для классов 1.57, и для типов 1.72. Фрактальная размерность, учитывающая искажение сверхдоминирования таксонов с низкой частотой – так называемая *фрактальная размерность аккумулированной частоты* (D_{ac}) даёт следующие значения для различных таксонов: D_{ac} родов 1.41, D_{ac} семейств 1.05, D_{ac} порядков 1.35, D_{ac} классов 0.67, D_{ac} типов 1.11, различие размерностей для разных таксонов позволяет рассуждать в сравнительном аспекте о структурной сложности различных таксонов и тех не исследованных ещё фундаментальных процессах и закономерностях, на которые опирается течение эволюции.[1]

Суммируя, можно перечислить направления использования квазифрактальных структур живыми организмами:

– увеличение площади контакта с внешней средой для систем, поглощающих и распределяющих вещества внешней среды внутри организма, чем достигается интенсификация обмена – это кровеносная, дыхательная, лимфатическая, пищеварительная системы подвижных многоклеточных, фрактализация листовой или талломной поверхности

[1] Bin Ma, Xiaofei Lv, Jun Gong. The fractal dimension of the tree of life. // PeerJ PrePrints. http://dx.doi.org/10.7287/peerj.preprints.198v1 2014.

растений и водорослей, фрактализация тела паразитических ракообразных. Также увеличение площади контакта со средой может иметь значение для сенсорных и захватывающих пищу органов (например, околоротовых щупалец), органов прикрепления у сидячих и паразитических организмов;

– формирование более сложных контактов между органами, частями или структурами в пределах одного организма – усложнение лопастной линии у аммонитов, швов между костями черепа позвоночных и так далее, чем достигается дополнительная прочность или, опять же, интенсификация обмена между структурами;

– совершенствование систем регуляции и контроля, имеющих иерархическое строение и максимально охватывающих внутреннее пространство организма: нервная и кровеносная системы;

– интеграция отдельных структур в системы более высокого порядка (фасеточные глаза, мышцы и т.п.);

– формирование различного рода полостей в костях, раковинах и других биоминеральных образованиях, фрактализация самих биоминеральных образований (скелет иглокожих, губок, радиолярий), приводящих к уменьшению их веса без снижения прочности);

– метамеризация структур и частей тела, увеличивающая объем органа, или размеры всего организма;

– фрактализация трёхмерного объёма с целью его структуризации, уменьшения степеней свободы для потоков вещества, энергии и информации внутри этого объёма: фрактальность цитоплазмы клетки;

– использование фрактального алгоритма формирования сложных систем организма, включающего процессы самоорганизации, цель: уменьшение объёма управляющей информации, мобильности формирующейся структуры, её чувствительности к влияниям внешней среды, способности к изменениям в процессе развития, примеры: кровеносная, гастроваскулярная и прочие системы животных;

– фрактальность окраски покровов животных отражает процессы самоорганизации

поведения клеток вырабатывающих пигмент. С одной стороны, для формирования таких паттернов требуются очень простые алгоритмы клеточного поведения, что, опять же, является экономией управляющей информации, с другой, хаотичные иррегулярные фрактальные паттерны наиболее органично вписываются в природный ландшафт, который и состоит из подобных паттернов, являясь пространственным отпечатком процессов детерминированного хаоса;

– фрактальная динамика самоорганизующихся процессов в живых системах.

Заключение

Для того чтоб противостоять второму началу термодинамики, система должна быть открытой. Закрытая система в соответствии с законами термодинамики должна в конечном итоге прийти к состоянию с максимальной энтропией и прекратить свою эволюцию. Открытая система должна быть достаточно далека от точки термодинамического равновесия. В точке равновесия сколь угодно сложная система обладает максимальной энтропией и не способна к какой-либо самоорганизации. Открытой системе всегда, в той или иной степени, присуще состояние детерминированного хаоса, только при наличии детерминированного хаоса в системе возможно возникновение микроскопических флуктуаций, некоторые из которых, став критическими, приведут к перестройке всей системы в целом, к фазовому переходу, который мы сможем назвать самоорганизацией.

Эволюция детерминировано хаотических систем содержит в своей динамике периоды бифуркаций, моментов неопределённости, непредсказуемости дальнейшей эволюции в которых система выбирает одно из двух или более путей развития. В таких точках развития система оказывается наиболее чувствительна к внешним воздействиям. Ряд таких бифуркаций могут складываться в каскад бифуркаций – принципиально не рассчитываемое на долгий промежуток времени развитие системы, которое мы и называем детерминированным хаосом. Взаимодействия элементов самоорганизующейся системы не линейны, свойства самоорганизующейся системы как целого, не сводимы к свойствам отдельных её элементов, это качество системы называется эмерджентностью. Эмерджентность рождается из взаимодействия элементов друг с другом, в системе элементы проявляют свойства, практически не наблюдаемые в их обособленном состоянии.

Самоорганизация в сложных системах, возникновение новых уровней организации материи сопровождаются нарушением симметрии. При описании эволюционных процессов необходимо отказаться от симметрии времени, характерной для полностью детерминированных и обратимых процессов классической механики. Самоорганизация в сложных и открытых – диссипативных системах, к которым относится и жизнь, приводит к необратимому разрушению старых и к возникновению новых структур и систем, что обуславливает наличие «стрелы времени» в природе.

Динамика самоорганизованной системы подвержена флуктуациям в ограниченных пределах благодаря присутствию в ней детерминированного хаоса, положительных и отрицательных обратных связей, как между элементами самой системы, так и между системой и внешней средой. С одной стороны, наличие флуктуаций делает

поведение системы не предсказуем с высокой точностью на большом промежутке времени, с другой, отклоняющаяся, колеблющаяся природа системы придаёт ей устойчивость, не чувствительность к малым отклонениям, флуктуациям во внешней среде или внутри самой системы. Ограниченно флуктуационный, вероятностный характер поведения самоорганизующейся системы отражается в фазовом пространстве переменных системы в виде странного аттрактора, описывающего границы возможного состояния системы.

Результатом детерминировано хаотической динамики и процессов самоорганизации часто являются пространственные структуры, эффективно описываемые с использованием фрактальной геометрии, такие квазифрактальные структуры являются, как бы пространственным отпечатком детерминировано хаотических процессов. Сама динамика детерминировано хаотических процессов также обладает фрактальными свойствами, что отражается, в частности, во фрактальных свойствах странных аттракторах.

Живые системы, как системы динамические, сложные, открытые и (прямо или опосредованно) получающие и рассеивающие солнечную энергию, то есть системы диссипативные, развиваются однонаправлено и необратимо. Направление эволюции живой системы предсказуемо лишь в общих чертах. Биологическая эволюция есть лишь частный случай процессов самоорганизации диссипативных систем.

Общность принципов организации самоорганизующихся систем, схожесть поведения элементов внутри системы приводят к общности законов самоорганизации сложных динамических открытых систем, и делает синергетику, эти законы изучающую, междисциплинарной областью исследований, методологией, применяемой сегодня во всех сферах описания движения материи, от физики элементарных частиц до социологии. Эволюция живых организмов, рассмотренная с точки зрения синергетической парадигмы, становится частным случаем самоорганизации открытых диссипативных систем, уникальным в деталях, но не единственным в ряду процессов локального снижения энтропии, возникающих во вселенной со времён первых флуктуаций плотности первичной материи, заполнявшей вселенную после Большого взрыва.

Используя современный подход к описанию и моделированию поведения и эволюции живой системы трудно обойтись без методологии, опирающейся на синергетическую парадигму, так же как трудно представить себе анализ природных форм без фрактального анализа. Исследование живых организмов и их сообществ, как открытых, нелинейных, самоорганизующихся систем сегодня только начинается. Описываются общие принципы такого поведения, делаются первые попытки использования принципов самоорганизации для создания и обучения коллективно действующих

и мыслящих машин, напоминающих сообщества живых организмов, для самосборки наноструктур и макромолекулярных комплексов с заданными свойствами. Каждый день появляются новые работы, описывающие удивительные примеры самоорганизации живых систем и их имитацию созданную человеком в их искусственных аналогах. Не возникает сомнений, что мы видим лишь первые плоды влияния на наше научное мировоззрение синергетической парадигмы, изменившей облик науки на рубеже XX – XXI веков. Впереди нас ждут глубокие теоретические обобщения, чему способствует накопление Больших данных о структуре, динамике и сетях взаимодействий элементов на различных уровнях организации биосистем, разработка методов их анализа в рамках биоинформатики, так же как и увеличение мощности вычислительной аппаратуры. Практические разработки, использующие принципы самоорганизации живых систем, простираются от проектов создания живой клетки de novo до бионики, от создания искусственного интеллекта до нанотехнологий. Развитие синергетики и смежных с ней направлений биологических исследований столь стремительно, что данная книга начнёт устаревать ещё до выхода её из печати. Поэтому, пусть она послужит читателям лишь отправным пунктом в изучении мира открытых, динамических, беспрерывно эволюционирующих, рассеивающих полученную извне энергию, флуктуирующих, детерминировано хаотических, непредсказуемых, уникальных, бесконечно разрушающихся и воссоздающихся вновь в непрерывной борьбе со вторым началом термодинамики живых систем.

Оглавление

Приложение

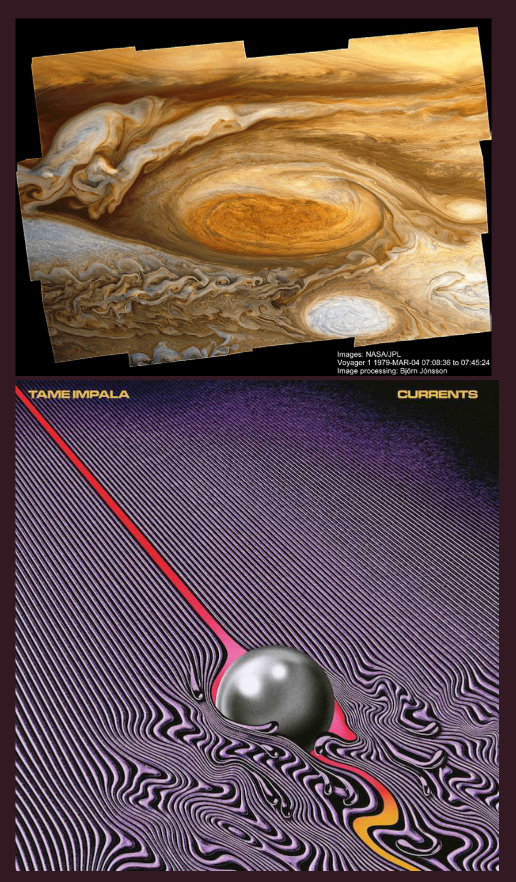


Рис. 1. Большое и малое красное пятно Юпитера (стр. 120).

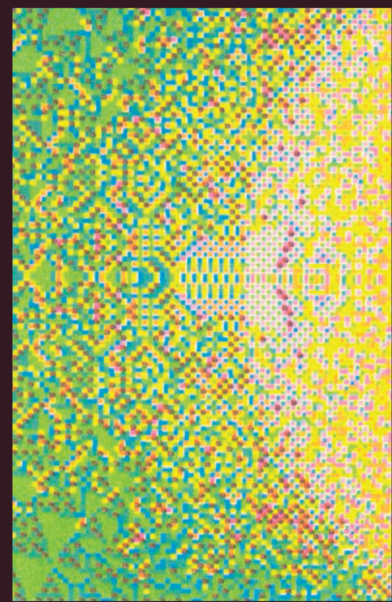


Рис. 2. Компьютерная модель поведения песчинок в куче песка (стр. 141).

Рис. 3. Турбулентность, возникающая из ламинарного потока, на обложке альбома Currents группы Tame Impala (стр. 151).

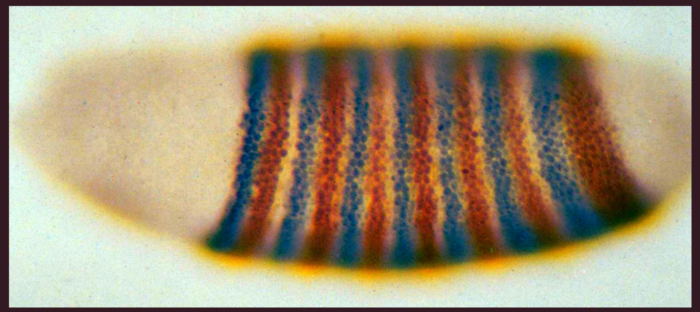


Рис. 4. Специфическая окраска зон экспрессии различных генов парной регуляции (Pair-Rule genes) зародыша Drosophila melanogaster (стр. 201).

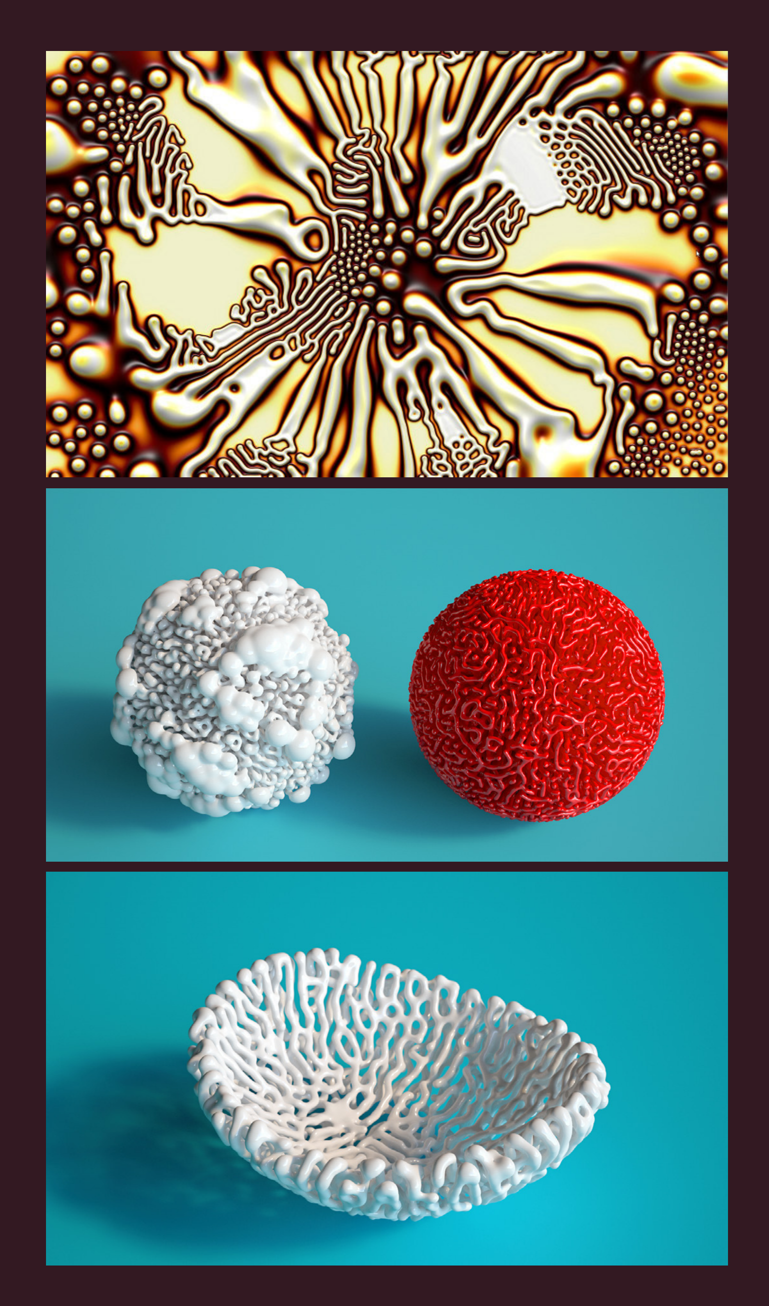


Рис. 5. 2D и 3D паттерны формируемые реакционно-диффузной системой Тьюринга (стр. 284).

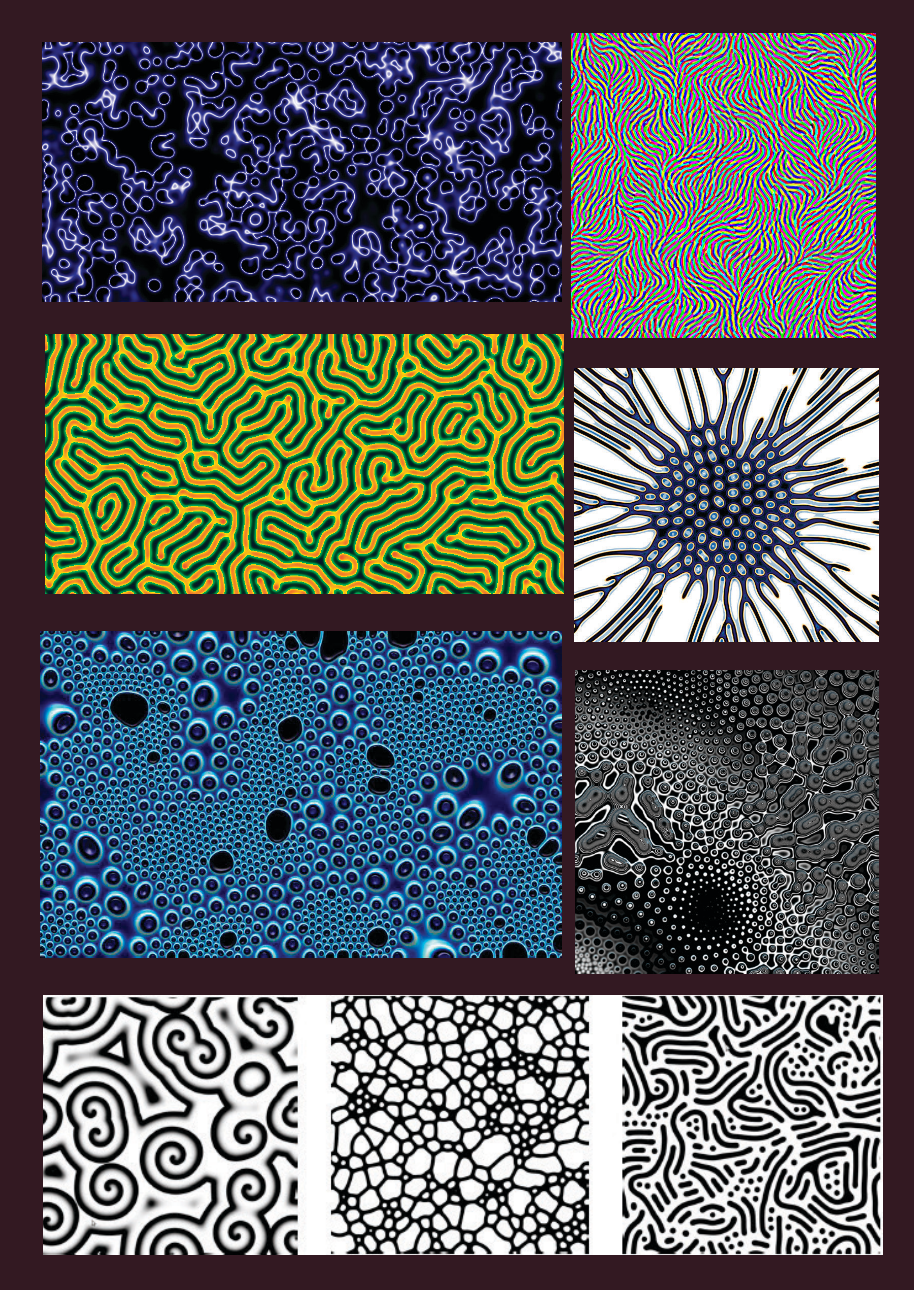


Рис. 5. 2D и 3D паттерны формируемые реакционно-диффузной системой Тьюринга (продолжение).

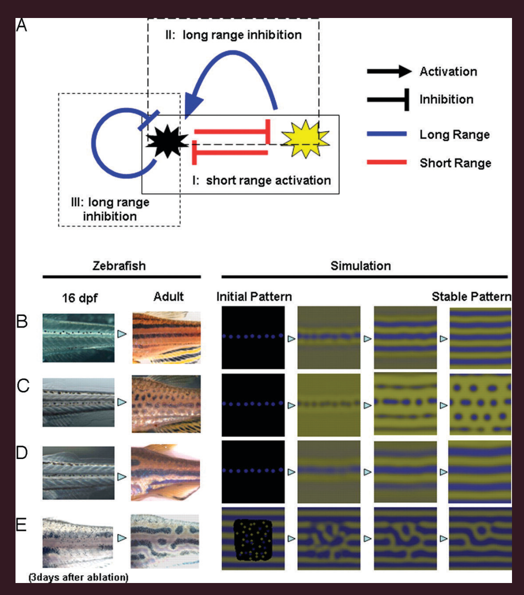


Рис. 6. Моделирование окраски рыбы Данио (Danio) с использованием реакционно-диффузной модели (стр. 294).



Рис. 7. Динамические паттерны генерируемые семейством Циклических клеточных автоматов «Cyclic Cellular Automata, CCA» (стр. 330).



Рисунок 8. а. - Клеточный автомат худоника Rafael Espericueta, b. - ковер художников René Sultra и Maria Barthélémy, представленный на выставке “Maison Salvan”в Кажаре (Carjac), Южная Франция, 2008, с - панно художника Reinhard Danelzik, d - 3D скульптуры клеточных автоматов сгенерированные с использованием программы Breed, (стр. 331).

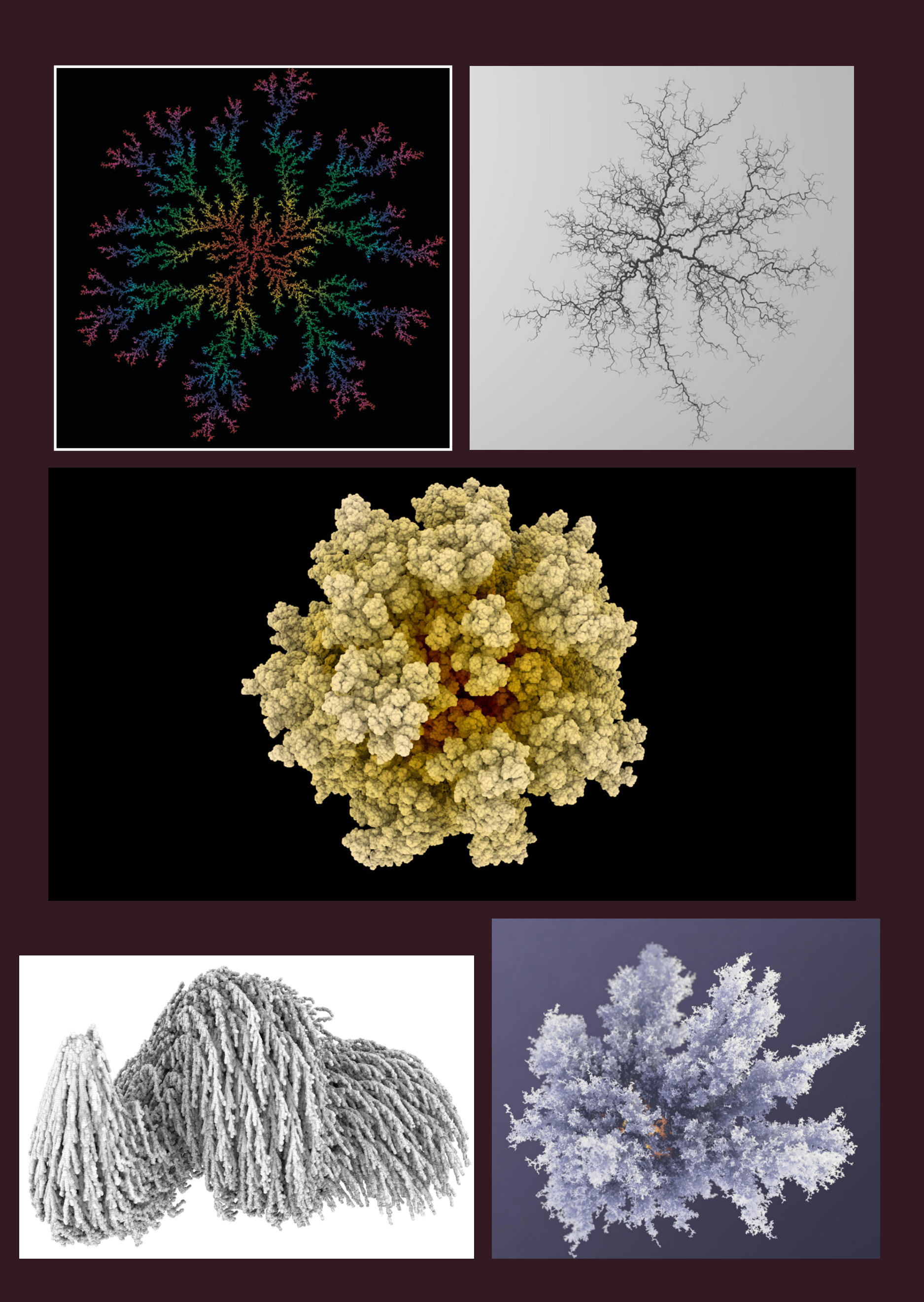


Рис. 9. Кластеры аггрегации ограниченной диффузией (DLA) (стр. 332).

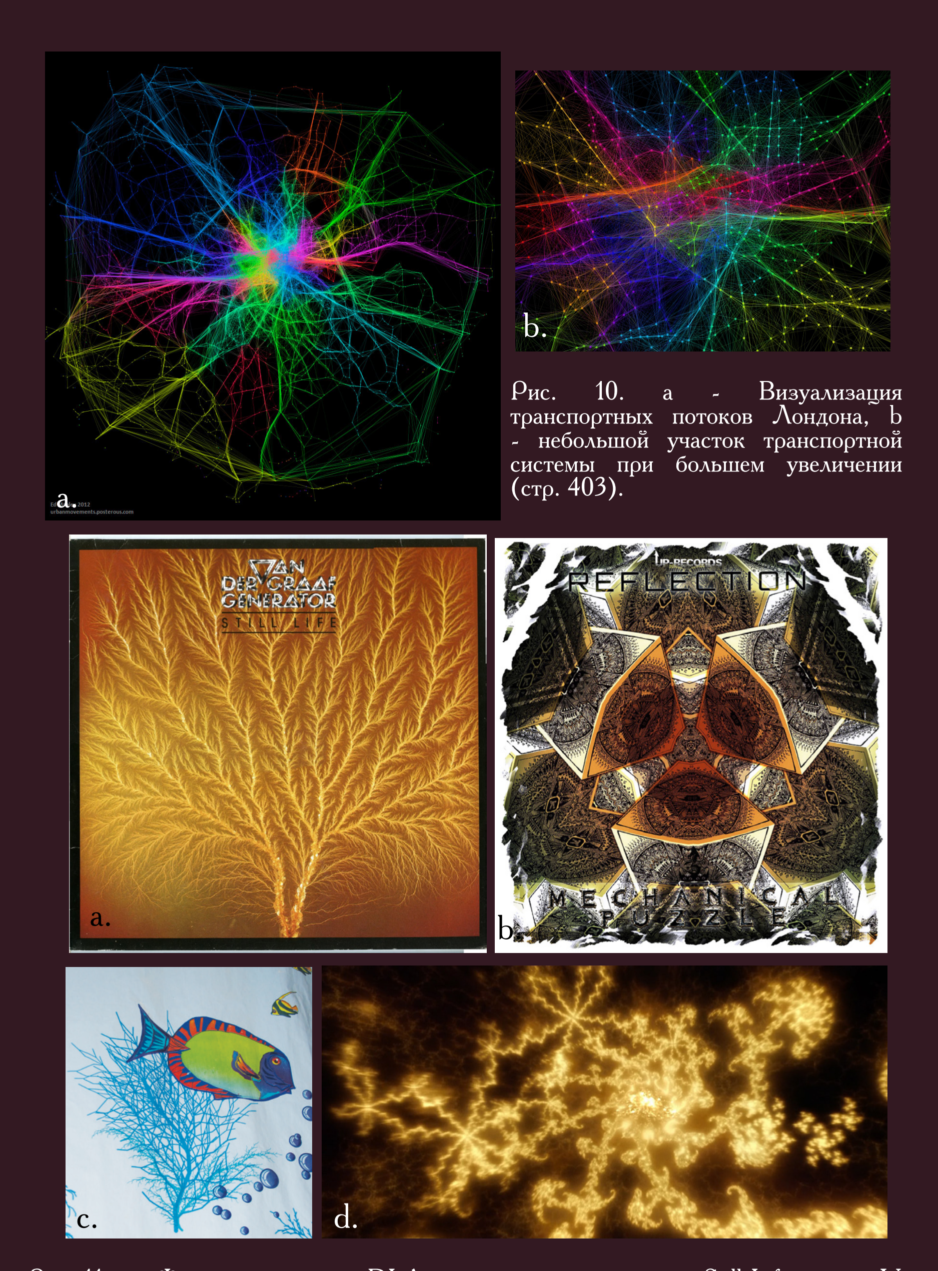


Рис. 10. a - Визуализация транспортных потоков Лондона, b - небольшой участок транспортной системы при большем увеличении (стр. 403).

Рис. 11. a - Фрактальное древо DLA типа на обложке альбома Still Life группы Van Der Graaf Generator, b - фрактальные отражения на альбоме Mechanical Puzzle от австралийской IDM группы Reflection, c - водоросли сгенерированные с использованием алгоритма L - графики на шторке для ванной, d - фрактальная матрица в фильме The Matrix Revolutions (реж. Andy Wachowski и Larry Wachowski, 2003) (стр. 409).



Рис. 12. Фрактальное цифровое изобразительное искусскуство (стр. 409).



Рис. 12. Фрактальное цифровое изобразительное искусскуство (продолжение).

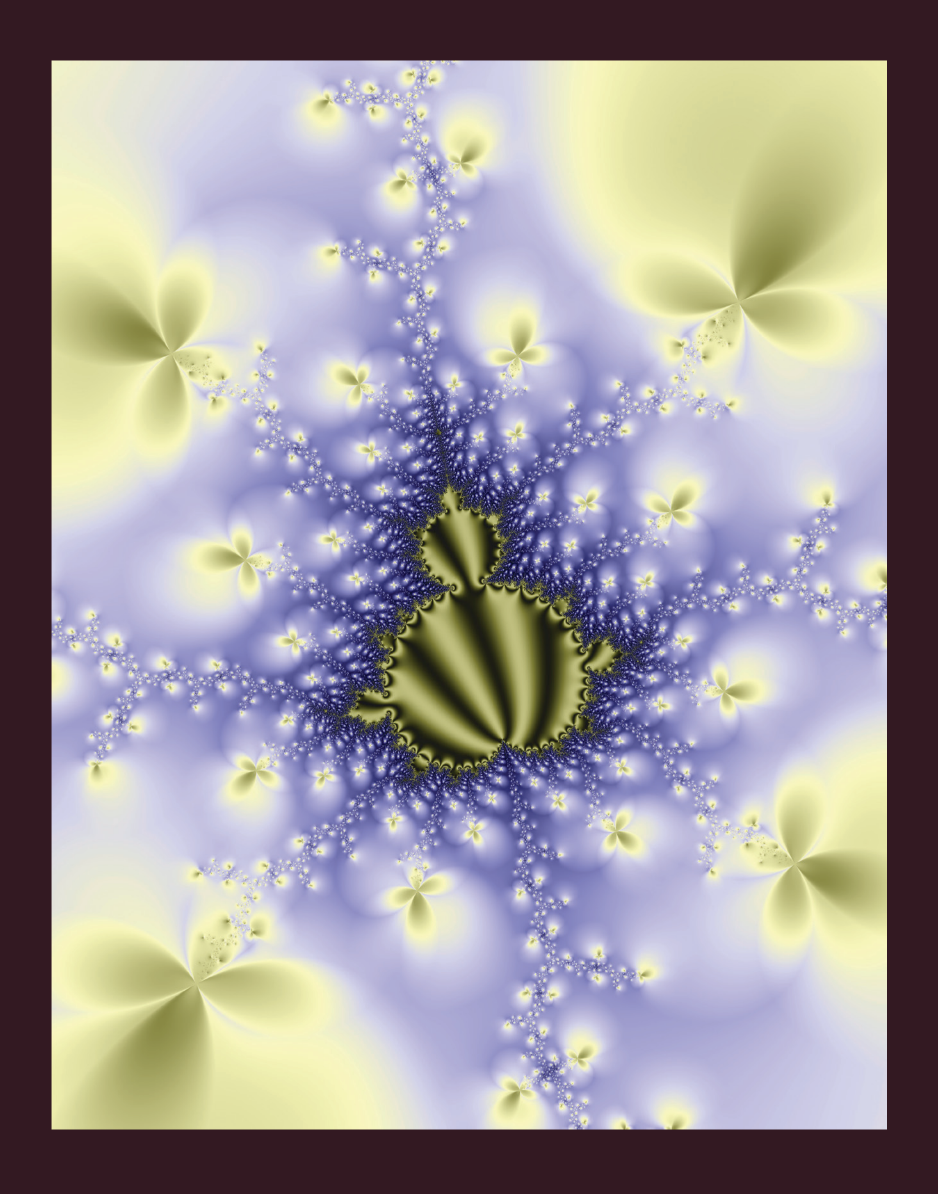


Рис. 13. Множество Мандельброта (стр. 423).

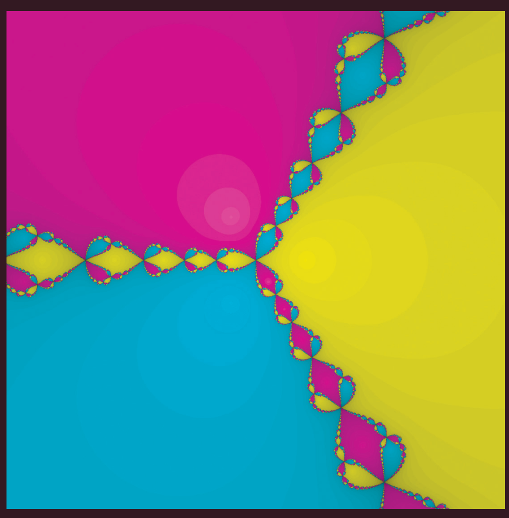


Рис. 14. Фрактальная граница притяжения между тремя магнитами (стр. 425).

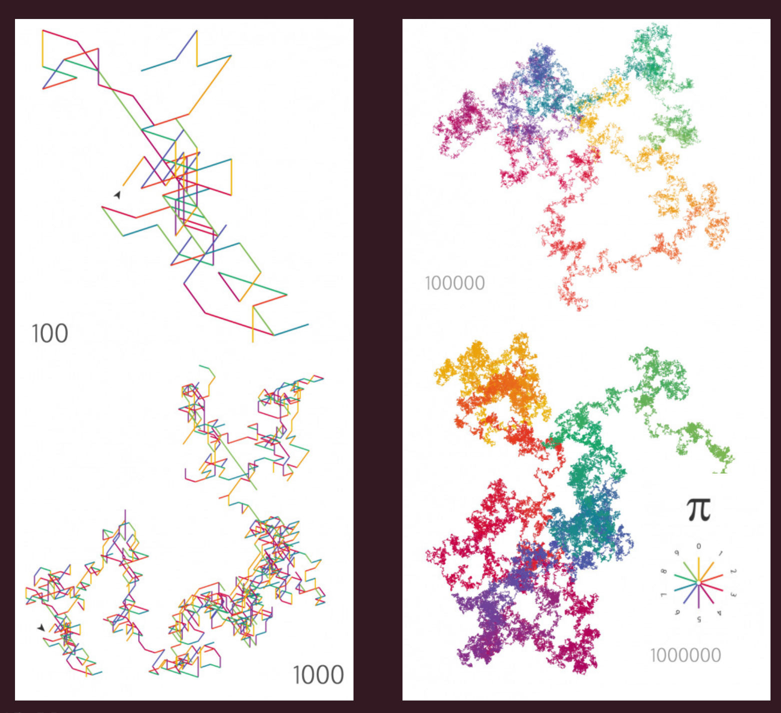


Рис. 15. Хаотичная самоаффинная броуновская кривая на основе визуализации числа π (стр. 427).



Рис. 16. Фрактализация тела медузы[1] (стр. 482).

[1] Ernst Haeckel. Art Forms in Nature: The Prints of Ernst Haeckel. Publisher: Prestel. 2008. 140 p. ISBN-10: 3791319906. ISBN-13: 978-3791319902.

Учебное пособие

Самоорганизация живых систем

Краткий курс синергетики для биологов

Каретин Ю. А.

Ответственный редактор Адрианов А.В.
Технический редактор Кириллов Д.Б.
Компьютерная вёрстка: Каретин Ю.А.

Подписано в печать 07.11.2017. Формат 60х84/16
Печать офсетная. Усл. печ. л. 30,81
Тираж 150 экз. Заказ 30п.

Отпечатано в типографии ПАО «Дальприбор»
690105, г. Владивосток, ул. Бородинская, 46/50

